This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

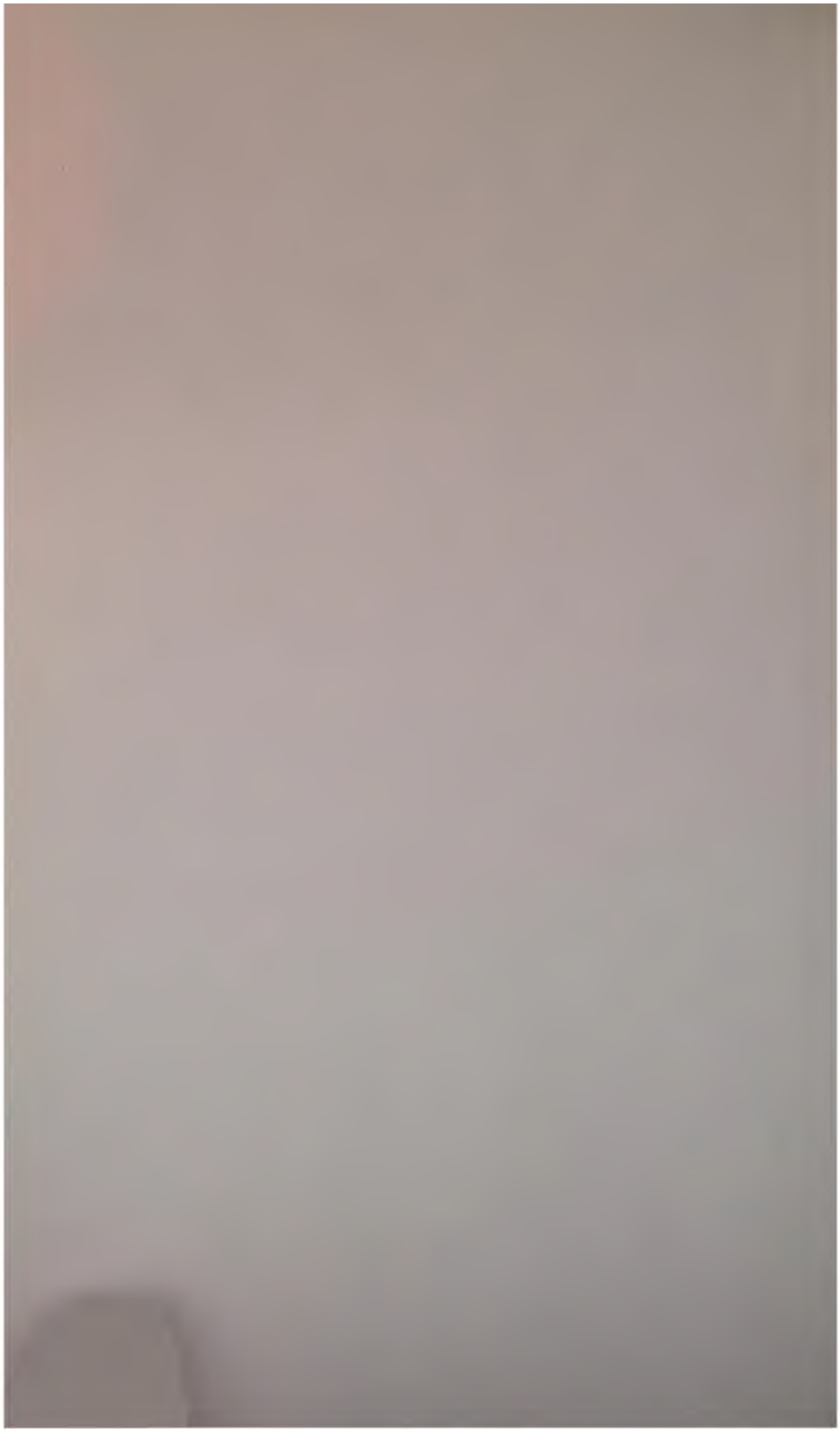
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

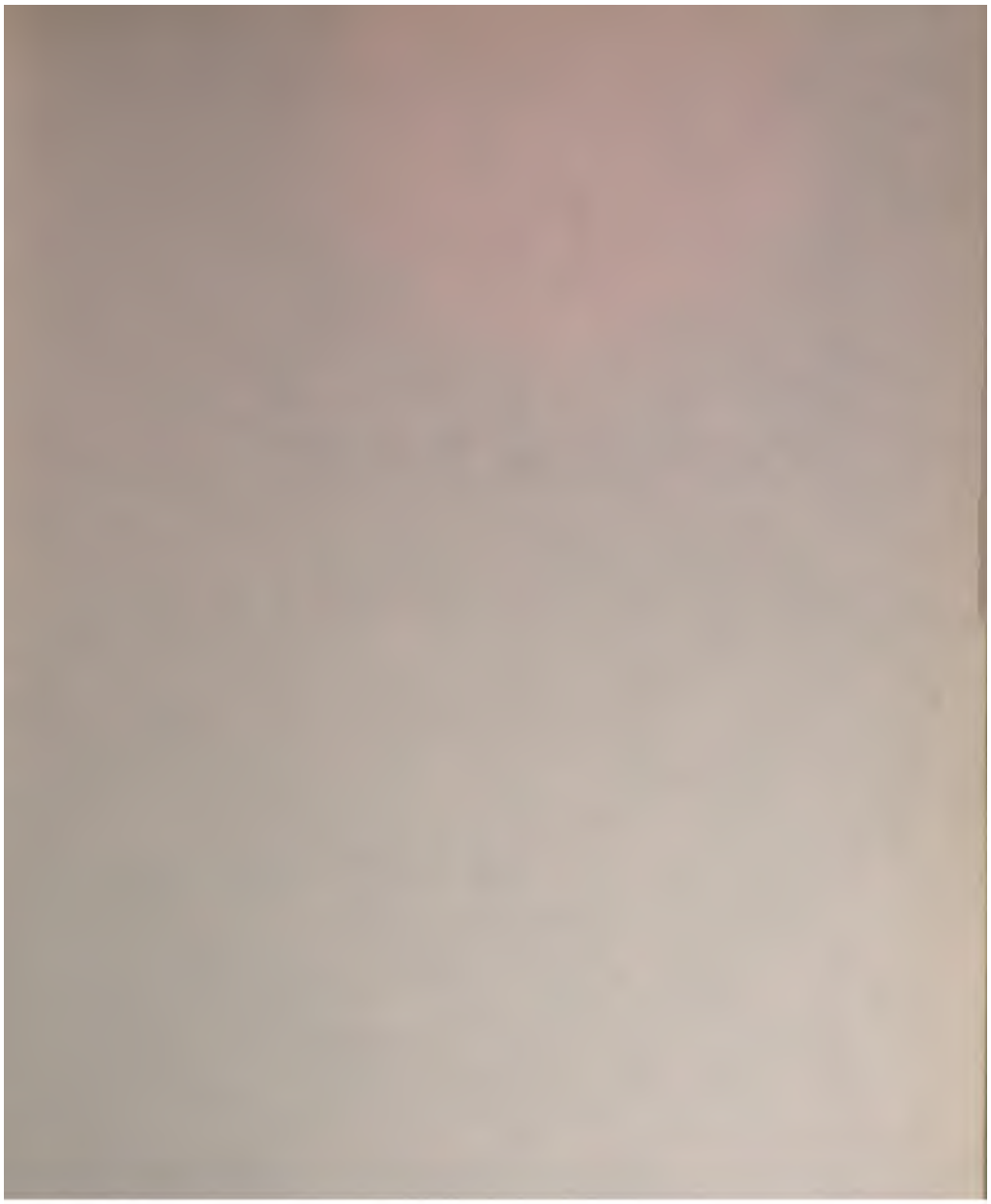
Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

3 6105 027 397 061

STANFORD
UNIVERSITY
LIBRARIES





Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1902.

Nr. 1519-1550.

Redaktion: J. H. GRAF.

BERN
Druck und Verlag von K. J. Wyss
1903

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Bibliographie der schweizerischen Landeskunde.

Unter Mitwirkung der hohen Bundesbehörden, eidgen. und kant. Amtsstellen und zahlreicher Gelehrter

herausgegeben von der

Centralkommission für schweizerische Landeskunde.

In deutscher und französischer Ausgabe.

Bis jetzt erschienen:

Fascikel Ia: *Bibliographische Vorarbeiten der landeskundlichen Litteratur und Kataloge der Bibliotheken der Schweiz.* Zusammengestellt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1894. 69 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel I b, enthaltend: *Bibliographie der Gesellschaftsschriften, Zeitungen und Kalender der Schweiz,* von Prof. J. L. Brandstetter in Luzern. 380 Seiten. Preis Fr. 3.—

Fascikel II a: *Landesvermessung und Karten der Schweiz, ihrer Landstriche und Kantone.* Herausgegeben vom eidgen. topographischen Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1892. 193 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II b: *Karten kleinerer Gebiete der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf, Bern 1892. 164 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II c: *Stadt- und Ortschaftspläne, Reliefs und Panoramen der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1893. 173 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II d, enthaltend: *Generalregister, Ergänzungen und Nachträge zu den Fascikeln II a—c* (Landesvermessung, Kataloge der Kartensammlungen, Karten, Reliefs und Panoramen). Im Auftrage des eidgen. topograph. Büreaus redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. 220 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel III: *Landes- und Reisebeschreibungen.* Ein Beitrag zur Bibliographie der schweizer. Reiselitteratur, 1479—1890. Zusammengestellt von A. Wäber, Bern. 462 Seiten 8°. Preis Fr. 4.—

Fascikel IV 3: *Balneologie und Climatotherapie.* Versuch einer schweiz. Bibliographie der Litteratur auf den Gebieten des Badewesens, der Heilquellen, der climaterischen Kurorte u. s. w. Von B. Reber in Genf. 130 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel IV 6: *Die Fauna der italienischen Schweiz.* Redigirt von Prof. Dr. A. Lenticchia. Como 1894. 19 Seiten 8°. Preis 50 Cts.

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica:* Heft 2: Seenfauna. Zusammengestellt von Prof. D. F. Zschokke. Bern 1897. 30 Seiten. 60 Cts.

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 3: Säugethiere. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer-Sigwart. Bern 1900. 119 Seiten. Fr. 2.—

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 4: Vögel. Zusammengestellt von Prof. Dr. Theophil Studer. Bern 1895. 57 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 5: Reptilien und Amphibien. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer. 39 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 5d: Fische. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer-Sigwart. Bern 1900. 99 Seiten. Preis Fr. 1.50

(Fortsetzung auf Seite 3 des Umschlags.)

Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1902.

Nr. 1519-1550.

Redaktion: J. H. GRAF.

BERN
Druck und Verlag von K. J. Wyss
1903

506
N283

Jahresbericht

über die

Thätigkeit der bernischen Naturforschenden Gesellschaft

im Vereinsjahr 1901/1902.

Hochgeehrte Herren!

Im abgelaufenen Vereinsjahr wurden 13 ordentliche Sitzungen abgehalten, welche im Durchschnitt von 25 Mitgliedern besucht waren. Es beteiligten sich dabei folgende Herren durch Vorträge, kleinere Mitteilungen oder Vorweisungen: A. Benteli (1), Brückner (2), Epstein (1), Ed. Fischer (2), Graf (1), Gruner (1), Guillebeau (1), G. Huber (1), R. Huber (1), Kissling (2), König (2), Kronecker (1), Pflüger (1), Ris (1), Schaffer (1), Steck (1), Streun (2), Th. Studer (4), Tschirch (1).

Von diesen Mitteilungen fallen auf:

Zoologie 5, Botanik 3, Biographie 3, Technik und Elektrotechnik 2, Geologie 2, Physik 2, physikalische Geographie 2, Meteorologie 2, Astronomie 1, Chemie 1, Opthalmologie 1, Physiologie 1, Tierarzneikunde 1.

Eine auswärtige Sitzung wurde in Grosshöchstetten abgehalten, an welcher Herr Th. Studer über «Neue Entdeckungen aus der Urgeschichte des Menschen», und Herr Guillebeau über «Die Bakterien der Euterentzündung bei Kühen» sprachen. Ferner hatten die Besucher dieser Sitzung Gelegenheit, einer Demonstration der Hagelkanonen durch die Firma Ruef beizuwohnen.

Eine ansehnliche Zahl von Mitgliedern unternahm Ende November, zur Zeit der Rübenernte, eine Fahrt nach Aarberg, wo denselben die Rübenzuckerfabrik vom technischen Leiter derselben in zuvorkommender Weise gezeigt wurde.

Als besonders wichtige Begebenheit des verflossenen Jahres ist zu erwähnen, dass die Bibliothek der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft durch Beschluss der Jahresversammlung in Zofingen an die Stadtbibliothek Bern abgetreten worden ist und dass die bernische naturforschende Gesellschaft ihre eigene Bibliothek ebenfalls an die Stadtbibliothek Bern abgegeben hat. Den Mitgliedern der schweizerischen und der bernischen naturforschenden Gesellschaft ist dabei das Benützungsrecht der Berner Stadtbibliothek eingeräumt worden. Für beide Gesellschaften bedeutet dieses Abkommen eine finanzielle Entlastung. Die bernische

naturforschende Gesellschaft speziell begrüsst mit Genugtuung, als ei Akt der Billigkeit, dass die Bibliothek der schweizerischen naturforschende Gesellschaft, für deren Verwaltung und Vermehrung sie alle die Jahr hindurch mit vielen Opfern von Zeit und Mühe gesorgt hat, endgiltig i Bern verbleibt. Sie verdankt dieses Ergebnis u. a. namentlich der Ur sicht und Beharrlichkeit des Herrn Professor Th. Studer, dem hiermi der Dank der Gesellschaft ausgesprochen wird.

An der Jahresversammlung der schweizerischen naturforschende Gesellschaft in Zofingen war unsere Gesellschaft durch die Herren Kisslin und Strasser offiziell vertreten.

Für das Hallerdenkmal votierte sie einen auf zwei Rechnungsjahr zu verteilenden Beitrag von Fr. 500. Die Zahl der ordentlichen Mit glieder beträgt Anfang des Jahres 140.

Für das neue Vereinsjahr wurden gewählt: zum Präsidenten: Her Prof. Dr. Hans Strasser, zum Vizepräsidenten: Herr Prof. Dr. J. H. Graf

Für den abwesenden Präsidenten:

Der Sekretär.

Sitzungs-Berichte.

971. Sitzung vom 18. Januar 1902.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 14 Mitglieder und Gäste.

1. Herr L. Epstein spricht über: **Wanderungen durch den Tiergarten,** Zwecke und Ziele eines solchen.

Die Gefangenhaltung von Tieren reicht in weite Zeiten zurück. Durch geschichtliche Überlieferung wissen wir, dass Alexander der Grosse seinem Lehrer Aristoteles von seinem asiatischen Feldzuge Tiere aus Kleinasien schickte, die Spanier bei der Eroberung Mexicos die stehende Menagerie des Aztekenkönigs Montezuma vorfanden und Menagerien in China schon in früher Zeit existierten. Berühmt waren im vorletzten Jahrhundert die Menagerien des Prinzen von Oranien, in «hot Loo» beim Haag, im Tower of London und die heute noch bestehenden zu Schönbrunn und des Jardin des Plantes zu Paris. — An einem ca. 1819 in Frankfurt a. M. zur Schau gestellten indischen Nashorn beobachtete man zurst den periodischen Hornwechsel; interessant ist ferner, dass die Dronte in London schon 1638 gezeigt wurde.

Der erste zoologische Garten nach heutigem Sinne war der 1828 gegründete zoloogische Garten zu London. 1838 wurden in Amsterdam, 1843 in Antwerpen, 1844 in Berlin, 1858 in Frankfurt a. M., 1860 in Köln, 1863 in Hamburg etc. gleichfalls zoologische Gärten eröffnet.

Nach der historischen Einleitung kam der Vortragende ausser den eben erwähnten noch auf sonstige in- und aussereuropäische Gärten, so auch denjenigen zu Basel, den einzigen in der Schweiz, zu sprechen und dies gab ihm Gelegenheit, über das Gefangenleben, den Wert und die Rarität einzelner Tiere zu sprechen.

2. Hr. E. Kissling macht eine Mitteilung über die **Flügeldecke einer Rhina** aus der Molasse der Bäichlen im Entlebuch, mit Vorweisung des Petrefakten. Ferner eine Mitteilung über den Fund von **Murmeltierskeletten in alten Fluchtröhren** bei Biglen, ebenfalls mit Vorweisung der Skelette.

972. Sitzung vom 25. Januar 1902.

Abends 8 Uhr im zoologischen Institut.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 37 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. Th. Studer spricht über: **Die Rasse der St. Bernhardshunde** (mit Vorweisung des Schädels vom Hund Barry).

973. Sitzung vom 8. Februar 1902.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 21 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. H. Kronecker spricht über: **Albrecht von Hallers physiologische Prioritäten.**
2. Hr. A. Tschirch legte einige **Ex libris von Haller** in Reproduktion vor. Zwei davon sind von Maler Duncker.

974. Sitzung vom 22. Februar 1902.

Abends 8 Uhr im Chemiezimmer des städt. Gymnasiums.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 33 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. E. König spricht über: **Die Umformung von Wechselstrom in Gleichstrom** durch Aluminium-Blei-Elektrolyt-Zellen (mit Experimenten).

975. Sitzung vom 8. März 1902.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 22 Mitglieder und Gäste.

Demonstrationsabend:

1. Hr. Pflüger spricht über das Werk «**Vergleichende Anatomie des Säugetierauges**, auf Grund von ophthalmoskopischen Untersuchungen» von George Lindsay Johnson M. D. F. R. C. S.

   Der Verfasser hat in 8jähriger Arbeit mit Furchtlosigkeit und grosser Ausdauer das Auge zahlreicher Säugetiere untersucht, z. T. in den zoologischen Gärten Londons und anderer europäischer Städte, sowie in Menagerien.

   Die Resultate beschlagen vor allem den Augenhintergrund; sowohl nach seiner Farbe als nach seiner Versorgung durch Gefässe lassen sich eine bestimmte Anzahl von Typen aufstellen. Während hier einzelne Spezies oder Genera jeder Hauptgruppe auf niedriger Entwicklungsstufe zurückgeblieben sind, finden wir in andern Beziehungen z. B. der Stellung der optischen Axen beider Augen zu einander eine der Klassifikation entsprechende fortschreitende Entwicklung vom Niedern zum Höhern, bis zur Parallelstellung der Axen mit Konvergenzvermögen beim Menschen und den Affen. Wo wir in höhern Gruppen Überbleibsel früherer Typen finden, entsprechen sie vielfach dem Prinzip der Zweckmässigkeit, was auf Phylogenese zurückgeführt werden muss. Überhaupt liefern die erhaltenen Resultate einen neuen zwingenden Beweis für die Entwicklungstheorie; sie zeigen ausserdem eine überraschende Übereinstimmung mit der modernen Klassifikation durch die Zoologen. Einige geringfügige Abänderungen werden vom Verfasser auf Grund seiner Befunde vorgeschlagen.

   In interessanter Weise lässt sich am Auge der Einfluss der Zähmung studieren. Es treten bedeutende individuelle Unterschiede innerhalb der Spezies auf, was bei den wilden Tieren nicht vorkommt. Myopie und Astigmatismus zeigen sich häufig als Folge der Zähmung.

   Das Referat wird durch Projektionen illustriert.

2. Hr. Ed. Brückner spricht über: **Die Beziehung zwischen Schichtung und Bänderung der Gletscher** (mit Projektionen).
3. Hr. G. Streun weist das **Horn eines Steinbockes vor**, das er auf der Strahlegg gefunden hat.

976. Sitzung vom 3. Mai 1902.

Abends 8 Uhr im Lokal des S. A. C. (Sektion Bern), Ratskeller.

Vorsitzender: Herr H. Strasser. Anwesend: 26 Mitglieder und Gäste.

1. **Der Jahresbericht** über das verflossene Vereinsjahr 1901/1902 wird verlesen und genehmigt.
2. Für das Vereinsjahr 1902/1903 wird in den **Vorstand** gewählt:
   Herr Prof. Dr. Hans Strasser zum Präsidenten
   Herr Prof. Dr. J. H. Graf zum Vizepräsidenten.
3. Herr P. Gruner spricht: **Ueber neue Sterne**, insbesondere den neuen Stern im Februar 1901.

   Der Vortragende gibt ein kurzes Verzeichnis der historisch nachgewiesenen Erscheinungen neuer Sterne und beschreibt den gewöhnlichen Verlauf eines derartigen Phänomens. Dabei wird besonders auf die interessanten Spektralerscheinungen hingewiesen, wonach auf das kontinuierliche Spektrum stets einige helle, breite, verwaschene Linien aufgelagert sind, auf der brechbaren Seite von dunklen Absorptionslinien begleitet. Die starke Verschiebung der Linien nach rot scheint auf gewaltige Geschwindigkeiten hinzuweisen; doch ist in neuerer Zeit ein ähnliches Spektralbild auf künstlichem Wege bei hohem Druck erzielt worden.

   Sodann wird eingehend der Verlauf der Erscheinung des neuen Sterns im Perseus (Februar 1901) beschrieben, die periodischen Helligkeitsschwankungen im April mit den gleichzeitigen Spektrum-Änderungen hervorgehoben, und endlich auf die eigenartigen Nebelbildungen, die seit September 1901 unzweifelhaft konstatiert wurden, hingewiesen. — Die verschiedenen Hypothesen zur Erklärung des Entstehens dieser «neuen Sterne», sowie auch die fabelhafte Geschwindigkeit der Nebelausbreitung (ca. 300,000 km in 1 Sek.) werden zum Schlusse berührt.

977. Sitzung vom 8. Juni 1902.

Vormittags 10 Uhr im Museum in Neuenstadt.

Vorsitzender: Hr. H. Strasser. Anwesend: 28 Mitglieder, 5 Gäste.

1. Herr Th. Studer spricht über: **Faunistisches** von der Bieleriusel.
2. Herr J. H. Graf spricht über: **Ueberschwemmungen vom Seeland** (mit Vorweisung von Karten).
3. Hr. Dr. Gross (Neuenstadt) spricht über **Praehistorische Verhältnisse der Petersinsel.**

Nach der Sitzung Fahrt per Extradampfer nach der Petersinsel, wo gemeinsam mit Gästen aus Neuenstadt, Biel und Umgebung, sowie aus Neuenburg das Mittagessen und nachher ein Spaziergang stattfand.

978. Sitzung vom 25. Oktober 1902.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr H. Strasser. Anwesend: 30 Mitglieder und Gäste.

1. Die vom Kassier vorgelegte **Rechnung über das abgelaufene Rechnungsjahr** wird genehmigt und verdankt.
2. Herr Th. Studer spricht über **« eine jetzt noch lebende Urform des Pferdes »**.
3. Herr Ed. Fischer demonstriert in Ergänzung seines am 19. Okt. 1901 gehaltenen Vortrages zwei im Mai 1901 **mit den Basidiosporen von Melampsorella Caryophyllacearum** DC. **infizierte Weisstannen**, an denen sich im Frühjahr 1902 kleine Hexenbesen entwickelt haben.

979. Sitzung vom 8. November 1902.

Abends 8 Uhr im Chemie-Zimmer des städt. Gymnasiums.

1. Herr E. König spricht und experimentiert über: **Elektrische Strom- und Spannungsresonanz.**

   Als Einleitung zu dem Hauptgegenstande demonstrierte der Vortragende das Verhalten eines Kondensators von 12 Mikrofarad Kapacität (bis 300 Volt brauchbar) im Wechselstromkreise. Die Experimente zeigten, wie bei Serienschaltung des Kondensators mit einem Widerstand von passender Selbstinduktion die Spannung an den Klemmen des Kondensators ein Vielfaches der Gesamtspannung sein kann, wie ferner bei Parallelschaltung des Kondensators mit einem Induktionswiderstand maximale Stromresonanz unter denselben Bedingungen stattfinde wie die Spannungsresonanz bei Serienschaltung. Die praktische Bedeutung der Kondensatorerscheinungen wurde erläutert an Hand der von Fleming, Cardew, Preece, Ferranti seinerzeit an den Kabeln Deptford-London angestellten Versuche und das Wesen des so viel missverstandenen «Ferrantieffektes» erklärt. Glücklicherweise sind in der Praxis im allgemeinen die Verhältnisse der Ausbildung von bedeutenden elektrischen Schwingungen in den Kabeln nicht günstig, indem die Eisenmassen der Transformatoren drosselnd auf dieselben wirken. Im Anschluss daran zeigte der Vortragende das Auftreten von Wechselströmen von hoher Frequenz und verhältnismässig hoher Stromstärke in einem parallel an die Klemmen einer Gleichstrombogenlampe angelegten Kondensatorkreise. Die Versuche zeigten deutlich die Unbrauchbarkeit elektromagnetischer Messinstrumente zur Messung dieser Wechselströme von bis zu 20,000 Stromwechseln per Sekunde, das Auftreten von Impedanzerscheinungen in den Leitungen, die einfache Konstruktion der Transformatoren ohne Verwendung von Eisen etc. Zum Schluss wurde beiläufig erwähnt, es scheine die Wirkung von Wechselströmen dieser Frequenz auf die Nerven kräftiger und unangenehmer zu sein als mit langsamern Schwingungen.
2. Hr. Heffter demonstriert einige **Pfeilgifte** aus Ostafrika, in Ergänzung seines früheren Vortrages über diesen Gegenstand.

980. Sitzung vom 22. November 1902.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. H. Strasser. Anwesend: 29 Mitglieder und Gäste.

Feier zur Erinnerung an Herrn Dr. Edmund von Fellenberg †.

1. Es sprechen die Herren Strasser, Th. Studer und A. Baltzer, letzterer speziell über Fellenberg als Geologen.

981. Sitzung vom 13. Dezember 1902.

Abends 8 Uhr im geologischen Institut.

Vorsitzender: Hr. H. Strasser. Anwesend: 57 Mitglieder und Gäste.

1. Es wird die **Adresse** verlesen, welche unsere Gesellschaft Herrn **Professor Dr. Ludwig Fischer** überreicht, zur Feier seiner 50jährigen Mitgliedschaft (Eintritt 18. Dezember 1852) in der bern. naturf. Gesellschaft.
2. Hr. Ed. Brückner spricht über: **Zur Entstehung des schweizerischen Jura und seiner heutigen Formen** (mit Projektionen).

Verzeichnis der Mitglieder

der

Bernischen Naturforschenden Gesellschaft.

(Am 31. Dezember 1902.)

Die mit * bezeichneten Mitglieder wurden im Jahre 1902 neu aufgenommen.

Vorstand.

Prof. Dr. *H. Strasser,* Präsident.
Prof. Dr. *J. H. Graf,* Vize-Präsident.
B. Studer, jun., Apotheker, Kassier seit 1875.
Prof. Dr. *J. H. Graf,* Redaktor der Mitteilungen seit 1883.
Dr. *Th. Steck,* Oberbibliothekar und Geschäftsführer des Lesezirkels.
Dr. *R. Huber,* Sekretär seit 1901.

Mitglieder.

1.	*Allemann,* J., Arzt, Zweisimmen	1898
2.	*Anderegg,* Ernst, Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern	1891
3.	*Andreæ,* Philipp, gew. Apotheker, Bern	1883
4.	*Badertscher,* Dr. A., Vorsteher der Knab.-Sekundarschule Bern	1888
5.	*Balmer,* Dr. Hans, Bern	1886
6.	*Baltzer,* Dr. A., Professor der Mineralogie und Geologie, Bern	1884
7.	*Beck,* Dr. Gottl., Lehrer des Freien Gymnasiums, Bern	1876
8.	*v. Benoit,* Dr. jur. G., Bern	1872
9.	*Benteli,* A., Professor und Rektor, Bern	1869
10.	*Benteli,* A., Buchdrucker, Bern	1891
11.	*Bohren,* A., Dr. phil., Lehrer an der landwirtsch. Schule Rütti	1901
12.	*Brückner,* Dr. Ed., Prof. der Geographie, Bern	1888
13.	*Brunner,* C., Dr. phil., Hofrath, Trautsohngasse 6, Wien	1846
14.	*Büchi,* Fr., Optiker, Bern	1874
15.	*Burri,* Dr. phil., Prosektor	1895
16.	*v. Büren,* Eug., allié von Salis, Sachwalter, Bern	1877
17.	*Coaz,* Dr., eidgenössischer Oberforstinspektor, Bern	1875
18.	*Conrad,* Dr. Fr., Arzt in Bern	1872
19.	**Crelier,* Dr., Priv. Doc., Lehrer am Technikum Biel	1902
20.	*Dick,* Dr. Rud., Arzt in Bern	1876
21.	*Droz,* Arnold, Kantonsschullehrer in Pruntrut	1890
22.	*Dubois,* Dr. med., Arzt, Professor, Bern	1884
23.	*Dumont,* Dr. med. F., Arzt, Professor, Bern	1890
24.	*Dutoit,* Dr. med., Arzt in Bern	1867

25. **Eberhard*, Dr. phil., Lehrer am Gymnasium Biel . . 1902
26. *Eguet*, Jules, Dr. med., Corgémont 1898
27. *Engelmann*, Dr., Apotheker in Basel 1874
28. *Farner*, Dr. A., Apotheker 1899
29. *Fischer*, Dr. phil. Ed., Professor der Botanik, Bern . . 1885
30. *Fischer*, Dr. L., Honorar-Professor, Bern 1852
31. *v. Freudenreich*, Dr. E., Bern 1885
32. *Friedheim*, Dr. Prof., Bern 1897
33. *Geering*, Ernst, Dr. med., Reconvillier 1898
34. **Gerber*, E., Lehrer, Florastrasse 17, Bern . . . 1902
35. *de Giacomi*, J., Dr. med., Arzt und Privatdozent, Bern . 1889
36. *Girard*, Prof. Dr. med., Arzt in Bern 1876
37. *Gosset*, Philipp, Ingenieur, Wabern bei Bern . . . 1865
38. *Graf*, Dr. J. H., Professor der Mathematik, Bern . . 1874
39. *Gressly*, Alb., Oberst, Maschinen-Ingenieur, Bern . . 1872
40. *Grimm*, J., Präparator, Bern 1876
41. *Gruner*, Dr. Paul, Gymnasiallehrer und Dozent, Bern . 1892
42. **v. Grünigen*, Lehrer, Bern 1902
43. *Guillebeau*, Professor Dr., Bern 1878
44. **Gurwitsch*, Dr., Priv. Doc., Anat. Institut . . . 1902
45. *Haaf*, C., Droguist, Bern 1857
46. *Haas*, Dr. med., Sigismund, Arzt in Muri bei Bern . . 1890
47. *Häni*, Rud., Dr. med., Arzt in Köniz 1900
48. *Hartmann*, Dr. phil., Mathemat. a. Eisenbahndepartement, Bern 1898
49. *Heffter*, Dr. A. W. A., Prof. der med. Chemie u. Pharmakologie 1899
50. *Held*, Leonz, Chef des eidgen. topograph. Bureaus, Bern . 1879
51. **Helgers*, cand. phil., Bern 1902
52. *Huber*, Dr. G., Professor der Mathematik, Bern . . 1888
53. *Huber*, Rud., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1891
54. *Hug*, Otto, Dr. phil., Bern 1897
55. *Jacky*, Ernst, Dr. phil., Bern 1901
56. *Jadassohn*, Dr. Prof., Bern 1897
57. *Jenner*, E., Entomolog, hist. Museum, Bern . . . 1870
58. *Jonquière*, Dr. med. Georg, Arzt in Bern 1884
59. **Juillerat*, Lehrer am Technikum Biel 1902
60. *Küch*, P., Sekundarlehrer in Bern 1880
61. *Kaufmann*, Alfr., Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern . 1886
62. *Kesselring*, H., Lehrer an der Sekundarschule in Bern . 1870
63. *Kissling*, Dr. E., Sekundarlehrer und Privatdozent, Bern . 1888
64. *Kohi*, Dr., Rektor der Kantonsschule Pruntrut . . . 1878
65. *Kocher*, Dr., Professor der Chirurgie, Bern . . . 1872
66. *von Kostanecki*, Dr., Professor der Chemie, Bern . . 1896
67. *König*, Emil, Dr. phil., Gymnasiallehrer u. Dozent, Bern . 1893
68. *Körber*, H., Buchhändler in Bern 1872
69. *Kraft*, Alex., Besitzer des Bernerhofs, Bern . . . 1872
70. *Krebs*, A., Dr. phil., Seminarlehrer in Bern . . . 1888
71. *Kronecker*, Dr. H., Professor der Physiologie, Bern . . 1884
72. *Kummer*, Dr. med. J., Arzt in Bern 1890
73. *La Nicca*, Dr. med. R., Arzt in Bern 1899
74. *Lanz*, Dr. Em., Arzt in Biel 1876
75. *Leist*, Dr. K., Lehrer an der Sekundarschule in Bern . 1888

76. *Lerch*, M., Professor Dr. in Freiburg 1898
77. *v. Lerber*, A., Dr. med., Arzt in Laupen 1898
78. *Lindt*, Dr. med., W., Arzt und Dozent in Bern . 1888
79. *Lory*, C. L., Rentier in Münsingen 1894
80. *Lüscher*, E., Dr. med. in Bern 1895
81. *Lütschg*, J., gewesener Waisenvater in Bern . . . 1872
82. **Mai*, Dr. Jul., P.-D. der Chemie 1902
83. *Marti*, Lehrer an der Neuen Mädchenschule in Bern . 1892
84. *Mooser*, W., Dr., Belpstrasse 71, Bern 1901
85. *Moser*, Ch., Professor Dr. in Bern 1884
86. *Müller*, Emil, gew. Apotheker in Bern 1882
87. *Müller*, Professor Dr.. P., in Bern 1888
88. *v. Mutach*, Alfred, von Riedburg, Bern 1865
89. *Mützenberg*, Dr. med. Ernst, Spiez 1885
90. *Nanny*, Dr. Wilhelm. Arzt in Mühleberg 1890
91. *Nicolet*, L., Pharmacien, St. Imier 1892
92. *Pfister*, J. H., Mechaniker in Bern 1871
93. *Pflüger*, Dr. Professor in Bern 1889
94. *Pulver*, G., Vorsteher in Hindelbank 1891
95. *Renfer*, H., Dr. Prof. an der Handelsakademie in St. Gallen 1898
96. *Ris*, F., Lehrer der Physik am städtischen Gymnasium . 1869
97. **Rosenmund*, Oberst, Ingenieur. Bern 1902
98. *Rothen*, G., Sekundarlehrer, Bern 1900
99. *Rothenbühler*, Dr.. Sekundarlehrer in Bern. . . . 1896
100. *Rubeli*, Dr. O., Professor an der Thierarzneischule, Bern . 1892
101. *Sahli*, Professor Dr. H., Bern 1875
102. *Sauter*, Dr. J., Ingenieur, Bern 1900
103. *Schaffer*, Prof. Dr., Kantonschemiker, Bern . . . 1878
104. *Schapiro*, Dr. J., Bern 1900
105. *Schlachter*, Dr., Gymnasiallehrer, Bern 1884
106. *Schmid*, Dr. W., Oberst, Oberinstruktor der Artillerie, Bern 1891
107. **Schönemann*, Dr., Bern 1902
108. *Schürch*, Otto, Dr. phil., Zahnarzt, Langnau . . . 1898
109. *Sidler*, Dr., Honorar-Professor, Bern 1856
110. *v. Speyr*, Dr. Prof., Direktor der Waldau . . . 1898
111. *Spiess*, Otto, Dr., Assistent in Trappes (France) . . 1901
112. *Stäger*, Rob., Dr. med., Bern 1898
113. *Steck*, Th.. Dr. phil., Konservator am Naturhist. Museum Bern 1878
114. *Steiger*, Hans, Oberstlieutenant, Bern 1897
115. **Steinegger*, Rud., Dr., I. Assistent. Liebefeld . . . 1902
116. *Stooss*, Max, Professor Dr. med.. Arzt in Bern . . 1883
117. *Strasser*, Dr. Hans, Professor der Anatomie, Bern . . 1872
118. *Strelin*, Alexander, Dr. med., Arzt, Bern 1898
119. *Streun*, G., Dr., Sekundarlehrer, Bern 1898
120. *Studer*, Bernhard, sen., Bern 1844
121. *Studer*, Bernhard, Apotheker, Bern 1871
122. *Studer*, Dr. Theophil, Professor der Zoologie, Bern . . 1868
123. *Studer*, Wilhelm, Apotheker in Bern 1877
124. *Tambor*, J., Dr. phil., Prof., Laboratorium, Bern . . 1894
125. *Tanner*, G. H., Apotheker in Bern 1882
126. *Tarel*, Professor Dr. E., Bern 1892

127. *Thiessing*, Dr., Redaktor, Bern 1867
128. *Thomann*, Dr., Apotheker in Bern 1901
129. *Tenninger*, E., Cäzilienstrasse 44, Bern 1901
130. *v. Tscharner*, Dr. phil. L., Oberst, Bern 1874
131. *v. Tscharner-de Lessert*, Oberst, Bern 1878
132. *Tschirch*, Dr. A., Professor der Pharmakognosie in Bern . 1890
133. *Valentin*, Professor Dr. med. Ad., Arzt in Bern . . 1872
134. *Vögeli*, H., Dr. med., Thun 1898
135. *Volz*, Wilhelm, Apotheker in Bern 1887
136. *Wäber-Lindt*, A., Bern 1864
137. *Walthard*, Max, Dr. med. P.-D., Arzt in Bern . . . 1894
138. *v. Wattenwyl-v. Wattenwyl*, Jean, Oberst, Bern . . 1877
139. *Wilhelmi*, A., Dr. Thierarzt, Bern 1898
140. *Wüthrich*, Dr. phil. E., Direktor der Fabrik Neuenegg . 1892
141. *Wyss*, Dr. G., Buchdrucker in Bern 1887
142. *Wyttenbach-v. Fischer*, Dr., Arzt in Bern 1872
143. *Zeller*, R., Dr. phil., Geolog, Bern 1893
144. *Zumstein*, Dr. med., J. J., in Marburg . . . 1885

Mitgliederzahl auf 31. Dezember 1902: 144.

Im Jahre 1902 ausgetreten:

Hugi, E., Dr. phil., Assistent am geolog. Institut, Bern . . 1900
Marchwald, Dr. Max, Frankfurt a. M. 1889
Müller, Max, Dr. med. in Bern 1893
Pabst, E., Apotheker in Interlaken 1890

Im Jahre 1902 gestorben:

v. Fellenberg, Dr. phil. E., Bergingenieur, Bern . . . 1861
Wanzenried, Sekundarlehrer in Grosshöchstetten . . . 1867
Wattenwyl, Heinrich, Dr. med., Giessbach 1898

Korrespondierende Mitglieder:

1. *Flesch*, Dr. M., Arzt in Frankfurt 1
2. *Gasser*, Dr. E., Professor der Anatomie in Marburg . . 1
3. *Graf*, Lehrer in St. Gallen 1
4. *Grützner*, Dr. A., Professor in Tübingen 1
5. *Hiepe*, Dr. Wilhelm, in Birmingham 1
6. *Imfeld*, Xaver, Topograph in Hottingen 1
7. *Krebs*, Gymnasiallehrer in Winterthur 1
8. *Landolf*, Dr., in Chili 1
9. *Lang*, Dr. A., Professor in Zürich 1
10. *Leonhard*, Dr., Veterinär in Frankfurt 1
11. *Lichtheim*, Professor in Königsberg 1
12. *Metzdorf*, Dr., Prof. der Vet.-Schule in Proskau, Schlesien. 1
13. *Petri*, Dr. Ed., Professor der Geographie in St. Petersburg 1
14. *Regelsperger*, Gust., Dr., rue la Boétie 85, Paris . . 1
15. *Rothenbach*, Lehrer am Lehrerseminar in Küssnacht . . 1
16. *Wälchli*, Dr. med. D. J., Buenos Ayres 1
17. *Wild*, Dr. Professor, in Zürich 1

Rechnung der bernischen naturforschenden Gesellschaft pro 1901.

Einnahmen.

An Jahresbeiträgen	Fr.	1064.—
An Eintrittsgeldern	»	30.—
An Zinsen	»	125.05
An verkauften Mitteilungen	»	13.50
An ausserordentlichen Beiträgen	»	308.20
	Fr.	1540.75

Ausgaben.

Passiv-Saldo letzter Rechnung	Fr.	243.15
Mitteilungen	»	1142.75
Bibliothek	»	193.20
Sitzungen	»	119.20
Lesezirkel	»	71.40
Verschiedenes	»	84.00
	Fr.	1853.70

Bilanz.

Ausgaben	Fr.	1853.70
Einnahmen	»	1540.75
Passiv-Saldo	Fr.	312.95

Reservefonds

ist im Jahre 1901 unverändert geblieben wie im Vorjahre Fr. 1800.—

Koch-Fundus

Kassa-Schein der Hypothekarkassa des Kantons Bern à 4% . Fr. 500.—

Vermögensetat.

Das Vermögen der bernischen naturforschenden Gesellschaft besteht auf 31. Dezember 1901 in dem Reservefonds	Fr.	1800.—
Kochfundus	»	500.—
	Fr.	2300.—
Weniger dem Passiv-Saldo obiger Rechnung	»	312.95
Demnach netto	Fr.	1987.05
Auf 31. Dezember 1900 betrug das Vermögen	Fr.	2056.85
Auf 31. Dezember 1901 beträgt dasselbe	»	1987.05
Es ergibt sich demnach eine Verminderung um	Fr.	69.80

Der Kassier:

B. Studer-Steinhäuslin.

Genehmigt in der Sitzung vom 25. Oktober 1902.

Professor Daniel Huber

(Nach einem Bilde im Besitze der Tit. Familie Huber-Burckhardt in Basel)

J. H. Graf.

Daniel Huber's trigonometrische Vermessung des Kantons Basel (1813—1824).

(Vorgetragen in der Sitzung vom 30. November 1901.)

Beim Durchgehen eines Katalogs des Antiquariats Geering in Basel fand sich ein Manuscript «Trigonometrische Berechnungen von Prof. Daniel Huber», welches auf unsere Veranlassung sofort vom Eidgen. topographischen Bureau in Bern erworben worden ist. Das sauber geschriebene und gut erhaltene Manuscript erwies sich als ein «Versuch einer trigonometrischen Vermessung des Kantons Basel von Daniel Huber, Prof. Math. 1824», und dasselbe soll nun im Nachfolgenden mit einigen Erläuterungen und Bemerkungen zum theil auszugsweise wiedergegeben werden. Denselben fügen wir einige andere Akten bei, welche uns gütigst vom Staatsarchiv Baselstadt zur Bearbeitung überlassen worden sind.

Daniel Huber (1768—1829), dessen Biographie einerseits von *P. Merian*[1]), andrerseits von *R. Wolf*[2]) gegeben worden ist, war der Sohn des Astronomen *Joh. Jakob Huber*[3]) (1733—1798), dessen Biographie wir 1892 der Basler Naturforschenden Gesellschaft bei Anlass der Feier ihres 75jährigen Bestehens gewidmet haben. Wenn auch Joh. Jakob Huber viele Misserfolge bei seinem wissenschaftlichen Streben zu verzeichnen hatte, so hat er trotz derselben in seinem Sohne Daniel das heilige Feuer der Begeisterung für die wissenschaftliche Forschung anzufachen und zu nähren gewusst, so dass Basel in Professor Daniel Huber ein ausserordentlich tüchtiger Bürger heranwuchs, dessen Namen dort noch

[1]) Nekrolog von P. Merian in den Verhandlungen der Schweizer. Naturf. Gesellschaft 1830. S. 145—152.

[2]) Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz I. S. 441—462.

[3]) Das Leben und Wirken des Physikers und Astronomen Joh. Jakob Huber aus Basel (1733—1798). Mit dem Bildnisse Hubers und einer Tafel, seine von ihm erfundene freie Uhrhemmung darstellend. Mittheilungen der Berner Naturf. Gesellschaft. 1892.

jetzt in hohem Andenken steht. Daniel Huber verzichtete 1790 auf die Berufung als Astronom an das Observatorium in Danzig und wurde im folgenden Jahre Nachfolger seines Lehrers *Johannes II. Bernoulli* auf dem Lehrstuhl der Mathematik an der Hochschule seiner Vaterstadt. Huber hat durch eigenes Nachdenken die *Methode der kleinsten Quadrate* gefunden, deren Entdeckung dann später *Gauss* und *Legendre* zugeschrieben wurde. Sein mathematisches Hauptwerk ist eine Parallelentheorie: «Nova theoria de parallelarum rectarum proprietatibus, Basil., 1823 in 8», ein Werk, über das sich Legendre sehr anerkennend ausgesprochen. Daneben hat Huber die Astronomie nicht vernachlässigt. Ausser einigen astronomischen Manuscripten, welche im Besitze der Universitätsbibliothek in Basel sind, publizierte er:

1) Circa phænomena quae in stella Persii Algol observantur quædam proponit D. Huber. (Nova Acta helvetica vol. 1. Basil., 1787 in 4.)

2) Versuch über das astronomisch-nautische Problem betreffend die Reduktion der scheinbaren Monds-Distanzen auf wahre.
(Zachs monatliche Korrespondenz.)

3) Versuch über die Verdienste Lamberts in den mathematischen und physischen Wissenschaften. Basil., 1829 in 8.

Er wusste auch seine Kollegen von der philosophischen Fakultät dafür zu bestimmen, dass aus Geldern der Fakultät. durch Zachs Vermittlung, ein Spiegelsextant von Troughton mit silbernem Limbus angeschafft wurde. D. Huber ist uns aber noch bedeutend dadurch, dass er 1816 an der 2. Versammlung der Schweizer. Naturforschenden Gesellschaft in Bern theilnahm und 1817 die blühende Basler Naturforschende Gesellschaft gestiftet hat. Er wurde 1821 Jahrespräsident der Versammlung der Schweiz. Naturforschenden Gesellschaft in Basel.

Endlich ist noch eine Seite seiner Thätigkeit zu erwähnen. 1802 wurde er Bibliothekar der Universitätsbibliothek, welche er nicht nur jahrelang ausgezeichnet verwaltete, sondern welcher er bei seinem Tode seine ganze Bücherei, alle seine Manuscripte und Instrumente, damals auf ca. 30,000 Fr. gewerthet, hinterliess. Dadurch ist die Basler Universitätsbibliothek zu einer wahren Fundgrube für die ältere Litteratur für jeden Mathema-

tiker, Astronomen und Physiker geworden. Huber starb ziemlich unerwartet am 3. Dezember 1829.

Für seine Instrumente[1]) fand er in Basel einen ausgezeichneten Mechaniker *Joh. Burkard Ecklin* (1788—1856), der ihm besonders in den Jahren seiner trigonometrischen Operationen sehr zu statten kam. Ecklin hatte einige Zeit beim berühmten Mechaniker Reichenbach in München gearbeitet und sich 1812 in Basel etablirt. Dann sind als Huber's Mitarbeiter auf dem Gebiete der Vermessung zu nennen:

1) *Joh. Jakob Schäfer* von Seltisberg bei Liestall (1745—1823), ursprünglich Müller, dann Landkommissarius. 1798 Mitglied der aus 5 Gliedern bestehenden Verwaltungs-Kammer von Basel.

2) *J. M. Zeiher* aus dem Anspachischen, ein geschickter Gärtner, Botaniker und Geometer.

3) *Andreas Merian*, 1794 in Basel geboren, wurde 1813 Adjunkt des Landkommissärs Schäfer und des Oberförsters Hagenbach. Einige Jahre später bestimmte man seine Pflichten näher; darnach sollte er in erster Linie dem Landkommissär bei staatlichen Vermessungen helfen, in der übrigen Zeit dem Oberförster die Bureaugeschäfte besorgen etc. Merian konnte mit staatlicher Beihülfe 1817 zwei Jahre in Karlsruhe und München sich weiter ausbilden, kehrte 1819 zurück, sollte H. bei seiner Vermessung beistehen. 1822 wurde er Strassen- und Wasserbauinspektor. Anfang der dreissiger Jahre in die politischen Unruhen verwickelt, wurde er in seinem Amt stillgestellt; er verliess Basel und ging nach Aarau. Nachher amnestiert, kehrte er nicht mehr in seine frühere Stellung zurück, sondern suchte er 1834 seine Entlassung nach, welche er erhielt. Gegen Ende seines Lebens wohnte er in Neuenburg und starb dort.

4) *Andreas Bräm* von Dättlikon, 1797 in Basel geboren. Er hatte aus Liebhaberei, durch Augenmass und Abschreiten, eine Karte eines Grosstheils vom Kanton Basel, sowie der angrenzenden Theile des Bisthums und des Mark-

[1]) Wolf, Geschichte der Vermessungen. 195—198.

grafenlandes gemacht, die gar nicht übel war. Huber wurde auf ihn aufmerksam; er anerbot sich, Bräm in den Gebrauch der Instrumente einzuführen und darin leistete er Huber grosse Dienste. Bräm machte dann 1825 sein theologisches Examen, wär eine Zeit lang Lehrer an der Töchterschule, er wurde sodann Pfarrer in Duisburg und in Mörs in Rheinpreussen, wo er starb.

Schon im Jahr 1811 hat *Dr. C. Bernoulli*[1]) eine Vermessung des Kantons Basel geplant und am 5. Juni 1812 eine sachbezügliche Eingabe an einen einflussreichen Ratsherrn mit der Bitte um Beihülfe gerichtet. (Siehe Anhang Nr. 1), worauf die «lobl. Haushaltung» des Kantons, eine Art Staatswirtschafts-Kommission mit exekutiver Gewalt, am 24. Juni 1812 den Auftrag erhielt, die Angelegenheit zu untersuchen und sich mit Herrn Bernoulli in Verbindung zu setzen (Anhang Nr. 2). In einer weitern Eingabe (Anhang Nr. 3) vom 27. Juni 1812 theilt Bernoulli mit, dass er sich mit dem Herrn Ratsherrn *Finsler* in Zürich, dem spätern Oberstquartiermeister, und Herrn Präsident *Escher* in Verbindung gesetzt und sich über sein Unternehmen mit ihnen, hauptsächlich über die Instrumente, beraten habe. Wohl habe die phil. Fakultät einen Sextanten, der aber nicht so praktisch für die Kantonsvermessung zu gebrauchen wäre; es wäre besser, einen Theodoliten in Stuttgart, Darmstadt oder wenigstens in Zürich (bei Oeri) zu bestellen, dessen Ausgabe sich auf ca. 20—30 Louisd'or belaufen würde. Daraufhin wurde am 20. Juli die Universität angefragt, welche Instrumente dem Herrn Dr. C. Bernoulli für sein Unternehmen zur Verfügung gestellt werden könnten (siehe Anhang Nr. 4), worauf der Rektor, Prof. Hier. König, einen von Prof. Daniel Huber mit vielem

---

[1]) Es ist dies wohl kein anderer als *Christoph Bernoulli*, geb. 15. Mai 1782, Sohn des Professors der Eloquenz und Dompropsteischaffners Daniel II. Bernoulli. C. Bernoulli studierte 1801 in Göttingen, wo er auch doktorierte, wurde Lehrer am Pädagogium in Halle, besuchte Berlin und Paris und wurde Professor an der Basler Hochschule. Technisch ist er bekannt als Verfasser des «Vademekum des Mechanikers», das 1829 bei Cotta zum ersten Male erschienen ist. Über das Leben dieses auch als Nationalökonom bedeutenden Gelehrten vergl. F. Burckhardt, Zeitschrift für schweiz. Statistik. 1898. 34. Band.

Fleiss ausgearbeiteten und die ganze Wichtigkeit dieses Gegenstandes in das helleste Licht stellenden Bericht einsandte. (25. Juli 1812).

Die Regierung bewilligte unter dem 23. Dezember 1812 den Kredit für Auschaffung eines Theodoliten. Es scheint aber, dass daraufhin Bernoulli die Sache liegen liess. Hingegen trat nun Professor Daniel Huber an seine Stelle. Von ihm rührt her eine Eingabe vom 4. Mai 1813 folgenden Inhalts:

Wohlweiser Herr Bürgermeister,
Hochgeachte Herren!

Zu Ende vorigen Jahres haben Ew. Weisheiten Einer Löbl. *Haushaltung* die Hand zu öffnen geruht, um einen Theodoliten anzuschaffen, der zur trigonometrischen Aufnahme unsers Cantons zunächst dienen sollte. Dieses Instrument war alsobald bey den H^n^ Baumann u. Kinzelbach in *Stuttgard* bestellt worden, welche mir dasselbe vor Ende gegenwärtigen Monats zu liefern zugesichert haben.

Da nun also diese Operationen bald ihren Anfang nehmen können, so ergeht an Ew. Weisheit hiermit in Ehrerbietung das geziemende Ansuchen um die Bewilligung folgender Punkte, welche zum guten und ungehinderten Fortgang dieser Messungen erforderlich sind.

Erstlich: ein Patent, durch welches ich zu dieser Arbeit Hochobrigkeitlich autorisirt würde, und in welchem die Herren Bezirksstatthalter, sowohl als die Herren Gemeinde Raths Präsidenten, angewiesen würden, mir auf mein Ansuchen den benöthigten Schutz, Unterstützung und Beyhülfe in Betreff der zu errichtender Signale, des Transport der Instrumente, u. s. w. zu gewähren.

Zweytens wünschte ich: dass, entweder diesem Patente beygefügt, oder in einem besondern Passus eine Empfehlung an die nächsten höhern und niedern Behörden der Gränz Cantone *Solothurn* und *Aargau* ausgefertigt würde, mir benöthigten Falls ihren Schutz ebenfalls angedeihen zu lassen. Da es für die Triangulirung unsers Cantons vortheilhaft seyn wird, wenigstens zwey Standpunkte im Canton *Solothurn*, nämlich auf dem *Passwang*, u. auf der *Gempenfluh* damit zu verbinden, so werde ich, wenn ich das Locale näher werde bestimmt haben, alsdann bey

Ew. Weisheiten besonders um Verwendung bey der hohen Regierung von *Solothurn* anhalten.

Drittens: Die Anweisung einer *Behörde*, welcher ich sowohl den Plan der zu unternehmender Arbeit, zur Genehmigung, als auch die betreffenden Conti für die Errichtung der Signale, für den Transport der Instrumente, u. für andre Auslagen, zur Bezahlung vorzulegen hätte.

Viertens: Einen Auftrag an Lobl. Waldkommission: den Herrn *Oberförster* zu bevollmächtigen, dass ich mich, um die Arbeit zu befördern, nur an Ihn zu wenden hätte; sey es wegen Herbeyschaffung des benöthigten Holzes zu den Signalen, oder wegen der zu Erhaltung freyer Aussicht etwaigen nöthiger Wegräumungen.

Ew. Weisheiten können versichert seyn, dass ich es mir zur angelegentlichsten Pflicht machen werde, die Waldungen des Cantons in aller Rücksicht auf das gewissenhafteste zu schonen; so wie ich mich auch überhaupt verpflichte, nicht nur keine unnöthigen Ausgaben zu veranlassen, sondern auch mit allem Eifer darauf zu sehen, dass in allem die grösstmögliche Oeconomie beobachtet, und der Staat so wenig als möglich mit Ausgaben belästigt werde.

Obigen Punkten wage ich noch einen unvorgreiflichen Vorschlag beyzufügen. Die Erfahrung zeigt, dass solche Signale nicht nur von Wind und Wetter, sondern auch von Muthwillen und Eigennutz manchmal Anfälle auszuhalten haben. Ich glaube also, es würde nicht unthunlich seyn: entweder durch eine öffentliche Publication, oder durch eine den Gemeinden vorzulesende Ermahnung zu erklären, dass die zu errichtenden Signale mit Vorwissen und Bewilligung der hohen Obrigkeit aufgestellt, und unter ihrem besondern Schutze stehen, und vor jeder Beschädigung derselben ernstlich zu warnen.

Ich verharre übrigens mit schuldiger Hochachtung Ew. Weisheiten

Treugehorsamer Burger

Dan. Huber, Prof. Math.

Basel. 1813 Maj 4.

Ferner eine *Eingabe vom 18. Mai 1813 an die hochlöbl. Haushaltung des Kantons Basel.* Dieselbe besteht aus folgenden Teilen:

I. Teil: Huber setzt den Gang der trigonometrischen Vermessung des Landes auseinander, vor allem die Grundlage derselben, die Basismessung. Die Messung einer Basis sei aber eine delikate Sache. Es sei besser, an eine bereits begonnene Vermessung, wie diejenige von Schanzenherr *Feer* von Zürich aus, oder die von Professor *Trechsel* von Bern aus angefangene, anzuschliessen. Auch hofft er auf die Verbindung mit einer dritten Triangelreihe, welche Hofrath *Wild* in Müllheim i. B., gestützt auf eine nahe bei Müllheim gemessene Basis, begonnen hat. Dann kommt er auf die *Primartriangulation* eines Landes, auf die *Orientierung des Dreiecknetzes*, Bestimmung der *Lage von Basel*, die *secundären* und *tertiären* Triangulationen, das Aufnahmeverfahren zu sprechen.

Der II. Teil beschlägt die im *Sommer 1813 vorzunehmenden Arbeiten*; H. will die Bestimmungen wegen der Kleinheit seines Instruments unabhängig kontrollieren, dazu hat er eine dreifache Reihe von Dreiecken entworfen, die er in einer beigegebenen Zeichnung durch blaue, schwarze und rothe Linien unterscheidet. Da die Primartriangulation die Grundlage des ganzen Werkes ist, so wird er keine Mühe scheuen, sie möglichst genau zu machen und sie im Sommer 1813 zu vollenden trachten.

III. Teil handelt von den zum Werke *nötigen Einrichtungen* und *Hülfsmitteln.*

1. wurde die Frage aufgeworfen, ob ihm ein Gehülfe zu geben sei; er wünscht keinen, da er an einsames Arbeiten gewöhnt sei.
2. Jedem, der sich für das Werk interessiert, werde er gerne Auskunft geben.
3. Ein Gehülfe wird bei der spätern Triangulation allerdings nothwendig sein.
4. Zwei Träger für den Transport der Instrumente genügen.
5. Für die Instrumente werde er schon aus Interesse, Bürgersinn und vieljähriger Uebung grosse Sorge tragen, dies sei die einzige Garantie, die er geben könne.

6. Von den Beobachtungen werde er eine Copie ins Depot liefern.
7. Alle auf das Land, seine physische Beschaffenheit und Landwirthschaft bezüglichen Bemerkungen werde er der Regierung mittheilen.
8. Das ganze Werk übernehme er ohne Honorar, hingegen wünsche er vergütet die Auslagen
   1. für Errichtung der Signale;
   2. für den Transport der Instrumente;
   3. für Reise und Verköstigung;
   4. für kleine Entschädigungen an die Landeigenthümer; grössere werde er stets vorher dem Rathe vorbringen;
   5. für Verbesserungen an den Instrumenten.

   Es sollte hierüber ein Budget aufgestellt werden.

Anschliessend daran liegt eine Notiz folgenden Inhalts bei den Akten:

Von Solothurn und Aargau wünscht er:

1. einen Pass mit Empfehlung an die hohen und niedern Behörden der an Basel angrenzenden Theile;
2. von Solothurn allein die Erlaubniss zur Errichtung von Signalen auf der mittäglichen Seite der Gempenfluh und des Passwang. Es sollten 4seitige Steinpyramiden von 4 Fuss Seite und 8 Fuss Höhe errichtet werden.
3. Von Solothurn, dass auf Dürren-Eck oder Bölchenfluh, auf Geissfluh bei Oltingen einige Bäume gefällt werden dürften, um einen freien Blick nach den Kantonen Basel und Bern zu erhalten;
4. dass von Solothurn ein Befehl ausgehe, die Signale zu respectiren, hauptsächlich für die Gemeinde Gempen, Dornach, Hobel, Mümliswyl, Berkiswyl, Instwald, Iffenthal, Hauenstein, Wiesen, Rohr, Kuenburg bei der Geissfluh.
   Basel, Mai 28., 1813.

Dazu kommt noch ein weiterer *Nachtrag zu den Freitags angegebenen Noten.*

Im Schreiben von Solothurn möge man bemerken, dass die Standpunkte Gempenfluh und Passwang besonders geeignet seien,

den Kanton Basel zu vermessen, und der Passwang nötig sei für die Verbindung mit der Vermessung des Kantons Bern.

Es könnte sonst der Regierung von Solothurn kurios vorkommen, dass man, um Basel zu vermessen, auf ihrem Gebiet Signale nothwendig habe.

Montags, 1813, Mai 31.

Bericht über die im Jahre 1813 die Vermessung des Kantons Basel vorgenommenen Vorrichtungen.

Nachdem unter dem 23. Dezember 1812 der Kantonsrat der löblichen Haushaltung den Kredit zur Anschaffung eines Theodolits bewilligt hatte, bestellte H. nach einer Rücksprache mit Staatsrat *Stehlin* das Instrument bei den Herren *Baumann* und *Kinzelbach* in Stuttgart. Ueber das Instrument korrespondierte er mit Hofrat *Wild* in Müllheim. Ende April war Oberst *J. H. Weiss* bei ihm, der darüber klagte, dass das Signal auf dem Wiesenberg schon mehrmals umgeworfen worden sei; H. versprach, es wieder aufrichten zu lassen. Andere Geschäfte und schlechtes Wetter waren den Arbeiten hinderlich. Das Signal auf dem Wiesenberg wurde auf Anordnung des Statthalters vom Bezirk Sissach aufgestellt und so an vielen andern Punkten auch. H. entwickelte grossen Fleiss, z. B. an einem Vormittag hielt H. die Dekanatsrede, am Nachmittag war er schon wieder auf Exkursionen. Am 15. Juli wurde der Theodolit von Stuttgart eingeliefert. So gings bis 1. October.

Basel, 1814, Juli 7.

Von den Behörden des Kantons Aargau wurde ihm jeglicher Schutz zugesichert (Anhang Nr. 5, 6 und 7). Dasselbe geschah von Seiten Solothurns (Anhang Nr. 8, 9, 10). Im Staatsarchiv finden sich eine Reihe von Berichten und Rechnungen über die 1813—24. Von besonderm Interesse ist eine Eingabe vom 15. März 1815, die wir in extenso aufführen.

Hochgeachter Herr Präsident,
Hochgeachte, Hochzuverehrende Herren!

Zur Beförderung der mit Anfangs der schönen Jahreszeit wieder zu beginnender Operationen, die trigonometrische Vermessung des Cantons betreffend, gebe ich hiermit die Ehre folgende zwey Vorschläge zu thun.

I.

Wenn ich in dem, Einer Hochlöblichen Haushaltung vor zwey Jahren eingegebenen Plane zur Unternehmung dieser Vermessung mich geäussert hatte, dass man der Messung einer Basis überhoben seyn könnte, wenn man das Dreyeck System *unsers Cantons* mit dem des *Kantons Bern* verbinden könnte, so hatte ich dabey hauptsächlich öconomische Betrachtungen berücksichtiget, wenn es mir gleich lieber gewesen wäre, auch für unsre Dreyeck Reihe eine besondere Basis zu messen, welches in mehreren Rücksichten vortheilhaft wäre.

Auch würden die Unkosten nicht *so* beträchtlich seyn, dass der Staat dieselben, wenn es auch nur der Ehre halber wäre, die Messung des Cantons unabhängig für sich unternehmen zu können, nicht über sich nehmen könnte. Es wird aber die Messung einer Basis noch wünschenswerther, wenn eine allgemeine Cadastrirung des Kantons näher seyn sollte, als es bey Unternehmung der Messung des Ganzen zu Anfang das Ansehen hatte.

Für unsern Canton zu vermessen ist eine kleine Basis von 3000 bis 7000 Schuhen hinreichend, wenn die Messung genau unternommen wird. Diese Genauigkeit könnte einigermassen mit tannenen Messstangen, aber doch weit besser mit einer grossen Messkette erhalten werden. Ausser dem nämlich, dass man bey der Messung mit hölzernen Stangen verschiedenen kleinen Fehlern unterworfen ist, ist die Operation mit einer Kette viel geschwinder vollendet, und erfordert nicht so viele Zurüstungen als bey jenen. Es wäre beydes hier auseinander zu setzen viel zu weitläuffig, ich bin es aber auf besonderes Begehren erbötig zu thun.

Eine solche Messkette muss sich aber von den gewöhnlichen Feldmesser Ketten in mehrerem unterscheiden, und kömmt daher ziemlich hoch zu stehen; deswegen ich eben, ehe ich dieselbe ausfertigen liesse, meinen Hochgeachten Herren Anzeige davon zu thun mich verpflichtet erachtet.

Sie muss erstlich eine beträchtliche Länge haben. Hundert Fuss ist das eben rechte Maass. Zweitens darf sie nicht nur aus dickem Eisendrath, sondern aus Stahl bestehen, der auf einen gewissen Grad gehärtnet ist. Drittens können die Glieder nicht nur durch Ringe an einander hängen, sondern sie müssen durch genau gearbeitete charnieres mit einander verbunden seyn.

Unser Herr Mechanicus *Ecklin* wäre im Stande eine solche Kette vortrefflich auszufertigen. Ich habe mit ihm vorläuffig darüber gesprochen. Er glaubt, Er könne sie um 100 franken liefern; ich muss aber gestehen, ich glaube, er würde wohl so viele Arbeit daran haben, dass sie auf 100 Basel Pfunde würde zu stehen kommen. Da ich Herr *Ecklin* immer sehr billig gefunden habe, so glaube ich, wäre es besser, ihn erst nach vollendeter Arbeit den Preis bestimmen zu lassen, als vorher mit ihm zu acordiren.

Es ergeht also hiermit meine geziemende Bitte an meine Hochgeachten Herren dahin: zu Anschaffung einer solchen Messkette die Erlaubniss zu ertheilen. Wenn die Anschaffung von Messstangen sich nicht so hoch belaufen würde, so gewinnt man, da eine Messung vermittels einer Kette mit mehr Beförderung und weit weniger Apparat und Zurüstungen zu Stande gebracht werden kann, auf dieser Seite wieder einen beträchtlichen Theil des Ueberschusses.

Eine genaue Messkette würde übrigens nicht nur zunächst für diese Vermessungen die trefflichsten Dienste leisten, sondern auch in der Folge zu jeder genau zu unternehmenden Messung zu gebrauchen seyn.

II.

Wenn die Triangulation des Cantons beendigt ist, so ist dann die Aufnahme der Details ein Geschäft, das nicht Monate, sondern Jahre erfordert; besonders, wenn zu einer Cadastrirung auch der kleinste Detail soll aufgenommen werden. Es ist daher von der grössten Wichtigkeit, dass wenigstens die Punkte der Primar Triangulation so bestimmt werden können, dass sie immer, wenn auch die Signale verunglücken sollten, wieder leicht können aufgefunden werden, da die Aufnahme der Details die Kenntniss jener Punkte immer voraussetzt.

Ich habe zwar, zur Wiederauffindung der Mittelpunkte der bestehenden Signale Alignement mit benachbarten Gegenständen, Bäumen, u. d. g. nehmen lassen, oder auf andere Weise dafür gesorgt; doch war ich mit diesen Versicherungen nicht ganz zufrieden, und vernahm daher vor einigen Wochen mit Vergnügen von Herrn Inspector *Laroche* einen hierher gehörigen

Vorschlag, der mir sehr zweckdienlich scheint, und den ich deswegen meinen Hochgeachten Herren hiermit vorlege, um von Hochdenselben zu vernehmen, ob Sie ihn zu genehmigen erachten.

Dieser Vorschlag besteht darin: in den Mittelpunkt der Signale von den *E. Gescheiden* der betreffenden Höhe Steine setzen zu lassen. Ein solcher Stein müsste nirgends hinweisen, aber doch genugsam bezeichnet werden, dass das Gescheid ihn immer für einen von Ihnen gesetzten Stein erkennen würde. Auch müsste ein jeder mit einer bestimmten Nummer bezeichnet, und in das Gescheids Protokoll eingetragen werden. Die Fälle sind *Gottlob* bey uns noch sehr selten, wo Marchsteine nicht respectirt werden, und wie ein solcher würden unsere Signal-Steine gewiss auch vor muthwilliger Beschädigung gesichert bleiben.

Solcher zu bestimmender und zu verwahrender Punkte möchten sich etwa 20 bis 25 erfinden. An den Stellen, welche hart an den Gränzen des Cantons liegen, möchten solche Steinsetzungen vielleicht nicht thunlich seyn. An solchen Orten muss man dann entweder einen Stein etwas weiter von den Gränzen wegsetzen, und dessen Lage auf das genaueste gegen den Mittelpunkt des Signales bestimmen, oder je nach Beschaffenheit des Locales auf andere Mittel bedacht seyn.

Sollte der Vorschlag von meinen Hochgeachten Herren genehmigt werden: so wünsche ich eine besondere Erlaubniss deshalb zu erhalten, welche ich den Herren Bezirksstatthaltern vorweisen könnte, um durch dieselben die betreffenden Gescheide in jedem benöthigten Falle requiriren zu können.

Dieses wären die beyden Vorschläge. Uebrigens verharre ich mit ausgezeichneter Hochachtung

Hochgeachter Herr Präsident,
Hochgeachte Herren

Dero Ergebenster
Dan. Huber, Prof. Math.

Basel, 1815 März 15.

Ueber den Verlauf der ganzen Unternehmung und ihre Resultate geben wir nun Huber selbst, nach dem eingangserwähnten Manuscript, das Wort.

Versuch einer trigonometrischen Vermessung des Kantons Basel.

Von **Daniel Huber**, Prof. Math.

1824.

Einleitung.

In der Einleitung entschuldigt sich H., dass die Dreiecksvermessung weder bezüglich der Genauigkeit noch der Vollständigkeit die Vollendung habe, die er gern gewünscht und gehofft hätte. Die *Gründe* hiefür seien:

1. Die sehr beschränkte Zeit. H. konnte daher nicht so viele Winkel messen, als ihm notwendig schien; auf einige Punkte musste er sogar Verzicht leisten.

2. Das *Instrument:* ein sechszölliges *Theodolith* von *Baumann*, einem ausgezeichneten Mechaniker in Stuttgart. Dasselbe besass nicht den höchsten Grad der Vollkommenheit; daher fasste er den Plan, durch viele Beobachtungen den Mangel ihrer Genauigkeit zu ersetzen.

Die Methode sollte von der bisherigen verschieden sein; den Plan dazu hatte H. schon vor 26 Jahren gefasst. Die gewöhnliche Methode beruht darauf: Man geht von einer Basis aus, an welche man Dreiecke so legt, dass jeder Punkt von zwei andern bestimmt wird. Dazu wären bloss zwei Winkel nötig; um aber eine Verifikation zu haben, misst man alle drei.

Seine Methode besteht darin: die Bestimmung eines jeden Punktes soll auf die Lage mehrerer anderer begründet werden, d. h. auf jeder Station sind so viele Winkel als möglich zu messen, um viele Vergleichungen zu haben. Er suchte ein Hauptdreieck, das fast den ganzen damaligen Kanton einschliessen würde, so genau zu bestimmen, dass man alle andern Punkte dann darauf beruhen lassen kann. Er nahm als Fundamentaldreieck: *Basel-Wiesenberg-Passwang* und sah, dass dieses Dreieck durch die Beobachtungen mit dem Theodolithen von Baumann nicht genug bestimmt sei. Deshalb trachtete er die Bestimmung mit dem *Reichenbach'schen* Kreise, einem 1817 von Reichenbach um 900 fl. ge-

kauften 12zölligen Kreis von Borda zu verifizieren. Das kostbare, eigentlich zu astronomischen Zwecken bestimmte Instrument musste aber dadurch den Gefahren des Transportes ausgesetzt werden; trotz dieses Bedenkens that Huber es aber doch, und mass aus Gründen der Genauigkeit ebenfalls bei Stationen in der Nähe der Stadt, wie auf der *Chrischona,* bei *Schauenburg* und *Scheurhalden* mit diesem Reichenbach'schen Instrument Winkel.

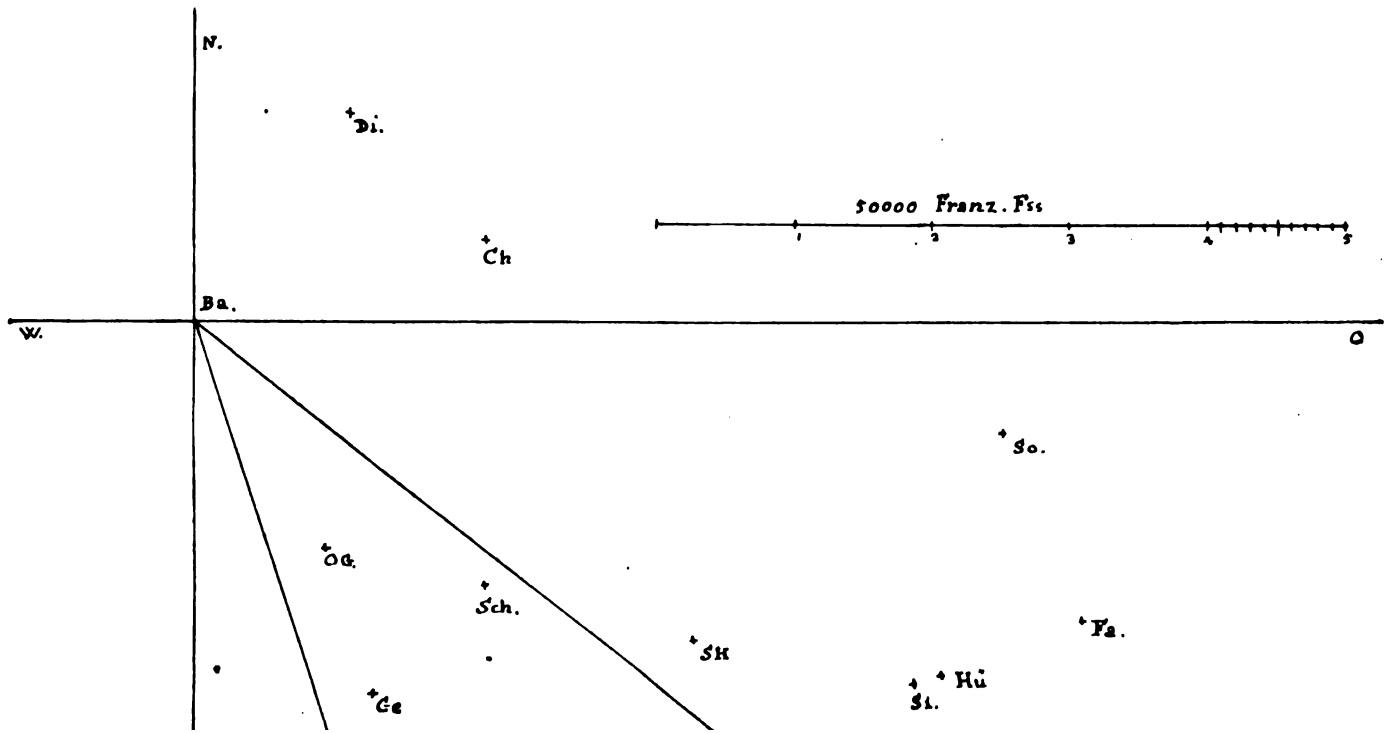
Die Lage der andern Punkte konnte er sodann durch Coordinaten auf den *Meridian von Basel* bestimmen. Um also einen Punkt aus andern herzuleiten, wurden zuerst aus einem Dreieck die Coordinaten desselben vorläufig bestimmt. Diese vorläufigen Coordinaten wurden mit den definitiven Coordinaten anderer Punkte, die vorher schon bestimmt waren, verglichen resp. die Winkel berechnet und diese mit den beobachteten Winkeln verglichen, die Abweichung mit ihrem Vorzeichen angemerkt. Hierauf wurde untersucht, welche Veränderungen von den angenommenen vorläufigen Coordinaten vorzunehmen wären, um die sämtlichen bemerkten Abweichungen so klein als möglich zu machen, und die sonach veränderten Coordinaten wurden alsdann als die definitive Bestimmung des fraglichen Punktes angesehen.

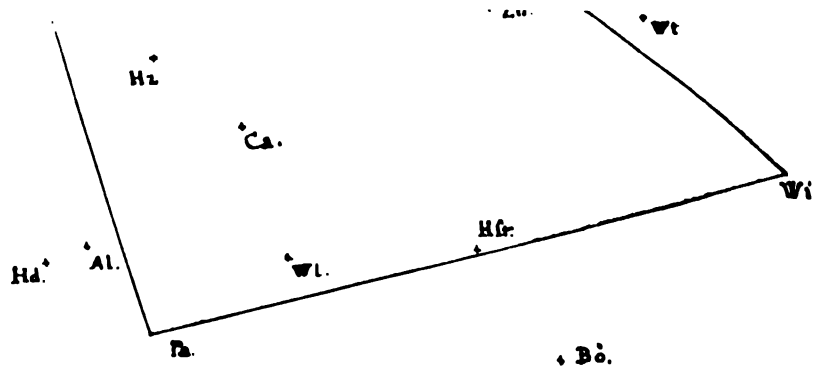
Huber hatte versucht, die vorzunehmenden Veränderungen mit der Methode der kleinsten Quadrate zu bestimmen[1]), sie führe aber zu weitläufigen Rechnungen, wo leicht Fehler unterlaufen können, darum zog H. vor, jene vorzunehmenden Veränderungen durch Versuche empirisch nach und nach auszumitteln, eine Methode, welche Resultate ergab, die von denjenigen durch die andern Methoden erhaltenen, nur durch Fraktionen von Fussen sich unterscheiden.

Ausser der Unvollkommenheit des Instruments, bemerkt H., kann es noch andere Fehlerquellen geben: da hinzu kommen die *Gestalt einiger Signale,* wie z. B. auf dem *Sonnenberg, Scheurhalden, Hühnersedel.* wo die Signale Bäume sind, welche von der senkrechten wie auch von der regelmässigen Figur abweichen, ferner das *Wechseln der Signale*[2]), weil sie von Bauern oder durch Mutwillen zerstört und dann nicht exakt an gleicher Stelle wieder errichtet werden können, endlich die *Excentricität* der Beobach-

[1]) Dies um so eher, als er eigentlich der Entdecker dieser Methode ist.

[2]) Welchen Einfluss dies hatte, vgl. Graf, Gesch. d. Dufourkarte, S. 22.


N.
Di.
50000 Franz. Fss
1
2
3
4
5
Ch
Ba.
W.
O
So.
Oc.
Sch.
Fa.
SH
Hü
Si.
Ge



Die Dreieckspunkte im trigonometrischen Netze von Prof. Daniel Huber.

tungen, welche an den meisten Orten durch die Lokalitäten verursacht werden und bei welchen die nötigen Dimensionen nicht immer genau genug bestimmt werden konnten.

H. tröstet sich aber damit, dass in den meisten Fällen die Beobachtungsfehler sich kompensieren werden und sagt: «ich «sollte nicht glauben, dass in den Coordinaten sich irgendwo ein «Fehler befinde, der über 2 oder 3 Fuss ist. Es ist dies zwar «keine grosse Genauigkeit, aber doch hinreichend für den Zweck, «wesswegen hauptsächlich diese Triangulation unternommen wor«den ist, dass sie nämlich zur Begründung einer *Kadastervermessung* diene.»

I.

Kurze Bezeichnung der 25 Punkte des Dreiecksystems.

(Mit ihren Abkürzungen.)

Ba. 1. Pkt. *Basel:* Der südöstliche Münsterthurm, der sogenannte *Martins*thurm. Auf dem obersten Boden ward die Mitte des Achtecks innen gemessen und als senkrecht unter der Mitte des Thurmknopfs angenommen.

Wi. 2. » *Wiesenberg*[1]*):* Ein Signal auf dem höchsten Punkt, das mehrmals neu errichtet werden musste.

Pa. 3. » *Passwang:* Ein Signal auf dem höchsten Punkt.

Ge. 4. » *Gempenfluh:* Ein Signal auf dem Vorsprung der Gempen- oder Schartenfluh, die Aussicht reicht nicht bis *Basel.* man musste deshalb eine Strasse durch das Gebüsch und den Holzwuchs durchhauen. Das Signal auf Felsen gestellt, wurde oftmals umgeworfen, ist daher wohl nicht immer an gleicher Stelle errichtet.

Ch. 5. » *Chrischona:* Die Spitze des südlichen Giebels des Satteltlurms.

Sch. 6. » *Schauenburg:* Die Windfahne des Hrn. Dr. Merian zustehenden Pavillons auf den Ruinen des Schlosses.

So. 7. » *Sonnenberg:* Eine noch nicht alte Eiche auf dem höchsten Teile des Berges gegen W., unfern eines grossen «Bahnsteines» auf der Grenze gegen Riehen.

Bö. 8. » *Bölchenfluh:* Ein kleines Signal, in den letzten Jahren vom Sturm gefällt, das Mittel hat man noch finden und bewahren können.

[1]) Vergl. Geschichte der Dufourkarte, S. 31.

Si. 9. Pkt. *Sissachfluh:* Ein zweimal wieder hergestelltes Signal, gerade über der Fluh.

Se. 10. » *Seltisberg:* Auf dem Gilmshügel oder Kapf in der Nähe des Dorfes Seltisberg, wo man vor einigen Jahren Gräber gefunden hat.

Hst. 11. » *Hohe Stelle:* Ein Signal auf der höchsten Stelle dieses Berges.

Hd. 12. » *Heidenstadt:* Das Signal steht nicht mehr, das Centrum ist mit einem Steine versichert.

Wl. 13. » *Wyl:* Ein Signal auf der Gagsen, nicht weit vom Gagsen-Gatter.

Hz. 14. » *Holzenberg:* Ein Signal fast zuoberst, Holzwuchs hinderte die Aussicht gegen die Reigoldswyler Berge; seit zwei Jahren ist sie offen.

Al. 15. » *Aleten:* Ein Signal am Rande der Aleten-Weide.

Ca. 16. » *Castelenfluh:* Ein Signal gegen S.-W.

SH. 17. » *Scheurhalden:* Eine Föhre, deren unterste Äste abgestutzt sind, auf der roten Fluh des Berges.

Wt. 18. » *Wytisburg:* Ein Signal auf der hohen Ebene, welche auf der Aegerte genannt wird.

Ro. 19. » *Rothenfluh:* Ein Signal auf der Fluh.

Gf. 20. » *Geissfluh:* Ein Signal auf der Fluh.

Fa. 21. » *Farnsberg:* Ein Signal auf einer die Ruine des Schlosses dominierenden Höhe, nicht weit von einem grossen Marchstein.

Hü. 22. » *Hühnersedel:* Eine Föhre.

Zu. 23. » *Zunzger Höhe:* Ein Signal zwischen Höllstein und Zunzgen, unweit eines Gutes, Hofgarten genannt.

Og. 24. » *Obergurth:* Die westliche Giebelspitze des kleinen, etwas vom Hause entfernt stehenden Cabinets.

Di. 25. » *Dillingen:* Die südliche Giebelspitze des Thurmes.

II.

Verzeichnis der gemessenen Winkel.

Alle Beobachtungen, auch die zweifelhaften, sind darin angegeben: die Nummer der Beobachtung nach dem chronologischen Beobachtungsjournal,

die Zeit des Beobachtens,

die Angabe des Winkels,

die 5. Colonne enthält die Anzahl der Wiederholungen,

die letzte Colonne die Bemerkungen.

Die Winkelangaben gehen bis auf Zehntelssekunden; H. ist jedoch weit entfernt, den Beobachtungen diese Genauigkeit zuzuschreiben, er wäre sehr zufrieden, wenn er auf eine Genauigkeit von Zehntelsminuten rechnen könnte.

Alle Winkel sind auf den Mittelpunkt der Station und den Horizont reduziert, alles werde doppelt gerechnet.

Fast alle Beobachtungen sind mit dem 6-zölligen Theodolit von *Baumann* in Stuttgart gemacht worden, einige mit dem 12-zölligen *Reichenbach'schen* Repetitionskreis, dieselben sind durch ein beigesetztes R charakterisiert. Einen einzigen Winkel hat er mit einem 9-zölligen Reflexions-Sextanten von *Troughton* gemessen; er ist mit S bezeichnet. (Stat. Basel Nr. 265).

Der Theodolit hat gute Fernröhren, sie sind astronomisch und vergrössern 18 Mal. Im ersten Jahre waren terrestrische daran, die nur $10^1/_2$ Mal vergrösserten. An der Einteilung ist nicht viel auszusetzen, jedoch sind eine Instabilität des Versicherungsfernrohrs und dessen unvollkommene Verbindung mit dem Limbus hauptsächlich Ursache, dass mit dem so schön und gut gearbeiteten Instrument keine sehr genauen Beobachtungen angestellt werden können. Beim Winkelmessen befolgte H. immer die Maxime, besonders diejenigen Winkel zu messen, wo die Objekte wegen günstiger Beleuchtung und andern Umständen besonders deutlich waren, und dies besonders in den ersten Jahren wegen der geringen Vergrösserung. Verschiedene Winkel sind wiederholt zu verschiedenen Zeiten gemessen worden, was oft beträchtliche Differenzen ergab.

Huber führt folgende Messungen an, welche in dieser Beziehung beträchtliche Differenzen erzeigen, nämlich:

			Nummern der Beobachtungen	Zahl der Wiederholungen				Differenz
Sch.	Wi.	Fa.	4	5	48°	40′	32″,9	14″,3
			8	8	48	40	18,6	
Hst.	Wi.	Ge.	12	6	38	38	32,4	17,2
			13a	6	38	38	49,6	
Ge.	Bö.	Se.	27	7	13	09	50,0	15,4
			37	12	13	10	05,4	
Ch.	Pa.	Wi.	129	15	76	15	03,7	19,2
			131	9	76	15	22,9	
Se.	Bö.	Si.	28	13	32	59	09,6	22,7
			160	11	32	58	46,9	
Ch.	Pa.	Si.	128	15	39	43	15,4	23,4
			135	7	39	42	52,0	
Wi.	Se.	Bö.	52	5	30	41	23,6	22,9
			79	4	30	41	00,7	41,0
			75	1	30	41	41,7	19,6
			82	6	30	41	22,1	
Wi.	Hz.	Hst.	92	12	19	24	02,0	18,1
			94	55	19	24	20,1	
Si.	Al.	Ch.	110a	8	44	39	16,9	16,9
			111	10	44	39	33,8	
Wi.	Gf.	Si.	215	8	51	22	30,3	14,9
			218	4	51	22	45,2	

Die Differenzen sind in der That bedeutend, von 14″,3 bis 23″.4. ja einmal bei Wiesenberg-Seltisberg-Bölchenfluh 41″,0. Bei Bestimmung des Mittels ist nicht nur das arithmetische Mittel genommen. sondern jeder Beobachtung ist ein um so grösserer Werth gegeben worden, je mehr Wiederholungen der Bestimmung stattfanden. Z. B. wenn die eine Messung 5, die andere 8 Mal wiederholt worden war, so ist der Werth derselben im Verhältniss von 9 zu 12 genommen worden.

Die Zuverlässigkeit der Resultate wächst in einem kleinern Verhältnisse als die Anzahl der angestellten Messungen angeben, wenn bei einem Instrument durch dessen Konstruktion Fehler veranlasst werden. welche mehrstentheils auf die gleiche Seite fallen. Daher hat H. auch später weniger Wiederholungen gemacht, da er die Fehler des Instruments besser kannte; den Beobachtungen des ersten Jahres hat er wegen der Unvollkommenheit der Fernröhren einen um den fünften Theil geringeren Werth beigemessen.

In der ersten Diskussion der ∢ hat H. 36 Dreiecke erhalten. in welchen alle 3 mit dem Theodolith gemessen waren. Nur 4 zeigten in der Summe kleine Excesse über 180° nämlich 0,5″. 1″,7. 1″.6. 0″.4; die übrigen 32 lieferten Defekte unter 180°. das Mittel aus allen 36 △ gab einen mittlern Defekt pro ∢ von 33″,3. auf einen ∢ 11″,1.

Hieraus folgte. dass das Instrument sämmtliche Winkel zu klein angab. dass alle Winkel einer Verbesserung bedurften. Wie ist nun diese Korrektion anzubringen?

Die zwei einfachsten Voraussetzungen waren:

1° alle gemessenen ∢ müssen um 11″,1 vermehrt werden,

2° die anzuwendende Korrektion ist dem gemessenen ∢ proportional. so dass z. B. wenn a der gemessene ∢ ist, man $\frac{11,1 \cdot a}{60.}$ als positive Korrektion hat.

In der Ungewissheit. welche Annahme die richtige sei, hat H. beide zur Hälfte wirken lassen, also den ∢ nach der Korrektion $5″,55 + \frac{a \cdot 5″,55}{60}$ vergrössert und dafür eine kleine Tafel entworfen.

A enthält die Korrektion von 10 zu 10°.
B die Proportionalteile für einzelne Grade.

A.		B.	
0°	5″,55	1°	0″,09
10°	6,47	2°	0,18
20°	7,40	3°	0,27
30°	8,22	4°	0,37
40°	9,25	5°	0,46
50°	10,17	6°	0,55
60°	11,10	7°	0,65
70°	12,02	8°	0,74
80°	12,95	9°	0,83
90°	13,87	10°	0,92
100°	14,80		
110°	15,72		
120°	15,65		
130°	17,57		
140°	18,50		
150°	19,42		

Nach dieser Tabelle sind sämtliche Theodolitbeobachtungen von H. korrigiert worden.

Station Basel.

Münster, St. Martinsthurm.

68,β	1816.	April 16.	Chrischona, Wiesenberg.	53°.	43′.	28″,7	6	
68,γ	—	— — — —	Chrischona, Schauenburg.	58.	00.	25,2	2	
68,δ	—	— April 18.	Chrischona, Gempenfluh.	80.	15.	45,6	4	
68,ε	—	— — — —	Chrischona, Schauenburg.	58.	00.	24,7	2	
151,6	1817.	Juni 20.	Wiesenberg, Passwang.	33.	56.	06,5	16	Objekte zitternd und schwach.
153	—	— Juni 21.	Chrischona, Schauenburg.	58.	00.	09,2	18	
155	—	— Juni 24.	Chrischona, Wiesenberg.	53.	43.	06,0	10	Wiestenberg schwach.
157	—	— Juni 25.	Chrischona, Ober-Gruth.	75.	16.	20,1	7	Regen, der zuletzt zum Aufhören zwang.
158	—	— Aug. 20.	Wiesenberg, Passwang.	33.	55.	52,6	12	Signale schwach.
159	—	— — — —	Gempenfluh, Passwang.	7.	23.	55,2	3	
219	1818.	Sept. 5.	Chrischona, Gempenfluh.	80.	15.	34,8	R. 10	
220	—	— — — —	Wiesenberg, Passwang.	33.	56.	18,9	R. 12	
221	—	— — — —	Wiesenberg, Gempenfluh.	26.	32.	17,7	R. 10	
222	—	— — — —	Bölchen im Schwarzwald, Wiesenberg.	96.	38.	54,2	R. 14	
250	1818.	Okt. 16.	Hühnersedel, Passwang.	46.	37.	07,8	R. 10	Signale schwach. bes. Hühnersedel.
251	—	— — — —	Sonnenberg, Passwang.	64.	10.	35,3	R. 6	Einige Ungewissheit wegen eines kleinen, vor dem Stamm d. Signal-Eiche stehenden Baumastes, d. Beobachtung ist in der Folge weggelassen worden.

252	— — — — —	Wiesenberg, Heidenstatt.	39°. 07′. 07″,3	R. 8.	Heidenst. Signal sehr schwach, wegen schwacher Beleuchtung, so dass man nicht einmal wegen des Gegenstandes gewiss war.
253	— — — — —	Chrischona, Schauenburg.	58. 00. 11,2	R. 6	
254	— — Okt. 17.	Dillingen, Schauenburg.	93. 12. 17,5	7	
255	1818. Okt. 17.	Chrischona, Ober-Gruth.	75. 16. 01,5	7	
256	1819. Mai 12.	Wiesenberg, Heidenstatt.	39. 07. 20,5	R. 6	Beide Signale schwach.
257	— — — — —	Wiesenberg, Passwang.	33. 56. 16,4	R. 10	
258	— — Mai 19.	Chrischona, Schauenburg.	58. 00. 18,0	8	
259	— — — — —	Chrischona, Ober-Gruth.	75. 16. 03,5	7	
261	— — — — —	Dillingen, Chrischona.	35. 12. 20,9	8	
262	— — — — —	Dillingen, Schauenburg.	93. 12. 16,2	3	Schauenburg sehr schwach.
265	— — Aug. 24.	Chrischona, Ober-Gruth.	75. 16. 12.1	S. 5	
302	1821. Nov. 19.	Wiesenberg, Passwang.	33. 56. 14,2	R. 6	
324	1823. Okt. 24.	Sonnenberg, Passwang.	64. 10. 40,9	R. 8	
325	— — — — —	Sonnenberg, Schauenburg.	34. 31. 15,9	R. 6	

Mittlere Winkel, aus vorigen.

ε	— — — — —	Chrischona, Wiesenberg.	53. 43. 15,5	— —	68 φ. 155.
ζ	— — — — —	Chrischona. Schauenburg.	58. 00. 15,6	— —	68 γ. 68 ε. 153. 258.

ζ^3	— — — — —	Wiesenberg. Passwang,	53°. 56′. 00′′,3	— —	151b. 158.
β^3	— — — — —	Wiesenberg, Passwang.	33. 56. 17,2	— —	220 R. 257 R. 302 R.
α^3	— — — — —	Sonnenberg, Passwang.	64. 10. 38,1	— —	251 R. 324 R.
δ^3	— — — — —	Chrischona, Ober-Gruth.	75. 16. 09,9	— —	157. 255. 259. 265 S.
η^3	— — — — —	Dillingen, Schauenburg.	93. 12. 17.0	— —	254. 262.
ε^3	— — — — —	Dillingen, Schauenburg.	93. 12. 23,1	— —	η^3. (261+5)

Station Wiesenberg.

1	1813. Aug. 20.	Bölchenfluh, Passwang.	25°. 06′. 21′′,4	10	Gewitter zwang die Station zu verlassen.
2	1813. Aug. 26.	Bölchenfluh, Passwang.	25. 06. 13,5	16	Sehr starker Wind.
3	— — — — —	Bölchenfluh, Schauenburg.	75. 12. 41,9	14	Ebenso.
4	— — Aug. 27.	Schauenburg, Farnsberg.	48. 40. 32,9	5	
5	— — — — —	Basel, Farnsberg.	46. 33. 16,1	20	
6	— — — — —	Basel, Farnsberg.	46. 33. 12,2	7	
7	— — — — —	Bölchenfluh, Gempenfluh.	64. 31. 59,8	15	
8	— — Aug. 28.	Schauenburg, Farnsberg.	48. 40. 18,6	8	
9	— — — — —	Bölchenfluh, Gempenfluh.	64. 31. 49,6	6	
10	— — — — —	Bölchenfluh, Basel.	77. 19. 44,4	18	
11	— — — — —	Gempenfluh, Chrischona.	25. 59. 21,9	17	Chrischona meistens schwach.

12	— — — — —	Hohestelle, Gempenfluh.	38°.	38′.	32″,4	6	
13a	— — — 30.	Hohestelle, Gempenfluh.	38.	38.	49,6	6	
13b	— — — — —	Hohestelle, Gempenfluh.	38.	38.	41,2	5	
14	— — — — —	Passwang, Basel.	52.	13.	31,5	16	Basel schwac
15	— — — — —	Passwang, Chrischona.	65.	24.	54,6	11	
16	— — — — —	Hohestelle, Sissachfluh.	73.	49.	19,1	15	Sissach Sign etwas schie
17	— — — — —	Bölchenfluh, Seltisberg.	67.	47.	27,9	7	
202	1818. Aug. 25.	Passwang, Basel.	52.	13.	05,0	10	
203	— — — — —	Bölchenfluh, Passwang.	25.	06.	17,1	6	
204	— — — — —	Bölchenfluh, Gempenfluh.	64.	32.	00,5	6	
205	— — — — —	Passwang, Seltisberg.	42.	40.	21,7	6	
206	1818. Aug. 25.	Wytisburg, Sissachfluh.	15.	20.	29,0	5	
207	— — — — —	Wytisburg, Rothenfluh.	61.	55.	29,5	5	
208	— — — — —	Passwang, Sissachfluh.	74.	36.	10,2	7	
209	— — — — —	Hohestelle, Sissachfluh.	73.	49.	24,0	6	
210	— — — — —	Seltisberg, Scheurhalden.	14.	51.	40,0	5	
211	— — — — —	Sissachfluh, Geissfluh.	100.	31.	27,0	5	
212	— — — — —	Farnsberg, Geissfluh.	76.	21.	19,6	5	
213	— — — — —	Rothenfluh, Geissfluh.	53.	56.	48,4	5	

307	1822. Aug. 8.	Passwang, Schauenburg.	50°. 06′. 00″,0	R. 6	
308	— — — — —	Passwang, Gempenfluh.	39. 25. 26.3	R. 6	
309	— — — — —	Passwang, Sissachfluh.	74. 36. 22,3	R. 8	Beide Signale schwach.
310	— — — — —	Passwang, Basel.	52. 13. 02,5	R. 8	Münster Basel immer schwach.
311	— — — — —	Passwang, Basel.	52. 13. 10.9	R. 8	Ebenso.
312	— — — — —	Passwang, Chrischona.	65. 24. 37,8	R. 8	Beide Signale schwach.
313	— — — — —	Passwang, Basel.	52. 13. 11,5	R. 8	Basel schwach.

Mittlere Winkel, aus vorigen.

β	— — — — —	Bölchenfluh, Gempenfluh.	64. 31. 57,6	— —	7. 9. 204.
γ	— — — — —	Schauenburg, Farnsberg.	48. 40. 24,2	— —	4. 8.
δ	— — — — —	Basel, Farnsberg.	46. 33. 14,9	— —	5. 6.
ε	— — — — —	Bölchenfluh, Passwang.	25. 06. 16,8	— —	1. 2. 203.
ζ	— — — — —	Passwang, Basel.	52. 13. 08,3	— —	R. 310. R. 311. R. 313.
$\varkappa$	— — — — —	Hohestelle, Gempenfluh.	38. 38. 41,1	— —	12. 13.[a] 13.[b]
ι	— — — — —	Hohestelle, Sissachfluh.	73. 49. 21,0	— —	16. 209.
$\varkappa^2$	— — — — —	Passwang, Basel.	52. 13. 19,2	— —	14. 202.
$\varkappa^3$	— — — — —	Passwang, Basel.	52. 13. 22,9	— —	$\varkappa^2$. (11—ε^2).

Station Passwang.

38	1813. Sept. 17.	Chrischona, Bölchenfluh.	94°. 00′. 21″,1	18	Chrisch. zu E d. Reihe schw
39	— — — — —	Schauenburg, Bölchenfluh.	93. 32. 25,1	19	
40	— — — 29.	Basel, Wiesenberg.	93. 51. 22,5	5	
41	— — — — —	Wiesenberg, Bölchenfluh.	17. 44. 47,2	4	
42	— — Okt. 1.	Gempenfluh, Wiesenberg.	88. 04. 43,5	8	Signale schw Regen.
124	1816. Sept. 13.	Basel, Wiesenberg.	93. 50. 00,5	11	Basel u. Wiest berg schwac
125	— — — — —	Chrischona, Sissachfluh.	39. 43. 03,2	8	Signale schw
126	— — — — —	Aleten, Seltisberg.	53. 47. 23,5	5	
127	— — Sept. 14.	Basel, Chrischona.	17. 35. 04,0	15	
128	— — — — —	Chrischona, Sissachfluh.	39. 43. 15,4	15	
129	— — — — —	Chrischona, Wiesenberg.	76. 15. 03,7	15	
130	— — — — —	Wiesenberg, Bölchenfluh.	17. 44. 37,4	18	
131	— — — 16.	Chrischona, Wiesenberg.	76. 15. 22,9	9	
133	— — — — —	Basel, Chrischona.	17. 35. 05,5	9	
134	— — — — —	Gempenfluh, Chrischona.	11. 49. 07,4	20	
135	— — — — —	Chrischona, Sissachfluh.	39. 42. 52,0	7	
303	1822. Aug. 6.	Basel, Wiesenberg.	93. 50. 25,6	R. 4	
304	— — — — —	Basel, Wiesenberg.	93. 50. 32,0	R. 6	

Station Passwang.

305	1822. Aug. 6.	Basel, Wiesenberg.	93°. 50′. 30″,5	R. 8.	
306	— — — — —	Gempenfluh, Wiesenberg.	88. 04. 32,7	R. 4.	
		Mittlere Winkel, aus vorigen.			
γ	— — — — —	Basel, Chrischona.	17. 35. 04,6	— —	127. 132.
δ	— — — — —	Chrischona, Wiesenberg.	76. 15. 11,5	— —	129. 131.
$\varkappa$	— — — — —	Wiesenberg, Bölchenfluh.	17. 44. 39,6	— —	41. 130.
μ	— — — — —	Schauenburg, Wiesenberg.	75. 47. 40,9	— —	(39—$\varkappa$), (δ — 137)
β^2	— — — — —	Chrischona, Sissachfluh.	39. 43. 05,8	— —	125. 128. 135.
μ^3	— — — — —	Basel, Wiesenberg.	93. 50. 25,9	— —	40. 124.
ν^3	— — — — —	Basel, Wiesenberg.	93. 50. 21,7	— —	μ^3. ($\gamma+\delta$)
θ^3	— — — — —	Basel, Wiesenberg.	93. 50. 29,9	— —	R. 303. R. 304. R. 305.
		Station Gempenfluh.			
68a	1816. April 27.	Basel, Wiesenberg.	140. 39. 54,4	6	Wiesenberg schwach.
246	1818. Okt. 14.	Wiesenberg, Passwang.	52. 29. 48,7	9	
247	— — — — —	Wiesenberg, Bölchenfluh.	20. 45. 52,2	6	
248	— — — — —	Basel, Wiesenberg.	140. 39. 53,8	7	Basel schwach.
249	— — — — —	Hohestelle, Heidenstatt.	44. 39. 12,7	7	Hohestelle schwach.
		Mittlerer Winkel, aus vorigen.			
α	— — — — —	Basel, Wiesenberg.	140. 39. 54,1	— —	68 η 248.

Station Chrischona.

235	1818. Sept. 30.	Sonnenberg, Schauenburg.	69°. 02′. 45″,9	8	
236	— — — — —	Hühnersedel, Seltisberg.	31. 56. 57,0	7	Hühnersed schwach.
237	— — — — —	Sissachfluh, Schauenburg.	43. 42. 55,1	6	
238	— — — — —	Schauenburg, Basel.	75. 35. 10,3	6	
316	1823. Aug. 23.	Schauenburg, Basel.	75. 35. 24,6	R. 8	
317	— — — — —	Sonnenberg, Schauenburg.	69. 02. 31,8	R. 8	
318	— — — — —	Wiesenberg, Passwang.	38. 19. 59,3	R. 8	
322	1823. Okt. 8.	Passwang, Basel.	74. 45. 20,7	R. 8	
323	— — — — —	Sissachfluh, Schauenburg.	43. 42. 45,3	R. 6	

Station Schauenburg.

239	1818. Okt. 13.	Basel, Chrischona.	46. 24. 31,8	8	
240	— — — — —	Basel, Dillingen.	31. 32. 02,5	5	
241	— — — — —	Chrischona, Sonnenberg.	75. 08. 47,3	5	
242	— — — — —	Sissachfluh, Seltisberg.	41. 45. 43,2	6	
243	— — — — —	Wiesenberg, Passwang.	54. 05. 59,6	8	
244	— — — — —	Sissachfluh, Bölchenfluh.	45. 04. 37,0	7	
245	— — — — —	Seltisberg, Castelenfluh.	23. 30. 39,6	5	
319	1823. Sept. 5.	Basel, Dillingen.	31. 31. 54,8	R. 8	
320	— — — — —	Basel, Chrischona.	46. 24. 35,0	R. 8	
321	— — — — —	Chrischona, Sonnenberg.	75. 08. 34,2	R. 8	

Station Sonnenberg.

229	1818.	Sept. 18.	Passwang, Basel.	63°.	43′.	41″,9	6	
230	—	— — — —	Schauenburg, Chrischona.	35.	48.	40,6	8	Schauenburg sehr schwach.

Station Bölchenfluh.

18	1813.	Sept. 1.	Gempenfluh, Chrischona.	21.	08.	57,1	6	
19	—	— — — —	Gempenfluh, Sissachfluh.	46.	09.	33,6	18	Sissach Signal etwas schief.
20	—	— — — —	Gempenfluh, Wiesenberg.	94.	42.	04,4	14	Gempenfluh schwach.
21	—	— Sept. 2.	Hohestelle, Wiesenberg.	86.	23.	04,2	14	
22	—	— — — —	Schauenburg, Sissachfluh.	34.	25.	44,4	18	Sissach Signal etwas schief.
24	—	— Sept. 3.	Gempenfluh, Chrischona.	21.	08.	57,3	12	
25	—	— — — —	Schauenburg, Farnsberg.	49.	19.	58,4	12	Signal Farnsberg etwas schief.
26	—	— Sept. 4.	Passwang, Gempenfluh.	42.	26.	34,4	12	Diese Messung konnte nur in höchst unbequemer Stellung gemacht werden.
27	—	— — — —	Gempenfluh, Seltisberg.	13.	09.	50,0	7	
28	—	— — — —	Seltisberg, Sissachfluh.	32.	59.	09,6	13	
30	—	— — — —	Gempenfluh, Wiesenberg.	94.	42.	05,6	16	Gempenfluh schwach. Sehr starker Wind.
31	—	— — — —	Seltisberg, Farnsberg.	47.	53.	38,7	10	Signal Farnsberg etwas schief.
32	—	— Sept. 14.	Passwang, Gempenfluh.	42.	26.	42,9	16	Gempenfluh schwach.
33	—	— — — —	Gempenfluh, Chrischona.	21.	08.	31,0	19	Chrischona schwach.

Station Bölchenfluh.

34	— — — — —	Gempenfluh, Farnsberg.	61°. 03′. 34″,3	13	Signal Farnsl etwas schie
35	— — — — —	Schauenburg, Wiesenberg.	82. 58. 05,3	15	
36	— — Sept. 15.	Sissachfluh, Wiesenberg.	48. 32. 47,6	12	Sign. Sissach etwas schie
37	— — — — —	Gempenfluh, Seltisberg.	13. 10. 05,4	12	
150	1816. Sept. 19.	Passwang, Gempenfluh.	42. 26. 43,8	2	Von Reger unterbroche
151a	— — — — —	Rothenfluh, Wiesenberg.	17. 40. 37,2	5	Signal Rothen schwach.
160	1817. Sept. 5.	Seltisberg, Sissachfluh.	32. 58. 46,9	11	
161	— — — — —	Sissachfluh, Wiesenberg.	48. 32. 36,3	12	
162	— — — — —	Hohestelle, Seltisberg.	4. 50. 41,6	6	
163	— — — — —	Wytisburg, Wiesenberg.	37. 10. 54,8	8	
164	— — — — —	Passwang, Seltisberg.	55. 37. 06,8	11	

Mittlere Winkel, aus vorigen.

τ	— — — — —	Passwang, Gempenfluh.	42. 26. 39,9	— —	26. 32. 150.
ν	— — — — —	Gempenfluh, Wiesenberg.	94. 42. 05,0	— —	20. 30.
φ	— — — — —	Gempenfluh, Chrischona.	21. 08. 44,9	— —	18. 24. 33.
γ^2	— — — — —	Sissachfluh, Wiesenberg.	48. 32. 41,3	— —	36. 161.
λ^2	— — — — —	Gempenfluh, Seltisberg.	13. 09. 58,2	— —	27. 37. (34—
μ^2	— — — — —	Seltisberg, Sissachfluh.	32. 58. 59,0	— —	28. 160.

Station Sissachfluh.

172	1817.	Sept. 26.	Wiesenberg, Bölchenfluh.	31°.	45′.	14″,9	6	Zitternde Bilder.
188	1818.	Aug. 18.	Wiesenberg, Passwang.	68.	51.	51.2	13	
189	—	— — — —	Wiesenberg, Bölchenfluh.	31.	45.	14.5	5	
190	—	— — — —	Wiesenberg, Zunzger Höhe.	54.	13.	09.3	5	
191	—	— — — —	Wiesenberg, Hohestelle.	42.	40.	05.4	5	
192	—	— — — —	Schauenburg, Chrischona.	32.	21.	07.1	5	
193	—	— — — —	Wiesenberg, Wyl.	62.	44.	04.7	6	
194	1818.	Aug. 18.	Wiesenberg, Wytisburg.	14.	13.	19.5	6	
195	—	— — — —	Passwang, Seltisberg.	33.	17.	15.1	6	
231	—	— Sept. 19.	Geisfluh, Wiesenberg.	28.	05.	54.5	7	

Mittlerer Winkel, aus vorigen.

3	—	— — — —	Wiesenberg, Bölchenfluh.	31.	45.	14.7	— —	172. 189.

Station Seltisberg.

52	1814.	Sept. 19.	Wiesenberg, Bölchenfluh.	30.	41.	23.6	5	
69	1816.	Aug. 15.	Chrischona, Schauenburg.	20.	29.	49.0	6	
70	—	— — — —	Chrischona, Sissachfluh.	87.	38.	17.1	12	
71	—	— — — —	Sissachfluh, Wiesenberg.	45.	55.	40.0	12	
72	—	— — — —	Wiesenberg, Hohestelle.	32.	23.	30.5	6	
73	—	— Aug. 21.	Wiesenberg, Castelenfluh.	72.	55.	19.9	7	

Station Seltisberg.

74	— — — — —		Castelenfluh, Holzenberg.	26°.	18′.	12″,2	6	
75	— — — — —		Wiesenberg, Bölchenfluh.	30.	41.	41,7	1	Entfernt. Regen zwang die Reihe abzubrechen.
76	— — — — —		Bölchenfluh, Wyl.	30.	30.	06,0	3	Vom Regen unterbrochen.
77	— — — — —		Sissachfluh, Rothenfluh.	13.	51.	27,7	7	
78	— — — — —		Rothenfluh, Wiesenberg.	32.	04.	15,4	12	
79	— — — — —		Wiesenberg, Bölchenfluh.	30.	41.	00,7	4	Sign. undeutlich. Sehr dunkel.
80	— — — — —		Passwang, Schauenburg.	127.	04.	21,3	3	
81	— — — — —		Wiesenberg, Bölchenfluh.	30.	41.	07,0	8	
82	— —	Aug. 22.	Wiesenberg, Bölchenfluh.	30.	41.	22,1	6	
83	— — — — —		Bölchenfluh, Passwang.	48.	10.	46,1	12	
84	— — — — —		Bölchenfluh, Passwang.	48.	10.	42,3	7	
85	— — — — —		Wyl, Holzenberg.	38.	01.	49,4	7	
85	— — — — —		Rothenfluh, Bölchenfluh.	62.	45.	50,9	10	
87	— — — — —		Sissachfluh, Hohestelle.	78.	19.	08,7	10	
88	— — — — —		Hühnersedel, Hohestelle.	78.	08.	21,1	7	Hühnersedel schwach.
102	— —	Aug. 27.	Passwang, Aleten.	12.	31.	54,3	8	Betreffend die 8 Beob. dies. Tages siehe eine Anmerkung am Ende d. Beobachtungen dieser Station.
101	— — — — —		Passwang, Heidenstatt.	15.	52.	11,8	10	

Station Seltisberg.

103	— — — — — —	Wiesenberg. Wyl.	61°. 11′. 36″.5	8		
104	— — — — — —	Wiesenberg. Hohestelle.	32. 23. 23.1	4		
105	— — — — — —	Zunzger Höhe. Hohestelle.	32. 50. 00.1	14		
106	— — — — — —	Bölchenfluh. Passwang.	48. 10. 53.3	7		
107	— — — — — —	Hohestelle. Holzenberg.	66. 49. 52.7	7		
108	— — — — — —	Hohestelle. Castelenfluh.	40. 31. 57.7	6		
174	— — Aug. 8.	Scheurhalden. Sissachfluh.	43. 28. 53.7	7	Sehr unregelmässige Beobachtungsreihe.	
175	— — — — — —	Sissachfluh. Wiesenberg.	45. 55. 41.1	7		
176	— — — — — —	Rothenfluh. Wiesenberg.	32. 04. 37.0	7		
177	— — — — — —	Scheurhalden. Wyl.	150. 37. 12.6	6		
179	— — — — — —	Wyl. Aletenfluh.	30. 12. 09.1	3	Aleten schwach.	

Mittlere Winkel, aus den vorigen.

ι^2	— — — — — —	Wiesenberg. Bölchenfluh.	30. 41. 16.6	— —	52. 75. 79. 81. 82.
ε^2	— — — — — —	Bölchenfluh. Passwang.	48. 10. 44.6	— —	83. 84.
α^2	— — — — — —	Sissachfluh. Wiesenberg.	45. 55. 42.4	— —	71. 175. (77 + 78)
ϱ^2	— — — — — —	Wiesenberg. Hohestelle.	32. 23. 27.6	— —	72. 104.
ν^2	— — — — — —	Wiesenberg. Wyl.	61. 11. 30.9	— —	103. (ν^2 + 76)
β^3	— — — — — —	Rothenfluh. Wiesenberg.	32. 04. 24.2	—	78. 176.

Anmerkung zu den Beobachtungen. 1816. Aug. 27.

In Rücksicht der Beobachtungen dieses Tages waltet eine kleine Ungewissheit ob. Es ist nämlich im Beobachtungs-Journal nicht angezeigt, ob diese Beobachtungen im gleichen Lokale mit den nächst vorhergehenden angestellt worden seien, oder in einem andern Lokale, dessen nähere Bezeichnung vergessen worden zu bemerken. Eine Vergleichung dieser Winkel mit andern, welche auf der gleichen Station gemacht worden, gab keine Gründe an, für die Voraussetzung eines veränderten Lokales. Es sind daher diese Beobachtungen als im gleichen Lokale mit den vorigen angestellt angesehen und wie die andern in Rechnung gebracht worden, nur mit dem Unterschiede, dass denselben, der kleinen Ungewissheit wegen, nur $^4/_5$ des Wertes beigelegt worden.

Station Hohestelle.

165	1817. Sept. 6.	Seltisberg, Zunzger Höhe.	31°. 31′. 00″,2	12
166	— — — — —	Zunzger Höhe, Wiesenberg.	74. 11. 25,5	12
167	— — — — —	Heidenstatt, Gempenfluh.	46. 23. 39,0	11
168	— — — — —	Wyl, Castelenfluh.	29. 08. 18,7	7
169	— — — — —	Wyl, Sissachfluh.	105. 58. 20,9	7
170	— — — — —	Sissachfluh, Wiesenberg.	63. 30. 21,7	8
171	— — — — —	Wiesenberg, Bölchenfluh.	67. 43. 52,7	5

Station Heidenstatt.

116	1816. Sept. 11.	Basel, Wiesenberg.	95. 50. 41,8	10
117	— — — — —	Gempenfluh, Hohestelle.	88. 57. 14,9	7

Station Heidenstatt.

118	1816. Sept. 11.	Seltisberg, Aleten.	34°. 02.′ 28′′,8	4	
119	— — — — —	Seltisberg. Wyl.	55. 00. 25,7	12	
120	— — — — —	Chrischona, Sissachfluh.	43. 23. 04,0	14	Sissachfluh schwach.
121	— — Sept. 13.	Basel, Wiesenberg.	95. 50. 46,1	8	
122	— — — — —	Gempenfluh, Hohestelle.	88. 56. 49,9	9	
		Mittlere Winkel, aus vorigen.			
σ^2	— — — — —	Basel, Wiesenberg.	95. 50. 43,8	— —	116. 121.
τ^2	— — — — —	Gempenfluh, Hohestelle.	88. 57. 01,4	— —	117. 122.

Station Wyl.

138	1816. Sept. 17.	Seltisberg, Sissachfluh.	33. 27. 32,0	12	
139	— — — — —	Sissachfluh, Wiesenberg.	47. 23. 29,1	14	
140	— — — — —	Wiesenberg, Hohestelle.	6. 34. 32,5	10	
141	— — — — —	Heidenstatt, Seltisberg.	91. 27. 17,7	10	
142	— — — — —	Aleten, Seltisberg.	87. 13. 00,2	7	
143	— — — — —	Holzenberg, Seltisberg.	35. 07. 16,7	7	
144	— — — — —	Castelenfluh, Seltisberg.	20. 20. 11,2	7	
145	— — — — —	Seltisberg, Scheurhalden.	8. 38. 40,1	8	Etwas zweifelhaft, weil der an der Signalfichte auf Scheurh. angebrachte Schaub nich richtig gestellt war.

Station Holzenberg.

89	1816. Aug. 23.	Gempenfluh, Chrischona.	24°. 00′. 13′′,6	10	Zitternde Bild
90	— — — — —	Chrischona, Sissachfluh.	59. 23. 55,2	12	
91	— — — — —	Sissachfluh, Wiesenberg.	40. 51. 31,5	12	Sissachfluh schwach.
92	— — — — —	Wiesenberg, Hohestelle.	19. 24. 02,0	12	
93	— — Aug. 24.	Sissachfluh, Wiesenberg.	40. 51. 23,4	8	
94	— — — — —	Wiesenberg, Hohestelle.	19. 24. 20,1	5	
95	— — — — —	Hohestelle, Wyl.	25. 53. 31.6	10	
96	— — — — —	Castelenfluh, Wyl.	19. 38. 02,5	6	
97	— — — — —	Wytisburg, Hohestelle.	33. 55. 58,1	10	
98	— — — — —	Hühnersedel, Hohestelle.	59. 27. 47,2	9	
99	— — — — —	Gempenfluh, Chrischona.	24. 00. 13,9	5	
100	— — — — —	Seltisberg, Sissachfluh.	20. 40. 55,9	10	
		Mittlere Winkel, aus vorigen.			
φ^2	— — — — —	Sissachfluh, Wiesenberg.	40. 51. 28,0	— —	91. 93.
$\varkappa^2$	— — — — —	Wiesenberg, Hohestelle.	19. 24. 09,8	— —	92. 94.
ψ^2	— — — — —	Gempenfluh, Chrischona.	24. 00. 17,3	— —	89. 99.

Station Aleten.

110a	1816. Sept. 3.	Chrischona, Sissachfluh.	44. 39. 16,9	8	Signale ziemli schwach.
110b	— — — — —	Seltisberg, Wyl.	62. 35. 16,3	7	

Station Aleten.

111	— — Sept. 4.	Chrischona, Sissachfluh.	44°. 39′. 33″,8	10	Signale schwach. Regen zwang zum aufhören.
112	— — — — —	Seltisberg, Wyl.	62. 35. 05,0	4	
113	— — — — —	Gempenfluh, Wiesenberg.	90. 18. 45,4	16	
114	— — — — —	Castelenfluh, Passwang.	91. 17. 42,5	6	
115	— — — — —	Heidenstatt, Seltisberg.	142. 36. 52,9	5	
		Mittlere Winkel, aus vorigen.			
ω^1	— — — — —	Chrischona, Sissachfluh.	44. 39. 26,0	— —	110.a 112.
ω^2	— — — — —	Seltisberg, Wyl.	62. 35. 11,5	— —	110.b 112.

Station Castelenfluh.

146	1816. Sept. 17.	Hohestelle, Wyl.	43. 04. 56,6	12	Diese beiden Beobachtungen sind wegen höchst unbequemer Stellung und wegen Störung von umstehenden Zuschauern etwas zweifelhaft.
147	— — — — —	Holzenberg, Seltisberg.	66. 28. 54,0	5	

Station Scheurhalden.

234	1818. Sept. 19.	Wiesenberg, Seltisberg.	75. 43. 19,7	4	Signale ziemlich schwach.
326	1824. Mai 1.	Wiesenberg, Seltisberg.	75. 43. 14,4	R. 8	
327	— — — — —	Wiesenberg, Passwang.	66. 55. 40,9	R. 6	
328	— — — — —	Seltisberg, Schauenburg.	76. 14. 05,5	R. 6	
329	— — — — —	Seltisberg, Chrischona.	122. 25. 36,2	R. 6	

Station Wytisburg.

196	1818. Aug. 24.	Sissachfluh, Wiesenberg.	150°. 26′. 15″,6	6	
197	— — — — —	Hohestelle, Holzenberg,	48. 38. 50,4	4	
198	— — — — —	Wiesenberg, Bölchenfluh.	58. 27. 26,2	3	
199	— — — — —	Wiesenberg, Passwang.	102. 40. 43,7	5	
200	— — — — —	Geissfluh, Wiesenberg,	35. 28. 39,3	7	
201	— — — — —	Rothenfluh, Geissfluh.	43. 19. 58,0	6	

Station Rothenfluh.

223	1818. Sept. 12.	Geissfluh, Wiesenberg.	49. 27. 02,0	5	
224	— — — — —	Wiesenberg, Passwang,	40. 15. 18,7	9	
225	— — — — —	Wiesenberg, Farnsberg.	113. 30. 14,9	5	

Station Geissfluh.

214 α	1818. Aug. 26.	Wiesenberg, Zunzger-Höhe.	27. 41. 49,8	2	
214 β	— — — — —	Wiesenberg, Wytisburg.	28. 39. 07,5	5	
215	— — — — —	Wiesenberg, Sissachfluh.	51. 22. 30,3	8	
216	— — — — —	Sissachfluh, Farnsberg.	18. 28. 09,6	5	
217	— — — — —	Sissachfluh, Rothenfluh.	25. 13. 18,3	6	
218	— — — — —	Wiesenberg, Sissachfluh.	51. 22. 45.2	4	Starker Wind

Mittlerer Winkel, aus vorigen.

γ^8	— — — — —	Wiesenberg, Sissachfluh.	51. 22. 36,3	— —	215. 218.

Station Farnsberg.

26	1818. Sept. 12.	Geissfluh, Wiesenberg.	33°. 48′. 34″,9	7
27	— — — — —	Wiesenberg, Bölchenfluh.	22. 28. 58,9	6
28	— — — — —	Rothenfluh, Wiesenberg.	44. 05. 24,5	5

Station Hühnersedel.

32	1818. Sept. 19.	Passwang, Basel.	74. 50. 59,2	6
33	— — — — —	Seltisberg, Chrischona.	60. 14. 17,4	6

Station Zunzger-Höhe.

148	1816. Sept. 18.	Wiesenberg, Hohestelle.	63. 36. 30,1	13
149	— — — — —	Hohestelle, Seltisberg.	115. 38. 53,3	10

Station Ober-Gruth.

683	1816. April 26.	Basel, Chrischona.	57. 18. 16,6	4

Wir sehen, dass die Beobachtungen am 20. August 1813 auf dem Wiesenberg ihren Anfang nehmen und am 23. Oktober 1823 in Basel endigten.

III.

Basis des Dreiecksystems.

Um Zeit und Geldaufwand zu vermindern, nahm H. eine Seite eines Dreiecks als Basis, aus dem Dreiecksnetz französischer Ingenieure, welche in jenen Gegenden grosse Ing.-Opera-

tionen ausgeführt hatten. Seinem Ansuchen um Mitteilung einer solchen wurde anfänglich nicht genugsam entsprochen, obgleich er durch mehrere gegenseitige Mitteilungen einigen Anspruch auf Gefälligkeiten machen durfte. Z. B. von Kommandant Epailly erhielt er 1819 nur eine unvollkommene Angabe.

Als daher der bernische Ingenieur Buchwalder im Spätjahr 1821 nach Paris reiste, ersuchte H. ihn, er möchte beim Colonel *Henry*, der die Direktion der Operationen in der Schweiz und Süddeutschland gehabt hatte, um die Mitteilung der Bestimmungen des Dreiecks Bölchen-Basel-Wiesenberg einkommen und in der That konnte er sie ihm bei seiner Rückkehr von Paris am 22. März 1822 mittheilen, nämlich: *Entfernung Signal Wiesenberg vom südöstlichen Münsterturm* = 27738,83 m.

Wird nun der mètre définitif, den die Commission des poids et mesures zu 443‴,295936 bestimmt hatte (De Lambre Astron. III, p. 568) angenommen, so findet man für den Reduktions-Logarithmus der Meter auf französische Fusse 0,4883313[1]). Wird dieser zu 4,4430881, dem Logarithmus der obigen Anzahl Meter addiert, so findet man den Log. genannter Entfernung in Fussen ausgedrückt: 4,9314194, welchem die Zahl entspricht 85392,44, welche als Basis bei folgenden Rechnungen zu Grunde liegt.

Da diese Entfernung *Basel-Wiesenberg* nur vermittelst zweier Dreiecke von der grossen Basis bei Ensisheim hergeleitet worden ist, so meint H. verdiene diese Bestimmung grosses Vertrauen. Sie stimmte übrigens ziemlich mit andern überein, welche H. aus einer früher ihm mitgetheilten Reihe minder vollkommener Dreiecke hergeleitet hatte, welche 85390,9′ und 85385,5′ ergeben hatten.

Ein Zweifel, ob das jetzige Signal auf dem Wiesenberg genau an der gleichen Stelle des ehemaligen französischen Signals stehe, kann zwar demonstrativ nicht gehoben werden. Eine genaue Erwägung aller Umstände brachte aber für H. doch

---

[1]) Der Reduktions-Logarithmus des Meters auf Baseler Schuh zu 135″ = 0,5163599
auf Bernerschuh zu 130″ = 0,5327503
Der Reduktions-Logarithmus des Pariser Schuhs auf Baseler Fuss = 0,028287
Der Reduktions-Logarithmus des Baseler Schuhs auf den Meter = 9,4836401.

mehrere Gründe für die Annahme, dass das gegenwärtige Signal mit dem frühern übereinstimme oder nur eine ganz geringe Abweichung zeigen könne, und es kam ihm auch kein Umstand vor, der auf eine bedeutendere Abweichung mit einiger Wahrscheinlichkeit hingewiesen hätte. — Mit dieser französischen Basis von Ensisheim verhält es sich folgendermassen[1]): Sie wurde 1804 von Oberst Henry gemessen und sollte der Kartirung der Schweiz und der Erdmessung dienen. (Vgl. Nouvelle description géometrique de la France. Par H. Puissant I, p. 48). Die Länge wurde damals zu 19044,39 m gefunden. Leitet man diese Länge aus der neuen Basis bei Oberbergheim ab, welche der heutigen Triangulation in den Reichslanden zu Grunde liegt, so findet man 19044,71 m, also eine $d = + 0{,}32$ m, was für die Genauigkeit der französischen Messung sehr spricht. Die preussischen Ingenieure fanden im Jahr 1877 die Versicherungen der Endpunkte der Basis in sehr gut erhaltenem Zustande. Der nördliche Endpunkt liegt etwa 20 m von dem nördlichen Endpunkte der Oberbergheimer-Basis, und es ging 1874 der trigonometrischen Abtheilung der Vermessungs-Ingenieure der Reichslande ein Bericht des Capitaine Perrier aus dem französischen Kriegsministerium zu, der ein Auszug aus dem Memoire des Colonel Henry war: Man fing an, an den beiden Endpunkten hölzerne Pyramiden, deren Höhe 18 m, deren Seitenlänge an der Basis 6 m betrug, zu bauen. Zwei Seiten waren parallel, zwei senkrecht zur Basisrichtung. Jedes Fundament, das darunter erstellt wurde, hat 8 m³ Inhalt und ruht auf einem Rost von Eichenholz im festen Boden. Die Mitte jedes Fundaments nimmt eine Steinplatte ein, deren obere Fläche 2 Dezimeter unter der Bodenfläche des Erdbodens liegt. In der obern Seite dieser Platte ist eine Vertiefung von 25 mm und 33 mm Seite, in welche eine achteckige Bronceplatte eingegossen wurde. In derselben ist ein Kreis und in der Mitte des Kreises ein Conus von 4,5 mm Höhe und 4 mm Basisdurchmesser. Dieser kleine Conus ist so genau als möglich in die Verlängerung der Axe des Signals gebracht und in dieser Lage vor Beginn der Messung gut befestigt worden. So wurde es auf beiden Enden der Ensisheimer

[1]) Königl. Preuss. Landestriangulation XI. Theil. Berlin. 1901. S. 133 u. s. f.

Basis gemacht. Nach der Messung wurde die Vertiefung mit gestossener Kohle ausgefüllt und auf dem Fundament eine viereckige Endpyramide von 6,09 m Höhe aus hartem röthlichem Sandstein errichtet. Auf einer der Flächen ist eine Tafel von schwarzem Marmor angebracht mit folgender Inschrift in goldenen Lettern: «Terme méridional (septentrional) d'une base de «19044 m²/₆ mesurée pour servir à la carte de l'Helvétie et à la «détermination de la grandeur et de la figure de la terre. Août «MDCCCIV».

Dieser vorzüglichen Arbeit ist alles Lob zu zollen und H. hatte sehr recht, wenn er den Bestimmungen, gestützt auf die Ensisheimerbasis alles Vertrauen entgegen brachte. —

Der folgende Theil von Hubers Manuscript handelt:

IV.

Orientierung des Dreiecksnetzes.

Ein Dreiecksnetz ist orientiert, wenn man die Lage einer Seite eines Dreiecks gegen den Meridian kennt. H. wünschte die dazu nöthigen Beobachtungen des Azimutes der Sonne, verglichen mit terrestrischen Objekten, auf dem Münsterthurme selbst anzustellen; es fehlte ihm aber eine transportable Uhr von etwelcher Genauigkeit. Da sein *Amthaus*[1]) ganz in der Nähe des Münsters lag, so stellte er Ende September 1818 in demselben Azimutal-Beobachtungen an, um sie auf den nahen Münsterthurm reduzieren zu können. Mit diesen Beobachtungen ist er aber wenig zufrieden, einmal wegen der Unbequemlichkeit des Lokals, sodann weil er selbst einen Fluss in den Augen hatte, der ihn sehr hinderte. Da aber vier verschiedene Beobachtungsserien nicht sehr abweichende Resultate ergaben und er zu andern Beobachtungen keine Zeit hatte, so begnügte er sich damit; insbesondere hielt er dieselben zu den Zwecken einer Kadastervermessung und zur Entwerfung einer vollkommenen Karte des Kantons für genügend.

[1]) Huber hat im Schönauerhof gewohnt, einem heute nicht mehr bestehenden Gebäude, an dessen Stelle heute die untere Realschule steht. Herr Prof. F. Burckhardt, dem ich diese Mitteilung bestens verdanke, glaubt, dass die Huber'sche Amtswohnung für Azimutelbeobachtungen deshalb ungeeignet gewesen sei, weil das Haus niedrig und von andern hohen Häusern umgeben war.

Das Ergebniss ist nun Folgendes:

Die Azimute sind immer vom Nordpunkt an gegen Westen gemessen worden.

I. 27. Sept. 9 Morgenbeobachtungen mit dem 9zölligen Reflexions-Sextanten von Troughton gaben als Azimut des S. Ö. Giebels des Kirchturmes zu Dillingen aus dem östlichen Dachstuhl des Amtshauses im Mittel 38° 23′ 58″,0.

II. Den 28. September gaben 8 ähnliche Beobachungen 38° 22′ 38″,6; Mittel aus beiden 38° 23′ 18″,3.

III. Den 27. September 4 Nachmittagsbeobachtungen: Das Azimut des östlichsten Gebäudes zu St. Margarethen aus einem andern Lokale meines Hauses mit dem Baumann'schen Theodoliten, woraus wieder das Azimut von Dillingen auf das vorige Lokal reduziert = 38° 24′ 22″,4.

IV. Den 28. September. 8 ähnliche Beobachtungen gaben im Mittel

38° 24′ 38″,0.

Das Mittel dieser Theodolit-Beobachtungen, indem der letzten Bestimmung wegen der doppelten Zahl der Beobachtungen auch doppelter Wert gegeben ward,

38° 24′ 32″,8

Mittel aus beiden Mitteln 38° 23′ 55″,6.

Reduktion dieses Azimuts auf das mittlere Fenster von Hubers Studierstube, aus welcher der Bölchen im Schwarzwald beobachtet werden konnte,

— 0° 02′ 25″,7

bleiben	38° 21′ 21″,9
Bölchen-Signal von Dillingen	— 7° 09′ 46″,6
Azimut vom Bölchen-Signal aus dem mittleren Fenster seiner Studierstube	31° 11′ 43″,3
Azimut Bölchen-Signal aus der Studierstube	31° 11′ 43″,3
Reduktion dieses Azimuts auf den Martinsturm des Münsters	+ 0.05 58″,7
	= 31° 17′ 42″,0
Azimut Bölchen-Signal vom Münster Angular-Entfernung des Wiesenberg-Signals vom Bölchensignal (Schwarzwald) (Beob. 222).	96° 38′ 54″,2
Azimut Wiesenberg-Signal von Basel . .	**127° 56′ 36″.**

1819 den 28. Januar erhielt H. von Kommandant Epailly die Mitteilung der Bestimmung des Azimuts *Basel-Bölchen* nach Messungen französischer Ingenieure, wahrscheinlich aus Azimutal-Beobachtungen, die zu Strassburg angestellt worden waren, hergeleitet.

Dieses Azimut vom Süd-Punkt westwärts gezählt war $234^g,773623 = 211^\circ\ 17'\ 46''$ und also das gleiche vom Nord-Punkt an gerechnet $31'\ 17'\ 46''$, welcher nur um $4''$ von obiger Bestimmung verschieden ist.

V.

Bestimmung der gegenseitigen Lage der 25 Punkte des Dreiecknetzes durch Coordinaten, Entfernungen und Azimute.

Nachfolgende Coordinaten sind in Beziehung auf den Meridian von Basel hergeleitet; *die Einheit ist der französische Fuss.* Die Oberfläche des Kantons, über welche sich das Dreiecknetz erstreckt, ist als eben angesehen; da nämlich die grösste Linie nicht viel über $^1/_4$ Grad misst, so konnte H. diese Annahme machen, ohne einen merklichen Fehler zu begehen. Wenn man im grössten Dreiecke: *Basel-Wiesenberg-Passwang*, die an der Oberfläche der Erde beobachteten Winkel auf diejenigen reduzieren wollte, welche die von jedem dieser Punkte an die andern gezogenen Chorden miteinander machen, so wäre die Reduktion für jeden der drei Standpunkte — $0'',20$ — $0'',19$ — $0'',47$. Es sind dies aber Grössen, welche weit unter der Genauigkeit stehen, welcher die Winkelbeobachtungen fähig sind, so dass es übel angewandte Zeit und Mühe wäre, die Dreiecke durch ziemlich weitläufige Rechnungen auf die Oberfläche einer Kugel oder eines Sphäroids zu reduzieren.

Die *Abscissen* sind Entfernungen vom *Meridian* von Basel, die *Ordinaten* Entfernungen von der Perpendikulären dieses Meridians. Da man in Karten und Plänen immer Nord oben und Osten zur Rechten hat, so sind *östliche* Entfernungen als *positive*, *westliche* als *negative* Abscissen, ebenso nördliche Ordinaten als *positive*, südliche als *negative* angegeben.

Aus den Coordinaten sind ferner für jeden Standpunkt mehrere Entfernungen und Azimute berechnet worden. Das *Azimut* ist immer so zu verstehen, dass vom erstgenannten

Punkte der nachgenannte in dem Azimut stehe, und zwar ist es nicht *eigentliches Azimut*, das ist: Angularentfernung vom wirklichen Meridian des erstgenannten Ortes, sondern Angularentfernung von einer mit dem Meridian von Basel durch den Ort gezogenen Parallelen.

Die Azimute sind vom Nordpunkt an in der Richtung gegen Osten bis auf 360° gezählt worden. In astronomischen Rücksichten zählt man bekanntich das Azimut vom Südpunkt an, da aber in Karten und Plänen hauptsächlich der Nordpunkt berücksichtigt wird, so schien es ihm besser so.

Coordinaten der 25 Punkte.

			Entfernung vom Meridian von Basel	Entfernung von der Perpendic. des Basler Merid.
1.	Ba.	Basel	0.0	0.0
2.	Wi.	Wiesenberg	+ 67342.1	— 52506.3
3.	Pa.	Passwang	+ 21035.7	— 64289.1
4.	Ge.	Gempenfluh	+ 12853.7	— 26926.3
5.	Ch.	Chrischona	+ 20384.1	+ 5759.0
6.	Sch.	Schauenburg	+ 20975.6	— 19035.8
7.	So.	Sonnenberg	+ 58983.0	— 7978.1
8.	Bö.	Bölchenfluh	+ 50790.2	— 66094.1
9.	Si.	Sissachfluh	+ 52242.1	— 26005.7
10.	Se.	Seltisberg	+ 30832.9	— 32767.5
11.	Hst.	Hohestelle	+ 44885.3	— 57897.6
12.	Hd.	Heidenstatt	+ 13590.9	— 59186.7
13.	Wl.	Wyl	+ 31018.8	— 58619.3
14.	Hz.	Holzenberg	+ 21346.3	— 45074.6
15.	Al.	Aleten	+ 16384.5	— 58011.0
16.	Ca.	Castelenfluh	+ 27511.8	— 49366.3
17.	Sh.	Scheurhalden	+ 36152.8	— 23161.3
18.	Wt.	Wytistburg	+ 56600.8	— 41771.6
19.	Ro.	Rothenfluh	+ 74188.2	— 29983.4
20.	Gf.	Geissfluh	+ 84712.3	— 46475.9
21.	Fa.	Farnsberg	+ 64368.8	— 21624.7
22.	Hü.	Hühnersedel	+ 54056.9	— 25509.8
23.	Zu.	Zunzger Höhe	+ 45582.1	— 40592.7
24.	Og.	Ober Gruth	+ 9409.3	— 15969.4
25.	Di.	Dillingen	+ 11348.9	+ 14005.7

		Azimut			Log. der Entfernung	Entfernung
Ba.	Wi. . .	127.°	56.′	36.″,0	4.9314194	85392.4
Ba.	Pa. . .	161.	52.	54.3	4.8302234	67643.1
Wi.	Pa. . .	255.	43.	25.9	4.6792651	47782.1
Ba.	Ge. . .	154.	28.	54.	4.4747548	29837.0
Wi.	Ge. . .	295.	08.	53.	4.7795535	60194.0
Pa.	Ge. . .	347.	38.	52.	4.5826111	38248.2
Ba.	Ch. . .	74.	13.	25.	4.3259674	21182.0
Wi.	Ch. . .	321.	08.	00.5	4.8740901	74832.5
Pa.	Ch. . .	359.	28.	01.	4.8454151	70051.1
Ba.	Sch. . .	132.	13.	28.	4.4521788	28325.6
Wi.	Sch. . .	305.	49.	28.	4.7572830	57185.1
Pa.	Sch. . .	359.	55.	26.	4.6556507	45253.3
Ch.	Sch. . .	178.	38.	00.	4.3944842	24801.9
Ba.	Bö. . .	142.	27.	34.	4.9209321	83355.1
Wi.	Bö. . .	230.	37.	00.	4.3307144	21214.8
Pa.	Bö. . .	93.	28.	17.	4.4743503	29809.2
Ge.	Bö. . .	135.	54.	54.	4.7366182	54527.8
Ch.	Bö. . .	157.	03.	48.	4.8922160	78021.8
Sch.	Bö. . .	147.	38.	35.	4.7459182	55708.1
Ba.	So. . .	97.	42.	11.	4.7746637	59520.1
Pa.	So. . .	33.	58.	32.	4.8318941	67903.8
Ch.	So. . .	109.	35.	25.	4.6124714	40970.5
Sch.	So. . .	73.	46.	42.	4.5975119	39583.3
Ba.	Si. . .	116.	27.	50.	4.7660931	58357.0
Wi.	Si. . .	330.	19.	32.	4.4843097	30500.7
Pa.	Si. . .	39.	11.	06.	4.6936472	49390.9
Ch.	Si. . .	134.	54.	57.5	4.6530975	44988.1
Sch.	Si. . .	102.	34.	01.	4.5056106	32034.0
Bö.	Si. . .	2.	04.	27.	4.6033033	40114.7
Ba.	Se. . .	136.	44.	32.	4.6531461	44993.1
Wi.	Se. . .	298.	23.	53.	4.6180851	41503.5
Pa.	Se. . .	17.	15.	57.	4.5186328	33009.0

		Azimut			Log. der Entfernung	Entfernung
Ch.	Se. . .	164.°	49.′	33.″	4.6011717	39918.3
Sch.	Se. . .	144.	19.	38.	4.2279744	16903.4
Bö.	Se. . .	329.	05.	06.5	4.5893383	38845.3
Si.	Se. . .	252.	28.	19.	4.3512481	22451.6
Ba.	Hst. . .	142.	12.	55.	4.8648585	73258.6
Wi.	Hst. . .	256.	30.	01.	4.3635159	23094.9
Bö.	Hst. . .	324.	13.	49.	4.0044079	10102.0
Si.	Hst. . .	192.	59.	23.	4.5149385	32729.4
Se.	Hst. . .	150.	47.	12.	4.4592752	28792.2
Ge.	Hst. . .	134.	02.	09.	4.6489071	44556.1
Ba.	Hd. . .	167.	04.	03.	4.7833824	60727.1
Wi.	Hd. . .	262.	54.	55.	4.7337167	54164.7
Ge.	Hd. . .	178.	41.	27.	4.5087832	32268.8
Ch.	Hd. . .	185.	58.	17.	4.8149133	65300.0
Si.	Hd. . .	229.	21.	17.	4.7070604	50940.2
Se.	Hd. . .	213.	07.	47.	4.4989684	31547.7
Hst.	Hd. . .	267.	38.	28.	4.4958349	31320.9
Ba.	Wl. . .	152.	06.	51.	4.8216467	66320.3
Wi.	Wl. . .	260.	26.	49.	4.5662501	36834.1
Si.	Wl. . .	213.	03.	15.	4.5900743	38911.2
Se.	Wl. . .	179.	35.	17.	4.4125019	25852.5
Hst.	Wl. . .	267.	01.	14.	4.1425544	13885.3
Hd.	Wl. . .	88.	08.	07.	4.2414751	17437.1
Ba.	Hz. . .	154.	39.	22.	4.6978713	49873.7
Wi.	Hz. . .	279.	10.	41.	4.6683142	46592.3
Ge.	Hz. . .	154.	55.	21.	4.3018347	20037.1
Ch.	Hz. . .	178.	54.	56.	4.7062287	50842.7
Si.	Hz. . .	238.	19.	01.5	4.5599864	36306.8
Se.	Hz. . .	217.	37.	33.	4.1914226	15539.0
Hst.	Hz. . .	298.	34.	46.5	4.4282175	26805.1
Wi.	Hz. . .	324.	28.	07.	4.2212532	16643.8
Ba.	Al. . .	164.	13.	42.	4.7801762	60280.4
Wi.	Al. . .	263.	50.	04.	4.7097284	51254.1

		Azimut			Log. der Entfernung	Entfernung
Pa.	Al. . .	323.°	28.′	00.″	3.8928366	7813.3
Ge.	Al. . .	173.	31.	11.	4.4953304	31284.6
Ch.	Al. . .	183.	35.	20.	4.8054689	63895.3
Si.	Al. . .	228.	14.	56.	4.6818166	48063.6
Se.	Al. . .	209.	47.	06.5	4.4636828	29085.9
Hd.	Al. . .	67.	10.	33.5	3.4815744	3030.9
Wl.	Al. . .	272.	22.	49.	4.1657469	14646.9
Ba.	Ca. . .	150.	52.	09.	4.7521624	56514.8
Sch.	Ca. . .	167.	50.	20.	4.4917366	31026.8
Se.	Ca. . .	191.	18.	52.	4.2286002	16927.8
Hst.	Ca. . .	296.	09.	12.	4.2867959	19355.1
Wl.	Ca. . .	339.	14.	34.	3.9954289	9895.3
Al.	Ca. . .	52.	09.	24.	4.1489325	14090.7
Hz.	Ca. . .	124.	50.	28.	3.8757630	7512.1
Ba.	Sh. . .	122.	38.	44.	4.6328176	42935.6
Wi.	Sh. . .	313.	15.	18.	4.6316887	42824.1
Pa.	Sh. . .	20.	10.	54.	4.6416533	43818.1
Ch.	Sh. . .	151.	23.	55.	4.5177224	32939.9
Sch.	Sh. . .	105.	12.	25.	4.1966712	15727.9
Se.	Sh. . .	28.	58.	39.5	4.0406384	10980.9
Wl.	Sh. . .	8.	14.	19.	4.5542195	35827.7
Ba.	Wt. . .	126.	25.	39.	4.8472378	70345.7
Wi.	Wt. . .	314.	58.	57.	4.1814392	15185.9
Pa.	Wt. . .	57.	39.	38.	4.6242219	42094.2
Bö.	Wt. . .	13.	26.	10.	4.3980607	25006.9
Si.	Wt. . .	164.	32.	45.	4.2137120	16357.3
Hst.	Wt. . .	35.	59.	54.	4.2995599	19932.4
Hz.	Wt. . .	84.	38.	31.	4.5491124	35408.9
Ba.	Ro. . .	112.	00.	22.5	4.9031882	80018.1
Wi.	Ro. . .	16.	54.	26.	4.3718136	23540.4
Pa.	Ro. . .	57.	09.	40.	4.8011423	63261.9

		Azimut			Log. der Entfernung	Entfernung
Bō.	Ro. . .	32.°	56.′	29.″	4.6337563	43028.5
Se.	Ro. . .	86.	19.	33.	4.6379358	43444.6
Wt.	Ro. . .	56.	10.	03.	4.3257738	21172.6
Ba.	Gf. . .	118.	45.	02.	4.9850844	96623.9
Wi.	Gf. . .	70.	51.	16.	4.2645162	18387.2
Si.	Gf. . .	122.	13.	43.	4.5841521	38384.2
Wt.	Gf. . .	99.	30.	00.	4.4548813	28502.4
Ro.	Gf. . .	147.	27.	27.	4.2914627	19564.2
Pa.	Fa. . .	108.	34.	11.	4.8318960	67904.1
Wi.	Fa. . .	354.	30.	02.	4.4917034	31024.4
Bō.	Fa. . .	16.	58.	48.	4.6674187	46496.3
Ro.	Fa. . .	310.	24.	21.	4.1104309	12895.3
Gf.	Fa. . .	320.	41.	45.	4.5067220	32116.0
Ba.	Hū. . .	115.	15.	47.	4.7765108	59773.8
Pa.	Hū. . .	40.	24.	54.	4.7070050	50933.7
Ch.	Hū. . .	132.	52.	48.	4.6613053	45846.4
Se.	Hū. . .	72.	38.	44.	4.3861712	24331.6
Hz.	Hū. . .	59.	06.	56.	4.5810978	38115.2
Ba.	Zu. . .	131.	41.	11.	4.7855923	61036.9
Wi.	Zu. . .	298.	42.	02.5	4.3945898	24807.9
Si.	Zu. . .	204.	32.	24.	4.2050814	16035.5
Se.	Zu. . .	117.	56.	54.	4.2226256	16696.5
Hst.	Zu. . .	2.	18.	21.	4.2385209	17318.9
Ba.	Og. . .	149.	29.	35.	4.2679998	18535.3
Ch.	Og. . .	206.	47.	52.	4.3863706	24342.8
Ba.	Di. . .	39.	01.	05.	4.2559122	18026.5
Sch.	Di. . .	343.	45.	23.	4.5367518	34415.3
Ch.	Di. . .	296.	36.	40.5	4.0875281	12232.9

VI.

Vergleichung der aus den angegebenen Coordinaten berechneten Winkel mit den beobachteten.

Erstlich folgt das mit dem Reichenbach'schen Kreis gemessene Fundamental-△, das mit der Winkelsumme geprüft und dann mit Hülfe eines vierten Punktes der Gempenfluh einer genauen Prüfung unterzogen worden ist. Dann folgt die Prüfung der übrigen Punkte des △-Netzes, in der Ordnung, wie jeder Punkt aus den vorigen hergeleitet worden ist. Die beobachteten △ sind alle ohne Ausnahme verglichen. Die auf der Station Seltisberg beobachteten ∢ sind wegen einer kleinen Ungewissheit mit * bezeichnet, aber auch verglichen worden.

Je kleiner übrigens einer oder beide Schenkel eines gemessenen Winkels sind, einen um so kleineren Einfluss hat dieser Winkel auf die Bestimmung der Lage eines Punktes, so dass also in diesem Falle auch beträchtliche Abweichungen der Rechnung und der Beobachtung keine Anzeige eines grossen Fehlers in der angenommenen Lage des Punktes geben. Diese Betrachtung wird bei folgenden Bemerkungen über einige Vergleichungen, wo grössere Abweichungen vorkommen, welche ich mit ** bezeichnet habe, besonders zu statten kommen.

Seltisberg: der ∢ Pa. Se. Sch. giebt eine Abweichung von 40″. Grund: Dunkelheit verunmöglichte genaue Sicht der Signale; ferner bloss 3 Mal repetiert, dann zu grosse Nähe von Sch. an Se.

Hohe Stelle: ∢ Hst. Bö. Se. Abweichung 36″. Bö sehr nahe bei Hst; 1 Fuss giebt 20″.

Heidenstatt: Wi.-Ba.-Hd. giebt 20″ Abweichung, viel für das Instrument. Daher die Beobachtung zweifelhaft.

Holzenberg: ∢ Ge.-Hz.-Ch. weicht 39″ ab; das Signal auf der Gempenfluh musste mehrmals neu aufgerichtet werden, daher es vielleicht eine andere Stellung hatte; ferner Ge. sehr nahe bei Hz.

Aleten: ∢ Pa.-Se.-Al. Abweichung = 44″. Grund: Nähe der Standpunkte.

Castelenfluh: ∢ Ca.-Al.-Pa. Sehr grosse Abweichung 53″. Grund: grosse Nähe, grosser Elevations-∢ von Pa, was die Abweichung zum Teil erklärt.

Scheurhalden: ◁ Sh.-Se.-Si. und Sw.-Se.-Wl. weichen beträchtlich ab, 46″ und 53″. Sh und Se sind sehr nahe bei einander. Der ziemlich dicke, nicht gerade Stamm der Föhre (Signal auf Sh.), ist kein gutes Objekt für Winkelmessung. Die Reihe der Repetitionen zeigt solche Verschiedenheiten, dass Huber selbst nicht begreift, wie er sich damals hat begnügen können.

Vergleichung der aus den Coordinaten berechneten Winkel mit den gemessenen.

	Fundamental △.					Gegenüberlieg. Seiten	
	Beob. Winkel		Verbess. Winkel		Log. sin.	Log.	Zahl
Basel	33° 56′ 17″,2		33 56 18,2		9,7468685	4,6792651	47782,29
Wiesenberg	52 13 08,3		52 13 10,1		9,8978268	4,8302234	67643,08
Passwang	93 50 29,9		93 50 31,7		9,9990228	4,9314194	85392,44
	179 59 55,4		180 00 00				

Zu diesem △ sind nun Beobachtungen mit dem Vollkreise gemacht worden, an drei verschiedenen Tagen.

Das gleiche △ durch Theodolithbeobachtung bestimmt, giebt:

Basel	33° 56′ 00″,3	33 56 05	9,7468272	4,6792231	47777,3
Wiesenberg	52 13 22, 9	52 13 28	9,8978560	4,8302569	67647,5
Passwang	93 50 21, 7	93 50 27	9,9990235	4,9314194	85392,4
	179 59 44, 9	180 00 00			

Prüfung der mit dem Vollkreise gemessenen Fundamental-△s durch den Punkt Gempenfluh.

Die drei Beobachtungen des Winkels *an Basel* stimmen ziemlich überein, so dass der Winkel wenig von der Wahrheit abweichen wird. Ein Fehler kann also nur bei *Wiesenberg* und *Passwang* vorkommen, was um so wahrscheinlicher ist, da bei der Beobachtung auf diesen Punkten durch neblige Luft und ungünstige Beleuchtung die Münstertürme nicht deutlich gesehen werden konnten. Da aber die ◁

Wi.-Ba.-Ge.
Pa.-Wi.-Ge.
Ge.-Pa.-Wi.

besser beobachtet werden konnten, so bietet dies ein Mittel dar, das Fundamental-△ auf eine sichere Weise zu prüfen. Dies wird besonders noch dadurch begünstigt, dass im △ Wi.-Pa.-Ge. der ◁ am Passwang sehr wenig von einem Rechten abweicht. Wird

der ∢ an Basel als richtig vorausgesetzt, so wird die aus der Basis Wi.-Ba. berechnete Seite Wi.-Pa. sehr wenig verändert, wenn auch die ∢ an Pa. oder Wi. beträchtlich verändert werden. Die Seite Wi.-Pa. ist durch das Fundamental-△ auf alle Fälle sehr gut bestimmt, so dass auch im △ Wi.-Pa.-Ge. durch diese Seite und die beiden ∢ an Wi. und Pa. die Seite Wi.-Ge. ebenfalls als sehr gut bestimmt angesehen werden kann.

Es kann ferner im △ Ba.-Wi.-Ge. aus der Basis Ba.-Wi., der Seite Wi.-Ge. aus dem beobachteten Winkel (221) Wi.-Ba.-Ge. der ∢ Ge.-Wi.-Ba. berechnet werden. Die Rechnung giebt nun: 12° 47′ 43″,3, dazu der beobachteten ∢ (308) Pa.-Wi.-Ge = 39° 25′ 26″,3 addiert, giebt für den ∢ Pa.-Wi.-Ba. 52° 13′ 09″,6. Das Mittel der 3 Messungen dieses Winkels mit dem Vollkreise gab 52° 13′ 8″,3, weicht also bloss um 1″,3 von jener Bestimmung ab, so dass also diese beiden Resultate einander bestätigen.

---

4. Gempenfluh.

		Beobacht. Wink.	Berechn. Wink.	Diff.
Wi. Ba. Ge.	R. 221 . . .	26° 32′ 17″,7	26° 32′ 18″	0″
Wi. Ba. Ge.	68δ—68β .	26 32 16,9	26 32 18	+1
Ge. Ba. Pa.	159	7 23 55,2	7 24 00	+5
Ge. Wi. Ba.	10—β	12 47 46,8	12 47 43	—4
Pa. Wi. Ge.	R. 308 . . .	39 25 26,3	39 25 27	+1
Ge. Pa. Wi.	R. 308 . . .	88 04 32,7	88 04 34	+1
Ge. Pa. Wi.	42	88 04 43,5	88 04 34	—9
Ba. Pa. Ge.	γ—134 . . .	5 45 57,2	5 45 58	+1
Ba. Ge. Wi.	α	140 39 54,1	140 39 59	+5
Wi. Ge. Pa.	246.	52 29 48,7	52 29 59	+10

5. Chrischona.

		Beobacht. Wink.	Berechn. Wink.	Diff.
Ch. Ba. Wi.	ε	53° 43′ 15″,5	53° 43′ 11″	— 4″
Ch. Ba. Ge.	R. 219 . . .	80 15 34,8	80 15 29	— 6
Ch. Ba. Ge.	68δ	80 15 45,6	80 15 29	— 17
Pa. Wi. Ch.	R. 312 . . .	65 24 37,8	65 24 35	— 3
Pa. Wi. Ch.	15	65 24 54,6	65 24 35	— 20
Ge. Wi. Ch.	11	25 59 21,9	25 59 07,5	— 14
Ba. Pa. Ch.	γ	17 35 04,6	17 35 07	+ 2
Ch. Pa. Wi.	δ	76 15 11,5	76 15 25	+ 14
Ge. Pa. Ch.	134	11 49 07,4	11 49 09	+ 2
Wi. Ch. Pa.	R. 318 . . .	38 19 59,3	38 20 01	+ 2
Pa. Ch. Ba.	R. 322 . . .	74 45 20.7	74 45 24	+ 3

6. Schauenburg.

Ch. Ba. Sch.	ζ	58° 00′ 15″,6	58° 00′ 03″	— 13″
Ch. Ba. Sch.	R. 253 . . .	58 00 11.2	58 00 03	8
Pa. Wi. Sch.	R. 307 . . .	50 06 00,0	50 06 02	+ 2
Pa. Wi. Sch.	ζ + 1	50 06 25,1	50 06 02	+ 23
Sch. Wi. Ba.	η 69	2 07 09,3	2 07 08	+ 1
Sch. Pa. Wi.	μ	75 47 39,8	75 48 00	+ 20
Ba. Pa. Sch.	γ + 137 . .	18 02 41,9	18 02 32	20
Sch. Ch. Ba.	R. 316 . . .	75 35 24,6	75 35 25	0
Sch. Ch. Ba.	238	75 35 10,3	75 35 25	+ 15
Ch. Pa. Sch.	137	0 27 37,3	0 27 21	16
Ba. Sch. Ch.	R. 320 . . .	46 24 35,0	46 24 32	3
Ba. Sch. Ch.	239	46 24 31,8	46 24 32	0
Wi. Sch. Pa.	243	54 05 59,6	54 05 58	2

7. Bölchenfluh.

		Beobacht. Wink.	Berechn. Wink.	Diff.
Ba. Wi. Bö.	10	77° 19′ 44″.4	77° 19′ 36″	— 8″
Pa. Wi. Bö.	λ	25 06 16,8	25 06 26	+ 9
Bö. Wi. Ge.	β	64 31 57,6	64 31 53	— 5
Wi. Pa. Bö.	$\varkappa$	17 44 39,6	17 44 51	+ 11
Ch. Pa. Bö.	38	94 00 21,1	94 00 16	— 5
Wi. Ge. Bö.	247	20 45 52,2	20 46 01	+ 9
Ge. Bö. Wi.	v	94 42 05,0	94 42 06	+ 1
Pa. Bö. Ge.	τ	42 26 39,9	42 26 37	— 3
Sch. Bö. Wi.	γ^{τ} + 22 ...	82 58 25,7	82 58 25	— 1
Ge. Bö. Ch.	φ	21 08 44,9	21 08 54	+ 9
Ge. Bö. Sch.	34—25 ...	11 43 35,9	11 43 41	+ 5

8. Sonnenberg.

So. Ba. Pa.	R. $\varkappa^2$	64° 10′ 38″,1	64° 10′ 43″	+ 5″
So. Ba. Sch.	R. 325 ...	34 31 15,9	34 31 17	+ 1
So. Ch. Sch.	R. 317 ...	69 02 31,8	69 02 35	+ 3
So. Ch. Sch.	235	69 02 45,9	69 02 35	— 11
Ch. Sch. So.	R. 321 ...	75 08 34,2	75 08 42	+ 8
Ch. Sch. So.	241	75 08 47,3	75 08 42	— 5
Pa. So. Ba.	229	63 43 41,9	63 43 39	— 3
Sch. So. Ch.	230	35 48 40,6	35 48 43	+ 2

9. Sissachfluh.

Pa. Wi. Si.	R. 309 ...	74° 36′ 22″,3	74° 36′ 06″	—16″
Pa. Wi. Si.	208	74 36 10,2	74 36 06	— 4
Ge. Wi. Si.	ψ—$\varkappa$	35 10 39,9	35 10 39	— 1
Ch. Pa. Si.	β^2	39 43 05,8	39 43 05	— 1
Si. Ch. Sch.	R. 323 ...	43 42 45,3	43 43 02,5	+ 17
Si. Ch. Sch.	237	43 42 55,1	43 43 02,5	+ 7

		Beobacht. Wink.			Berechn. Wink.			Diff.
Si. Sch. Bō.	244	45	04	37,0	45	04	34	—3
Si. Bō. Wi.	γ^2	48	32	41,3	48	32	33	—8
Ge. Bō. Si.	19	46	09	33,6	46	09	33	—1
Sch. Bō. Si.	22	34	25	44,4	34	25	52	+8
Wi. Si. Pa.	188	68	51	51,2	68	51	34	—17
Wi. Si. Bō.	ξ^2	31	45	14,7	31	44	55	—20
Sch. Si. Ch.	192	32	21	07,1	32	20	56	—11
10. Seltisberg.								
Bō. Wi. Se.	17	67°	47′	27″,9	67°	46′	53″	—35
Pa. Wi. Se.	205	42	40	21,7	42	40	27	+5
Ch. Pa. Se.	136	17	48	19,3	17	47	56	—23
Ge. Bō. Se.	λ^2	13	09	58,2	13	10	12	+14
Se. Bō. Si.	μ^2	32	58	59,0	32	59	20	+21
Si. Sch. Se.	242	41	45	43,2	41	45	37	—6
Pa. Si. Se.	195	33	17	15,1	33	17	13	—2
Wi. Se. Bō.	ν^2	30	41	16,6	30	41	13	—4
Bō. Se. Pa.	ξ^2	48	10	44,6	48	10	50	+5
* Bō. Se. Pa.	106	48	10	53,3	48	10	50	—3
Si. Se. Wi.	o^2	45	55	42,4	48	55	34	—8
** Pa. Se. Sch.	80	127	04	21,3	127	03	41	—40
Sch. Se. Ch.	69	20	29	49,0	20	29	55	+6
Ch. Se. Si.	70	87	38	17,1	87	38	46	+29
11. Hohestelle.								
Hst. Wi. Ge.	χ	38°	38′	41″,1	38°	38′	52″	+11″
Hst. Wi. Si.	Ψ	73	49	21,0	73	49	31	+10
Hst. Bō. Wi.	21	86	23	04,2	86	23	11	+7
** Hst. Bō. Se.	162	4	50	41,6	4	51	17,5	+36
Wi. Si. Hst.	191	42	40	05,4	42	39	51	14
Wi. Se. Hst.	ϱ^2	32	23	27,6	32	23	19	9
Si. Se. Hst.	87	78	19	08,7	78	18	53	16
Si. Hst. Wi.	170	63	30	21,7	63	30	38	+16
Wi. Hst. Bō.	171	67	43	52,7	67	43	48	5
Se. Hst. Wi.	165 + 166 .	105	42	25,7	105	42	49	+23

12. Heidenstatt.

		Beobacht. Wink.	Berechn. Wink.	Diff.
** Wi. Ba. Hd.	R. 252 . . .	39° 07′ 07″,3	39° 07′ 27″	+20″
Wi. Ba. Hd.	R. 256 . . .	39 07 20,5	39 07 27	+6
Hst. Ge. Hd.	249	44 39 12,7	44 39 18	+5
Pa. Se. Hd.	101	15 52 11,8	15 51 50	—22
Hd. Hst. Ge.	167	46 23 39,0	46 23 41	+2
Ba. Hd. Wi.	σ^2	95 50 43,8	95 50 52	+8
Ge. Hd. Hst.	τ^3	88 57 01,4	88 57 01	0
Ch. Hd. Si.	120	43 23 04,0	43 23 00	—4

13. Wyl.

Wi. Si. Wl.	193	62° 44′ 04″,7	62° 43′ 43″	—22″
Wi. Se. Wl.	v^2	61 11 30,9	61 11 24	—7
Bö. Se. Wl.	76	30 30 06,0	30 30 10,5	+4
Wl. Hst. Si.	169	105 58 20,9	105 58 09	—12
Se. Hd. Wl.	119	55 00 25,7	55 00 20	—6
Se. Wl. Si.	138	33 27 32,0	33 27 58	—26
Wi. Wl. Hst.	140	6 34 32,5	6 34 25	—7
Si. Wl. Wi.	139	47 23 29,1	47 23 34	+5
Hd. Wl. Se.	141	91 27 17,7	91 97 10	—8

14. Holzenberg.

Wi. Se. Hz.	73 + 74 . .	99° 13′ 32″,1	99° 13′ 40″	+8
Wl. Se. Hz.	85	38 01 49,4	38 02 16	+27
* Hst. Se. Hz.	107	66 49 52,7	66 50 21	+28
Hz. Wl. Se.	143	35 07 16,7	35 07 10	—7
Si. Hz. Wi.	φ^2	40 51 28,0	40 51 39,5	+11
Wi. Hz. Hst.	χ^2	19 24 09,8	19 24 05,5	—4
** Ge. Hz. Ch.	ψ^2	24 00 13,7	23 59 35	—39
Ch. Hz. Si.	90	59 23 55,2	59 24 05,5	+10
Se. Hz. Si.	100	20 40 55,9	20 41 28,5	+33
Hst. Hz. Wl.	95	25 53 31,6	25 53 20,5	—11

15. Aleten.

		Beobacht. Wink.	Berechn. Wink.	Diff.
Al. Pa. Se.	126	53° 47′ 23″,5	53° 47′ 57″	+33″
**Pa. Se. Al.	102	12 31 54,3	12 31 09,5	—44
Wl. Se. Al.	179	30 12 09,1	30 11 49,5	—20
Se. Hd. Al.	118	34 02 28,8	34 02 46,5	+18
Al. Wl. Se.	142	87 13 00,2	87 12 28	—32
Ge. Al. Wi.	113	90 18 45,4	90 18 53	+8
Ch. Al. Si.	ω^2	44 39 26,0	44 39 36	+10
Hd. Al. Se.	115	142 36 52,9	142 36 33	—20
Se. Al. Wl.	α^8	62 35 11,5	62 35 42,5	+31

16. Castelenfluh.

Se. Sch. Ca.	245	23° 30′ 39″,6	23° 30′ 42″	+2″
Wi. Se. Ca.	73	72 55 19,9	72 54 59	—21
*Hst. Se. Ca.	108	40 31 57,7	40 31 40	—18
Ca. Se. Hz.	74	26 18 12,2	26 18 41	+29
Wl. Hst. Ca.	168	29 08 18,7	29 07 58	—21
Ca. Wl. Se.	144	20 20 11,2	20 20 43	+32
Ca. Hz. Wl.	96	19 38 02,5	19 37 31	—31
**Ca. Al. Pa.	114	91 17 42,5	91 18 36	+53
Hst. Ca. Wl.	146	43 04 56,6	43 05 22	+25
Hz. Ca. Se.	147	66 28 54,0	66 28 24	—30

17. Scheurhalden.

Se. W. Sh.	210	14° 51′ 40″,0	14° 51′ 25″	—15
**Sh. Se. Si.	174	43 28 53,7	43 29 39,5	+46
**Sh. Se. Wl.	177	150 37 12,6	150 36 37,5	—35
Se. Wl. Sh.	145	8 38 40,1	8 39 02	+22
Wi. Sh. Se.	234	75 43 19,7	75 43 21,5	+2
Wi. Sh. Se.	R. 326 ...	75 43 14,4	75 43 21,5	+7
Wi. Sh. Pa.	R. 327 ...	66 55 40,9	66 55 36	—5
Se. Sh. Ch.	R. 329 ...	122 25 36,2	122 25 15,5	—20
Se. Sh. Sch.	R. 328 ...	76 14 05,5	76 13 45,5	+20

18. Wytisburg.

		Beobacht. Wink.	Berechn. Wink.	Diff.
Wt. Wi. Si.	206	15° 20′ 29″,0	15° 20′ 35″	+6″
Wt. Bö. Wi.	163	37 10 54,8	37 10 50	—5
Wi. Si. Wt.	194	14 13 19,5	14 13 13	—6
Wt. Hz. Hst.	97	33 55 58,1	33 55 55,5	—3
Wi. Wt. Pa.	199	102 40 43,7	102 40 41	—3
Wi. Wt. Bö.	198	58 27 26,2	58 27 13	—13
Si. Wt. Wi.	196	150 26 15,6	150 26 12	—4
Hst. Wt. Hz.	197	48 38 50,4	48 38 50	+7

19. Rothenfluh.

Wt. Wi. Ro.	207	61° 55′ 29″,5	61° 55′ 29″	0″
Ro. Bö. Wi.	151ª	17 40 37.2	17 40 31	—6
Ro. Se. Wi.	β^3	32 04 24,2	32 04 20	—4
Ro. Se. Bö.	86	62 45 50,9	62 45 33,5	—17
Si. Se. Ro.	77	13 51 27.7	13 51 14	—14
Wi. Ro. Pa.	224	40 15 18,7	40 15 14	—5

20. Geissfluh.

Si. Wi. Gf.	211	100° 31′ 27″,0	100° 31′ 44″	+17″
Ro. Wi. Gf.	213	53 56 48,4	53 56 50	+2
Gf. Si. Wi.	231	28 05 54,5	28 05 49	—5
Gf. Wt. Wi.	200	35 28 39,3	35 28 54	+15
Ro. Wt. Gf.	201	43 19 58,0	43 19 57	—1
Gf. Ro. Wi.	223	49 27 02,0	49 26 59	—3
Wi. Gf. Si.	γ^3	51 22 36,3	51 22 27	—9
Wi. Gf. Wt.	114β	28 39 07,5	28 38 44	—23
Si. Gf. Ro.	217	25 13 18,3	25 13 44	+26

21. Farnsberg.

		Beobacht. Wink.	Berechn. Wink.	Dif.
Ba. Wi. Fa.	Θ	46° 33′ 14″,9	46° 33′ 26″	+11″
Sch. Wi. Fa.	η	48 40 24,2	48 40 34	+10
Fa. Wi. Gf.	212	76 21 19,6	76 21 14	—6
Ge. Bō. Fa.	34	61 03 34,3	61 03 54	+20
Sch. Bō. Fa.	25	49 19 58,4	49 20 13	+15
Se. Bō. Fa.	31	47 53 38,7	47 53 41,5	+3
Wi. Ro. Fa.	225	113 30 14,9	113 29 55	—20
Si. Gf. Fa.	216	18 28 09,6	18 28 02	—8
Wi. Fa. Bō.	227	22 28 58,9	22 28 46	—13
Ro. Fa. Wi.	228	44 05 24,5	44 05 41	+16
Gf. Fa. Wi.	226	33 48 34,9	33 48 17	—18

22. Hühnersedel.

Hü. Ba. Pa.	R. 250 . . .	46° 37′ 07″,8	46° 37′ 07″	—1″
Hü. Ch. Se.	236	31 56 57,0	31 56 45	—12
Hü. Se. Hst.	88	78 08 21,1	78 08 28	+7
Hü. Hz. Hst.	98	59 27 47,2	59 27 50,5	+3
Pa. Hü. Ba.	232	74 50 59,2	74 50 53	—6
Se. Hü. Ch.	233	60 14 17,4	60 14 04	—13

23. Zunzger Höhe.

Wi. Si. Zu.	190	55° 13′ 09″,3	54° 12′ 52″	—17″
*Zu. Se. Hst.	105	32 50 00,1	32 50 18	+18
Zu. Hst. Wi.	166	74 11 25,5	74 11 40	+14
Se. Hst. Zu.	165	31 31 00,2	31 31 09	+9
Wi. Zu. Hst.	148	63 36 30,1	63 36 18,5	—12
Hst. Zu. Se.	149	115 38 53,3	115 38 33	—20

Die beiden letzten Punkte des Dreiecksystemes sind nur durch zwei beobachtete Winkel bestimmt worden.

24. Ober-Gruth.

		Beobacht. Wink.	Berechn. Wink.	Diff.
Ch. Ba. OG.	ζ^3	75° 16′ 09″,9	75° 16′ 10″	—
Ba. OG. Ch.	683	57 18 16,6	57 18 17	—
OG. Ch. Ba.	— — —	— — —	47 25 33	—

25. Dillingen.

Di. Ba. Sch.	Θ^3.	93° 12′ 23″,1	93° 12′ 23″	—
Ba. Sch. Di.	319 R . . .	31 31 54,8	31 31 55	—
Sch. Di. Ba.	— — —	— — —	55 15 42	—

Die Bestimmung der ∢ an den Punkten *Holzenberg*. *Aleten* und *Castelen* zeigen fast durchgängig mit den beobachten ∢ grosse Differenzen bis auf 50″, so dass H. selbst erklärt, er sei mit diesem △ immer am wenigsten zufrieden gewesen. Seit seinen Beobachtungen hat aber auf dem Holzenberg eine starke Abholzung stattgefunden, so dass eine Verbindung dieses Punktes mit dem Passwang möglich wurde und er ersah, dass die im vorigen Jahre zu einer sekundären Triangulation vorgenommenen Beobachtungen des Herrn Ingenieur *J. J. Frei* volles Zutrauen verdienten. Er beschloss also diese Messungen nebst den seinigen anzuwenden. Er berechnete also für diese Punkte neue Coordinate, leitete neue Azimute und Entfernungen ab. Im ganzen hat er dadurch eine grössere Übereinstimmung erreicht und er glaubt, es müssen die obigen Beobachtungen besondern Fehlern unterworfen sein, vorzüglich beim ∢ Al.-Pa-Se. Er sucht den Grund dazu beim grossen Depressions ∢, unter welchem Aleten vom Passwang aus gesehen wird, wo eine kleine Abweichung des Limbus des Instruments von der horizontalen Lage einen grossen Fehler im gemessenen ∢ mag hervorgebracht haben. Auch bei Wytisburg sind noch zwei ∢ gemessen und, gestützt auf die neuen Coordinaten, berechnet worden.

Coordinaten.

Holzenberg	+ 21348.7	— — — —	— 45074.6
Aleten	+ 16382.8	— — — —	— 58011.7
Castelenfluh	+ 27512.7	— — — —	— 49364.7

Aus diesen Coordinaten berechnete Azimute und Entfernungen.

		Azimut			Log. der Entfernung	Entfernung
Ba.	Hz. . .	154°	39′	23″	4.6978802	49874.7
Wi.	Hz. . .	279	10	43	4.6682922	46589.9
Pa.	Hz. . .	0	56	00	4.2836867	19217.0
Ge.	Hz. . .	154	54	59	4.3018564	20038.1
Ch.	Hz. . .	178	54	46	4.7062291	50842.8
Si.	Hz. . .	238	18	54	4.5599623	36304.6
Se.	Hz. . .	217	37	08	4.1913820	15537.5
Hst.	Hz. . .	298	34	55	4.4281830	26803.0
Wl.	Hz. . .	324	28	32	4.2212156	16642.4
Ba.	Al. . .	164	13	48	4.7801778	60280.6
Wi.	Al. . .	263	50	02	4.7097433	51255.8
Pa.	Al. . .	323	27	13	3.8928615	7813.8
Ge.	Al. . .	173	31	23	4.4953373	31285.1
Ch.	Al. . .	183	35	25	4.8054744	63896.1
Si.	Al. . .	228	14	59	4.6818315	48065.3
Se.	Al. . .	209	47	15	4.4637050	29087.4
Hd.	Al. . .	67	10	33	3.4813105	3029.1
Wl.	Al. . .	272	22	38	4.1657963	14648.6
Ba.	Ca. . .	150	52	03	4.7521555	56513.9
Pa.	Ca. . .	23	27	37	4.2113682	16269.3
Sch.	Ca. . .	167	50	12	4.4917173	31025.4
Se.	Ca. . .	191	18	45	4.2285554	16926.0
Hst.	Ca. . .	296	09	30	4.2867941	19355.0
Wl.	Ca. . .	339	15	03	3.9954809	9896.5
Hz.	Ca. . .	124	50	16	3.8756390	7510.0
Al.	Ca. . .	52	09	21	4.1490389	14094.1
Hz.	Wt. . .	84	38	50	4.5490830	35406.5

Vergleichung berechneter und beobachteter Winkel.

15. Aleten.

				Beobacht. Winkel			Berechn. Winkel			Differenz
	Al.	Pa.	Se.	53°	47′	23″	53°	48′	44″	+ 81″
	*Pa.	Se.	Al.	12	31	54	12	31	18	— 36
	Wl.	Se.	Al.	30	12	09	30	11	58	— 11
F.[1])	Wl.	Se.	Al.	30	12	08	30	11	58	— 10
	Se.	Hd.	Al.	34	02	29	34	02	46	+ 17
	Al.	Wl.	Se.	87	13	00	87	12	39	— 21
	Ge.	Al.	Wi.	90	18	45	90	18	39	— 6
	Ch.	Al.	Si.	44	39	26	44	39	34	+ 8
	Hd.	Al.	Se.	142	36	53	142	36	42	— 11
	Se.	Al.	Wl.	62	35	12	62	35	23	+ 11
F.	Pa.	Al.	Hd.	103	43	31	103	43	20	— 11
				14. Holzenberg.						
F.	Si.	Pa.	Hz.	38°	15′	00″	38°	15′	06″	+ 6″
F.	Se.	Pa.	Hz.	16	19	56	16	19	57	+ 1
F.	Pa.	Si.	Hz.	19	07	47	19	07	48	+ 1
F.	Se.	Si.	Hz.	14	09	15	14	09	25	+ 10
	Wi.	Se.	Hz.	99	13	32	99	13	15	— 17
F.	Pa.	Se.	Hz.	20	21	04	20	21	11	+ 7
	Si.	Se.	Hz.	145	09	00	145	08	49	— 11
	Wi.	Se.	Hz.	38	01	49	38	01	51	+ 2
	*Hst.	Se.	Hz.	66	49	53	66	49	56	+ 3
	Hz.	Wl.	Se.	35	07	17	35	06	45	— 32
	Si.	Hz.	Wi.	40	51	28	40	51	49	+ 21
F.	Si.	Hz.	Pa.	122	37	04	122	37	06	+ 2
	Wi.	Hz.	Hst.	19	24	10	19	24	12	+ 2
F.	Se.	Hz.	Pa.	143	18	43	143	18	52	+ 9
	Ge.	Hz.	Ch.	24	00	14	23	59	47	— 27
	Ch.	Hz.	Si.	59	23	55	59	24	08	+ 13
	Se.	Hz.	Si.	20	40	56	20	41	46	+ 50
F.	Se.	Hz.	Si.	20	41	39	20	41	46	+ 7
	Hst.	Hz.	Wl.	25	53	32	25	53	37	+ 5

[1]) Nach Beobachtungen von Frey.

16. Castelenfluh.

		Beobacht. Winkel			Berechn. Winkel			Differenz
	Se. Sch. Ca.	23°	30′	40″	23°	30′	34″	— 6″
	Wi. Se. Ca.	72	55	20	72	54	52	— 28
	*Hst. Se. Ca.	40	31	58	40	31	33	— 25
	Ca. Se. Hz.	26	18	12	26	18	23	+ 11
	Wl. Hst. Ca.	29	08	19	29	08	16	— 3
	Ca. Wl. Se.	20	20	11	20	20	14	+ 3
F.	Al. Wl. Ca.	66	51	52	66	52	25	+ 33
F.	Se. Hz. Ca.	87	12	58	87	13	08	+ 10
	Ca. Hz. Wl.	19	38	02	19	38	16	+ 14
F.	Ca. Hz. Wl.	19	38	27	19	38	16	— 11
	Ca. Al. Pa.	91	17	43	91	17	52	+ 9
F.	Ca. Al. Pa.	91	18	00	91	17	52	— 8
	Hst. Ca. Wl.	43	04	57	43	05	33	+ 36
F.	Hst. Ca. Wl.	43	05	38	43	05	33	— 5
	Hz. Ca. Se.	66	28	54	66	28	29	— 25
F.	Hz. Ca. Se.	66	28	29	66	28	29	0

18. Wytisburg.

	Wt. Hz. Hst.	33°	55′	58″	33°	56′	05″	+ 7
	Hst. Wt. Hz.	48	38	50	48	38	56	— 6

Als erste Frucht von Huber's Triangulation ist zu erwähnen eine kleine Karte:

Skizze des nordwestlichen Teiles des Kantons Basel, welcher den neuen Bezirk Birseck in sich begreift. Mit Benutzung vorhandener Hilfsmittel entworfen im Mai 1816. Gezeichnet von D. H. P. M. (Daniel Huber, Prof. Math.) Gestochen von S. Gysin», ein gutes Kärtchen 26,34 cm., für welches wohl Andreas Bräm viele Zeichnungen geliefert hatte.

Schanzenherr Feer sagt darüber: «Wenn man eine Karte von «dieser Art von der ganzen Schweiz hätte, so wären wenig «Länder, welche eine bessere aufweisen könnten.» [1])

Es soll hier nicht vergessen werden, dass Huber hiefür bereits sich vorher in der Aufnahme geübt hatte; das Baudepartement Basel-Stadt besitzt einen Originalplan:

Geometrischer Grundriss eines Teiles des Birsflusses etc. Trigonometrisch und geometrisch aufgenommen durch J. J. Schäfer, D. Huber, Professor und J. M. Zeiher.

Diese kolorierte Handzeichnung stammt aus dem Jahre 1798 und misst 72 cm auf 276 cm, und ist als eine Vorarbeit zu Huber's spätern Arbeiten zu betrachten. —

Als die Triangulation Huber's dem Abschluss nahe war, trat man mit *Buchwalder* in Unterhandlung, um die Detailaufnahme vorzunehmen.

Buchwalder sandte am 3. April 1822 ein schriftliches Angebot ein und wollte die Aufnahme machen, unter der Voraussetzung, dass die Triangulation schon berechnet und genügend detailliert sei, dass ein guter Grundriss der Stadt Basel und brauchbare Grenzpläne vorhanden seien, und dass ihm von den Gemeinden die Arbeiter kostenfrei geliefert würden, um die nöthigen Waldausschnitte zu machen. Unter diesen Bedingungen anerbot er sich, die Aufnahme und das Manuscript für den Stich in 1/50000 gegen Bezahlung von 450 Louisd'or herzustellen, wünschensfalls auch den Stich durch einen Pariser Künstler, inclusive Aufsicht und Abdruck von 2000 Exemplaren für 232 Louisd'or zu besorgen.

Man fand aber die geforderten Summen zu hoch. So kam das schöne Projekt nicht zu Stande und Basel kam um die Ehre, der erste Schweizerkanton gewesen zu sein, der eine auf wissenschaftlicher Grundlage beruhende Kantonskarte erstellt hätte.

In den letzten dreissiger und dem Anfang der vierziger Jahre bearbeitete *Strasseninspektor Friedrich Baader* (1802—1867) gestützt auf die Huber'sche, sodann zum Teil auf die eidgen.

[1]) Huber erwähnt dieses Kärtchen in seinem Bericht pro 1816. Er habe es für Hrn. Pfarrer Lutz für seine Beschreibung des neuen Bezirks Birseck machen müssen, was seine Thätigkeit bis Juni 1815 sehr absorbiert habe.

Triangulation, sowie auf eigene Detailaufnahmen eine Kantonskarte[1]) von Basel in 1/25000 mit Isohypsen und Schraffuren.

Das Original und eine Reduktion in 1/50000 befinden sich auf dem Baudepartement Basel-Stadt. Von Baader selbst wurde nur ein kleiner Teil dieser Karte, unter dem Titel herausgegeben: »Kanton Basel-Stadtteil, nach der eidgen. Triangulation entworfen und bearbeitet im Masstabe 1/25000 von Fr. Baader, Unterinspektor. 1838.» Die mässige Lithographie ist von N. Hosch. Ergänzungen folgten 1857 und 1858.

Schon 1836 hatte sich Dufour[2]) an Baader gewandt, um ihn zu gewinnen, von den Basler'schen Katasterplänen Reduktionen in 1/25000 zusammenzutragen. In der That waren ausser dem Plane der Stadt in 1/5000 noch Pläne der Gemeinden Klein-Hüningen, Riehen, Bettingen, Allschwil, Schönenbuch, Binningen, Bottmingen, Oberwil, Therwil, Ettingen, Pfeffingen, Aesch, Reinach, Arlesheim, Mönchenstein, Muttenz, Pratteln, Basel-Augst, Frenkendorf, Liestal, Lausen, Sissach, Böckten, Thürnen, Biel, Ittingen, Stetten, Wenzlingen, Grenzach vorhanden.

Diese Pläne sind wohl meistens gestützt auf die Huber'sche Triangulation aufgenommen worden.

Baader verpflichtete sich, Reduktionen in 1/25000 zu 20 Fr. per Gemeinde herzustellen, und zwar genau nach den Vorschriften Dufours. Schon im Dezember 1836 konnte Baader das 1. Blatt, Basel-Stadt umfassend, abliefern; für den Kanton Basel-Land erhöhte er seine Forderung auf 32 Fr. per □cm in 1/25000.

Diesen Dufour'schen Auftrag hat wohl Baader benutzt, um seine oben erwähnte Karte Basel-Stadtteil herzustellen.

Immerhin begegnen wir auch den Spuren der Huber'schen Triangulation im hervorragendsten Kartenwerk des Kantons, demjenigen von *Andreas Kündig: Karte vom Kanton Basel*, entworfen von Andreas Kündig, 1 : 50000, 2 Bl., jedes zu 68,40 cm. Verlag von C. Detloff, empfohlen vom hohen Regierungsrate von Basel-Land, Lithographie der Herder'schen Verlagsbuchhandlung Freiburg im Breisgau, eine jetzt noch gebrauchte Karte in Schraffenmanier.

---

[1]) Diese Karte ist betitelt: Karte der Kantone Basel-Stadt und Landschaft in 1 25000, 126,172 cm, in den Jahren 1841—45 hergestellt.

[2]) Geschichte der Dufour-Karte. S. 114.

Die Bedeutung der Huber'schen Triangulation für die schweizerische Landesvermessung ist geringer zu bewerten. Bekanntlich begann die Primordialtriangulation unter Generalquartiermeister Finsler im Jahre 1809 in der Ostschweiz. Finsler fasste den Plan, die △e der Nordostschweiz, welche bis an die Gislifluh im Kanton Aargau sich erstreckten, mit den Messungen Trechsels im Kanton Bern, Hubers im Kanton Basel, E. Osterwalds im Kanton Neuenburg, zu verbinden, wodurch er einerseits den Anschluss mit der waadtländischen Triangulation erreicht, andrerseits ein △snetz erhalten hätte, das sich über 17 Schweizerkantone erstreckt hätte.

Nach Huber's Tode setzte in Basel Hauptmann Geigy die Arbeit fort. Die erste Kommission für die schweizerische Landesaufnahme, welche sich am 4. Juni 1832 in Bern unter dem Vorsitze des Oberstquartiermeisters Ludwig Wurstemberger versammelte, beschäftigte sich auch eingehend mit der Würdigung der bisherigen im Lande vollbrachten Vermessungsarbeiten.[1]) Bezüglich der Huber'schen Triangulation des Kantons Basel ergab sich folgendes:

Sie hat mit der Buchwalder'schen des Kantons Solothurn die Linien Passwang-Wiesenberg, Passwang-Basel, Wiesenberg-Basel gemein. Wegen Veränderung der Signale auf dem Wiesenberg, Gislifluh und Passwang stehen die Huber'schen Messungen besonders mit den französischen, aber auch mit den Buchwalder'schen nicht in Einklang, und vom ganzen Basel'schen Netz ist nur der südliche Münsterturm zu Basel zuverlässig in Uebereinstimmung mit der eidgen. Vermessung. Zur Herstellung der Verbindung und Ausgleichung der Widersprüche sollen von neuem 3—4 Hauptdreiecke in den Kanton Basel hineingeworfen werden, nämlich:

Passwang-Wiesenberg-Basel,
" " -Sonnenberg,
" " -Römel, allenfalls
" " -Gempenfluh, durch welche dann mittelst eines konstanten Logarithmus auch die übrigen △e berücksichtigt werden könnten und so der Kanton Basel sich der eidgen. Triangulation einverleiben liesse.

[1]) Graf, Geschichte der Dufourkarte. S. 22.

Wenn daher die Huber'sche Triangulation auch für den Kanton Basel unmittelbar grosse Bedeutung erhalten hat, so ist sie in zweiter Linie für die schweizerische Landesaufnahme nicht sehr verwendbar geworden. Es rächte sich der Mangel an geeigneten Instrumenten und die Auswahl und unsichere Fixierung der Signale auf den Punkten des △snetzes in sehr erheblichem Masse. Immerhin hat Huber mit seinen geringen Hilfsmitteln zu einer Zeit Bedeutendes geleistet, wo man anderwärts noch nicht einmal an einen solchen Versuch dachte oder über den Versuch nicht hinaus kam.

In Bezug auf die rechnerische Ausgestaltung und die kritische Abwägung seiner eigenen Resultate wird er aber stets ein Muster der Gewissenhaftigkeit, der Energie und der patriotischen, selbstlosen Hingabe an die Lösung einer wichtigen kartographischen Aufgabe anerkannt werden müssen.

Die Kosten (siehe Anhang No. 11) waren ausserordentlich bescheidene. Die Gesamtausgabe betrug bis und mit 1827 28,744 Franken, 7 Batzen, 9 Rappen; bis 1824 (Huber's Schlussarbeitsjahr) bloss 12,133 Franken, 2 Batzen, 9 Rappen.

Wir sind am Schluss angelangt. Ich spreche an dieser Stelle dem eidgenössischen topographischen Bureau, Chef Herr L. Held, dem Staatsarchiv Baselstadt, Hrn. Dr. Wackernagel und Hrn. Dr. August Huber, den besten Dank für ihre persönliche Unterstützung aus.

Anhang No. 1.

Sie wissen, mein hochgeachteter und werthgeschätztester Herr Rathsherr, dass ich vorigen Herbst einen guten Theil unseres Basel-gebiets in der Höhe und Tiefe besucht. Mein vornehmster Zweck war eine geometrische Rekognoszirung desselben, die Aufsuchung von Stellen, die sich für Standpunkte einer trigonometrischen Vermessung eigneten. Diesen Winter durch hat sich nun die Lust zu einem ähnlichen Versuche nicht wenig erhöht; ich habe manche vorläufige Entwürfe zur Ausführung desselben nach einer zweckmässigen Methode gemacht, die ersten Tage dieses Frühlings von neuem zu möglichst sorgfältigsten Messungen angewendet, und durch freundschaftliche Mittheilung des franz. Ingenieurs, die für eine solche Arbeit höchst wichtig sein könnte, haben brieflich jenes Projekt noch mehr zu einer Lieblingsidee erhoben.

Zwar sollten manche Schwierigkeiten mich abschrecken und namentlich die Instrumente, die mir zu Gebote stehen, denn jene Ingenieurs, sowie die Berner und Zürcher arbeiten nur mit 10- und 20mal theuern. Indessen glaube ich, dass auch mit mittelmässigen bei Anwendung grosser Genauigkeit so viel geleistet werden kann, als zu einer Messung erforderlich ist, die als Basis eine so genaue Karte unseres Kantons, und durch diese wieder zur Basis künftiger Kadastervermessungen dienen könnte. Auf jeden Fall würden ähnlichen Vermessungen von sehr grossem Nutzen für jede künftige als Vorarbeit sein und viele Kosten und Zeit ersparen.

Eine andere Schwierigkeit liegt aber darin: Jede solide Messung muss in eine grosse Triangularmessung ausgehen, welche die Hauptpunkte des ganzen Kantons fixirt. Diese Punkte können für unsern Kanton, der ziemlich gebirgig ist, nur Berghöhen sein. Kirchthürme etc. etc. können daher bei dieser ersten Arbeit nirgends beinahe als Signale dienen, es müssen solche express an ausgewählten Standpunkten errichtet werden. Diese Errichtung würde aber nicht nur mir als Partikular diese Liebhaberei um ein bedeutendes vertheuern, sondern sie würde mir als solchem beinahe unausführbar sein. Eine höhere Autorität nur kann sie erhalten und zumal schützen vor boshaften Verletzungen.

Mein lebhafter Wunsch, den ich Ihnen, verehrtester Herr Rathsherr, anempfehlen möchte, geht daher dahin: Die Regierung möchte sich für meine Arbeit einigermassen interessiren und zwar dadurch:

1. Dass Sie mich gleichsam zu den nöthigen Vermessungen autorisirte.
2. Das Sie mich begewältigte, die Gemeinden zu den erforderlichen Signalen anzuhalten und mir in meiner Arbeit den gehörigen Vorschub zu leisten.
3. Das Sie gütigst diejenigen Kosten übernähme, welche die Errichtung der Signale und fremde Hülfe beim Transport der Instrumente erfordert.
4. Dass Sie mir diejenigen Hülfsmittel, die bereits vorhanden sind, gütigst anzeigt und zu gebrauchen erlaubt (als Instrumente, Pläne, Karten etc.), und im Fall man geneigt wäre etwas zur öffentlichen Anschaffung von guten Instrumenten beizutragen, dass wo möglich zu meinem Gebrauche bereits dieselbe befördert werde.

Würde eine Hochlöbl. Regierung meinen geziemenden Wunsch mir gewähren, so machte ich mich anheischig nicht nur jedem dazu Beauftragten meine Arbeit und den Plan derselben zur Einsicht und Prüfung vorzulegen, sondern auch alle Beobachtungen, die ich mit Hülfe jener Signale machte zu jedem künftigen Gebrauch mitzutheilen. So viel verspreche ich als Verpflichtung, Allein ich hoffe ungleich mehreres und für das Allgemeine Nützliche thun zu können. Wie sehr mir eine solche Unterstützung und Begünstigung Aufmunterung und Anfeuerung sein würde, werden Sie mir zutrauen. Ich hoffte wirklich so weit zu kommen, mit der Zeit selbst eine alle bisherigen weit übertreffende, genaue, geometrische Carte zu liefern, in der alle Gebirgszüge, die in der Brucknerschen und Meyerschen so ganz fehlerhaft sind, richtig dargestellt wären — ich hoffte wenigstens so weit zu kommen, ein Netz zu entwerfen — das, wenn ich es auch nicht ganz ausführen könnte, da ich meine Musse nicht berechnen kann, von grosser Wichtigkeit für jede künftige Arbeit dieser Art sein könnte. Ich würde diese Gemeinnützigkeit um so viel mehr erhöhen, da ich meine Exkursionen nebenbei recht eifrig zur Bestimmung der Höhen — (Bewantniss) und zur Erforschung der Naturmerkwürdigkeiten anwenden würde.

Ich schmeichle mir aber einigermassen mit der frohen Hoffnung, die Theilnahme unserer Regierung an dieser Arbeit zu gewinnen — da die Kosten in der That nicht bedeutend wären — die Anzahl der Signale setze ich auf höchstens 15 oder 20; und alle Kosten auf höchstens 40 Ld'or, wenn ich allfalls anzuschaffende Instrumente fürs erste nicht in Betracht ziehe.

Jede Arbeit, die aber einst zu unternehmen wäre um das als Vorabeit zu ersetzen, was die meine zum wenigsten gewiss leistete, würde weit mehr kosten, da ich natürlich alle Privatkosten durchaus auf mich nehme, und mit dem Eifer eines Liebhabers arbeitete.

Es würde mir sehr erfreulich sein, wenn Sie mein Hochgeehrter Herr Rathsherr die Gewogenheit hätten, diesen Gegenstand zu überdenken, und nach Gutheissung höhern Orts zur Sprache zu bringen und zwar mit Beschleunigung, da ich ungern diese Sommermonate verstreichen lasse ohne beträchtlich vorzuschreiten.

Mit ausgezeichneter Hochachtung

Ihr gehorsamster

C. Bernoulli.

Basel, d. 5. Juni 1812.

Anhang Nr. 2.

Extractus Raths Protocolli vom 24. Juny 1812.

Eingezogen.

Schon seit vorigem Sommer beschäftigt sich Herr Doctor Bernoulli, jünger, mit trigonometrischen Vermessungen in dem hiesigen Canton, welche sowohl die Erhaltung einer sorgfältigen und richtigen Carte beabsichtigen, als auch zu einer allgemeinen Cadastrirung desselben dienen können.

Zu weiterer Beförderung dieser gemeinnützigen Arbeiten bedarf H. Bernoulli einer Authorisation von höherem Ort, sowie eine Obrigkeitliche Unterstützung für die Errichtung der Signale, und Kosten Ersatz wegen dem Transport der Instrumente etc. wohl angewandt seyn würde. Es sollte demnach Löbl. Haushaltung beauftragt werden, den Herrn Bernoulli näher über sein Vorhaben zu vernehmen, und demselben die gewünschte Hülfe angedeihen zu lassen. wird

erkannt.

Soll nach diesem Einzug verfahren, und zu diesem Ende Löbl Haushaltung der angerathene Auftrag ertheilt werden.

Kanzley des Kantons Basel.

Anhang Nr. 3.

Hochgeachteter, insbesondere Hochzuverehrender Herr!

Nach den aufmunternden Gesinnungen, die Sie mir letzthin mitzutheilen die Gewogenheit hatten, habe ich nicht ermangelt über die Weise nachzusinnen, den zweckmässigsten Gebrauch von

dem gütigen Vorschuss zu machen, dessen ich mich von Seite unserer Hochlöbl. Regierung zur Beförderung meiner Messungen erfreuen darf. Ich habe nicht ermangelt, die Herren Rathherr Finsler und Präsident Escher über diese Angelegenheit zu berathen. Auch ihre Unterredung hat mich aber immer mehr als erstes Bedürfniss vor allem die Acquisition eines guten Instrumentes einsehen lassen, ohne welches sich leider alle anzuwendende Kosten und Mühe wenig belohnen würde.

Das einzige genaue Instrument, das sich hier vorfinden dürfte, ist ein englischer Sextant, den kürzlich die philosophische Fakultät anschafte. Abgesehen aber, dass dieser schwer zu erhalten wäre, und Herr Prof. D. Huber ihn zu astronomischen Beobachtungen braucht, so dürfte derselbe auch nach H^n^ Finler's Ausspruch wenig für die vorzunehmenden Messungen zu wünschen seyn. Unser Canton, zumal als ein gebirgichter, würde Messungen mit Sextanten sehr erschweren, es würden zudem mehrere und kostbarere Signale nöthig seyn, weil die Einrichtung des Instruments an sich deutlichere Objekte verlangt — zudem läuft es bei öftern Reisen eher Gefahr beschädigt zu werden, und früher oder später vorzunehmende Landvermessungen würden stets ein anderes genaues Instrument erheischen.

Ein solches Instrument, das zu meinem Zweck so wie zu jedem, der terrestrische Messungen zum Gegenstand hat, seit langem als das bei weitem vorzüglichste anerkannt ist, ist ein sogenannter Theodolit. Obschon für diese und ähnliche Arbeiten eben nicht einer der vorzüglichsten und namentlich ein Reichenbach'scher vonnöthen ist, so sollte er dennoch aus den Werkstätten eines der geschicktesten Mechanikers — aus Stuttgardt, Darmstadt — oder wenigstens aus Zürich (von Oery) bestellt werden. Ein solches unter sorgfältigen Händen stets vortreffliches Instrument, würde an 20—30 Ld'or zu stehen kommen. Die Anschaffung eines solchen Instruments, welches fürs erste zu meinen Messungen mir gütigst anvertraut würde, ist nun der Wunsch, den ich Ihnen, Hochgeachteter Herr Dreierherr, und durch Sie einer Hochlöbl. Haushaltung geziemendst vorzutragen die Freiheit nehme — mit der Bitte sogar die Bestellung sobald möglich machen zu dürfen, damit noch diesen Herbst zu Arbeiten geschritten werden könnte.

Vielleicht dürfte ich um so eher die Willfahrung dieses Wunsches hoffen, da ein solches Instrument einen bleibenden Werth hat, keineswegs blos auf Kosten meiner Arbeit zu schreiben wäre, indem ich die Integrität garantirte: dabei aber wirklich in meinen vorläufig geäuffneten Unkosten begriffen ist. Ich sprach bereits von

ca. 50 Ld'or — die Unkosten der Signale etc. würden aber für das 1te und vielleicht 2te Jahr zusammen schwerlich die Summe von 25 Ld'or erreichen.

Mit der ausgezeichnetsten Hochachtung verharre
Meines hochgeachtetsten Herrn
Gehorsamster
Dr. *C. Bernoulli.*

Basel, den 27ten Juny 1812.

Anhang Nr. 4.

Hochgeachter Herr Praesident!
Hochgeachte, hochgeehrte Herren!

In Antwort auf Hochdero vom 20sten July 1812 datirte und uns vorgelegte Frage, was für mathematische Instrumente bey unsrer Universität vorhanden seyn, welche dem Herrn C. Bernoulli zur Beförderung seiner in unserm vaterländischen Kanton vorzunehmenden trigonometrischen Messungen dienen könnten, folgt hier ein von Hrn. Dr. Daniel Huber dem Professor der Mathesis mit vielem Fleisse ausgefertigter und die ganze Wichtigkeit dieses Gegenstandes in das helleste Licht stellender Bericht.

Hiemit verharre hochachtungsvoll
Prof. *Hieron. Kœnig;*
p. t. Academiae Rector.

1812
d. 25sten July.

Anhang Nr. 5.

Aarau, d. 8ten Brachmonat 1813.

Präsident und Rath des Kantons Aargau
an
Bürgermeister und Rath des Kantons Basel.

Getreue Liebe Eid- und Bundsgenossen!

Wir vernemmen aus Ihrer verehrten Zuschrift vom 1ten diss, dass Herr Professor Huber von Basel Willens sey, trigonometrische Vermessungen in Ihrem Canton vorzunemmen, und ihm von Ihnen durch ein Patent die allfällig zu Ausführung seines Vorhabens erforderliche Handbietung und Schutz der Beamten Ihres Cantons zugesichert worden sey; da nun derselbe in den Fall kommen könnte,

auch innerhalb der Grenzen Unseres Cantons seine Arbeiten vornemmen, und Signale aufstellen zu müssen, so entsprechen Wir mit Vergnügen Ihrem Uns geäusserten Wunsch durch Bewilligung beyliegenden Patents, Kraft dessen Herr Professor Huber bey seinen vorhabenden Arbeiten in Unserm Canton wie in dem Ihrigen finden wird.

Wir ersuchen Sie Getreue Liebe Eid- und Bundsgenossen, ihm dasselbige zu seinem Behelf zustellen zu lassen, und übrigens in allen Anlassen Unserer Bereitwilligkeit zu jeder von Uns abhängenden Gefälligkeit sich versichert zu halten.

Womit Wir Sie G. L. E. und Bundsgenossen nebst Uns der himmlischen Obsorge bestens empfehlen.

Der Präsident des Kleinen Raths
Weissenbach.

Der Staatsschreiber
Kasthofer.

Anhang Nr. 6.

Copia.

Wir Präsident und Rath des Cantons Aargau
thun kund hiemit,

Dass wir auf die Empfehlung der Regierung löbl. Standes Basel, in der Absicht dem Herrn Professor Huber von Basel, welcher Vorhabens ist, in dortigem Canton trygonometrische Vermessungen anzustellen, und dabey in den Fall kommen dürfte, innert den Grenzen des hiesigen einige Arbeiten vorzunemmen, die nöthige Sicherheit zu ungehinderter und ruhiger Vollziehung dieses Unternehmens zu verschaffen.

verordnet.

1. Es solle dem Herrn Professor Huber, bey seinem Vorhaben in Unserem Canton kein Hinderniss in den Weg gelegt und seine aufgestellten Signale unverletzt erhalten werden.

hingegen sind

2. Alle unsere Beamte und Vorgesetzte der betreffenden Gemeinden Unserer Grenzbezirke Aarau, Laufenburg und Rheinfelden, aufgefordert, demselben alle benöthigte Unterstützung und Vorschub zu leisten.

3. Gegenwärtiges Patent soll dem Hn Oberamtmann desjenigen der Oberwähnten Bezirke, in welchem Herr Huber seine Vermessungen vornemmen will, vorgewiesen, und mit desselben visum versehen werden.

Gegeben in Aarau d. 8. Juny 1813.

Der Präsident des Kleinen Raths
sig. *Weyssenbach.*

Der Staatsschreiber
sig. *Kasthofer.*

Anhang Nr. 7.

Extractus Raths Protocolli vom 12. Juny 1813.

Auf ein Antwortschreiben von Löbl. Cantons Regierung Aargau, wegen H. Professor Hubers trigonometrischer Ausmessung des hiesigen Cantons ward

Soll die willfährige Entsprechung der Regierung des Cantons Aargau höflich verdankt, und soll dieses Schreiben Löbl. Haushaltung zu handen des H. Professor Huber zugestellt werden.

Canzlei des Cantons Basel.

Anhang No. 8.

Trigonometrische Ausmessung des Cantons.

Finanz Rath in Solothurn den 21. Juny 1813.

Es hat unsere Regierung Ihrem hohen Stand von dem Vorhaben Hn Daniel Huber Professor der Mathematik auf unserer Universität eine trigonometrische Vermessung unseres Cantons vorzunehmen in Kenntniss gesetzt und da derselbe in Fall kommen wird auf der Scharten Flu bey Gempen und auf dem obern Paswang Signale aufzustellen, auch auf dem Durrek ob Eptingen und auf der Geiss Flu vielleicht etwas Holz ausleichten Hochdieselbe ersucht, die Ausführung dieser Arbeit gefällig zu gestatten, welchem Sie auch in allen Theilen entsprochen und D. H. G. A. Herrn als diejenige Behörde bezeichnet an welche sich Hr Prof. Huber wegen allfälliger Ausleichtung des Holzes zu wenden habe.

Um nun allen Weitläufigkeiten hierüber vorzubeugen, nehmen

wir die Freiheit Hochdieselben zu ersuchen uns gefälligst anzuzeigen an wen sich Hr Professor Huber auf diesen Stellen zu melden habe, um die nöthige Weisung und Unterstützung zu erhalten, und die nöthigen Befehle an dieselben zu ertheilen, damit Ihm kein Hinderniss gemacht werde.

Sie werden uns durch willfährige Entsprechung sehr verbinden, und wir werden jeden Anlass mit Vergnügen ergreifen, wo wir Ihnen Beweyse unserer Dienstbereitwilligkeit dargeben können.

Mit vollkommenster Hochachtung beehren wir

Anhang No. 9.

Schultheiss und Rath des Kantons Solothurn

an

Bürgermeister und Rath des Kantons Basel

Getreue liebe Eid- und Bundsgenossen!

Sie haben Ihrem Mitbürger Hn Daniel Huber, Professor der Mathematik auf der Universität zu Basel bevollmächtiget, den Kanton Basel trigonometrisch aufzunemmen, und bey Uns zu diesem Ende angesucht, dass wir zugeben möchten, dass auf der Schartenfluh bey Gempen, und auf dem obern Passwang Signale aufgestellt, und auf der Dureck ob Eptingen, sowohl als auf der Geisfluh ob Oltingen einiges Holz ausgeleichtet werden dörfe. Wir haben diesem Begehren, durch welches auch für die benachbarten Kantone gemeinnützige Resultate hervorgehen, mit Vergnügen entsprochen, und daher wegen der Signale an die Oberamtsmänner, und wegen Ausleichtung des Holzes an den Finanzrath, an welchen sich H. Professor Huber zu wenden hat, die gemessene Befehle ertheilt.

Wir empfehlen Die U. G. L. E. und Bundesgenossen mit dieser Anzeige samt uns dem Schutz des Allgütigen.

Solothurn d. 9ten Juny 1818.

Der Amtsschultheiss

Heinrich Grimm von Wartenfels.

Für den Staatsschreiber

Der Rathsschreiber

S. Glutz-Blotzheim.

Anhang No. 10.

Basel.

Hochgeachte Herren!

Durch Ihre Zuschrift vom 21ten diess fragen Hoch dieselben bey Uns an, an wenn sich Herr Professor Huber wegen Unterstützung bey seinen trigonometrischen Vermessungen und den nöthigen Ausleichtungen zu wenden habe.

Wir haben die Ehre, Ihnen hiermit anzuzeigen, dass sich H. Professor Huber nur an die Oberamtmänner der betreffenden Amteyen zu wenden habe, indem diese desshalb die erforderlichen Weisungen erhalten haben.

Solothurn d. 29ten Juny 1813.

Der Präsident des Finanz Raths
Ludwig von Roll des Raths.
Im Namen desselben
Staub
Erster Secret.

Anhang No. 11.

Auszüge aus den Rechnungen des Kantons Basel

betr.

Geometrische Ausmessung des Kantons.

Rechnung			Fr.	Bz.	Rp.
1813	1813. Febr. 5.	An Herr Prof. Huber zu Anschaffung eines Theodoliten	560.	—	—
	Oct. 22.	Reparationskosten eines Theodoliten nebst Fracht	177.	9.	—
	1814. Jan. 14.	an Herr Prof. Huber wegen geometrische Vermessung des Cantons gehabter Unkösten laut Rechg. . .	513.	1.	5.
			1251.	—	5.
1814	1815. Febr. 10.	An Herrn Adjunkt Merian Gratifikation als Beyhülf bei Herrn Prof. Huber	80.	—	—
		an Herrn Prof. Huber wegen gehabten Unkösten bei geometrischen Ausmessungen im Jahr 1814	438.	6.	5.
1815			518.	6.	5.
1816	17. Febr. 17.	Verrechnet Herr Prof. Huber für geometrische Vermessungen des Cantons	593.	3.	5.
1817					
1818	1819. Jan. 29.	Verrechnet Herr Prof. Huber für die Trigonometrische Vermessung A° 1817 u. 1818	338.	8.	—
1819	1820. Febr. 18.	An Herrn Prof. Huber für trigonometrische Vermessung	332.	5.	5.
1820	1821. Febr. 16.	Verrechnet Herr Prof. Huber . . .	191.	3.	—
		Herr Rathsherr Stehlin, Oberförster u. Merian wegen Hauenstein	490.	2.	—
		Herr Rathsherr Meschini, wegen gleichem, woran aber der Kanton Solothurn die Hälfte zu erstatten hat .	963.	4.	5.
			1644.	9.	5.

Rechnung				Fr.	Bz.	Rp.
1821		Sept. 21.	Herr Rathsherr Meschini à conto wegen Hauenstein 1648. — dessen Spesen 312. —	1960.	—	—
		28.	Vermessung der Bruderholzstrasse .	2.	9.	9.
	22.	Jan. 18.	Herr Rathsherr Stehlin, Kosten w. Hauenstein	454.	7.	5.
				2417.	7.	4.
1822	23.	Jan. 10.	Ver. Herr Dep. Huber, Namens der Landwirtschaftl. Commission, für Vermessungen im Sissacherbann .	201.	6.	—
1823	24.	März 26.	Ver. löbl. Landwirtschaftl. Commission wegen Staatswald etc. zu Itigen .	253.	6.	—
			Papyr u. Tuch zu Plänen des Itigerbanns	11.	—	—
				264.	6.	—
1824	25.	Jan. 14.	Verr. Herr Prof. Huber pro 1821—1824	493.	—	—
		März 18.	» Landwirtschaftl. Commission Zimmer im Bischofshof	874.	4.	—
			Winkelbestimmung des 2. Netzes an Frey 2136. 50			
			dito Siegfried 189. 50			
			dito Bader 201. 50			
			Verification u. dem Schreiber für 3 Monate 370. 70			
			Aussteinung u. Verpfählung 303. 40	3201.	6.	—
				4569.	—	—
1825		Juni 10.	Herr Ing. Merian Vermessung am Hauenstein	41.	1.	5.
		Juli 1.	Herr Prof. Huber für Instrumente .	16.	—	—
	26.	Febr. 17.	verrechnet l. Landwirtschafl. Commission wegen Kadaster an Ing. Frey für Berechnung aufgenommener Winkel Fr. 550. 2. —			
			für Winkelbestimmung in 4 Bzk. » 1470. — —			
			dem Gehülfen » 384. — —			
			Taglöhne an Bannwarte; Signale » 316. 7. —			
			Perkall, Papyr, Schreibmaterial u. dgl. » 370. 5. —			
			Sekretärs Besoldung » 480. — —			
			Besoldung an Landkommissär » 1200. — —			
			54 Taggelder à Fr. 4.— » 216. — —	4987.	4.	—
				5044.	5.	5.

Rechnung				Fr.	Bz.	Rp.
1826		März 31.	An Herrn Dr. Laroche für Rückstand an Meschini	503.	5.	3
	27.	Febr. 2.	Ing. Frey für die Kosten	1064.	2.	—
			» Siegfried für Kleinhüningsbann .	407.	7.	—
			Landcommission Besoldung u. Diäten	1417.	5.	—
			Sekretariatshonorar	480.	—	—
			Staatsantheil an Vermessungen . .	34.	2.	5.
			Mess-Instrumente	90.	9.	5.
			Holz, Wellen, Handw. f. Bureau . .	269.	7.	8.
				4267.	9.	1.
1827	1828.	Jan. 31.	Verrechnet l. Landwirtsch. Commission für 1827			
			für Vermessungen der Geometer Frey und Wenk	4296.	6.	—
			für Staatsantheil an den Vermessungen im Bettinger u. Böckter Bann . .	285.	8.	7.
			für Besoldungen der Angestellten .	2067.	7.	7.
			» Instrumente und Geräthschaften.	137.	—	—
			» Buralausgaben	511.	8.	—
				7299.	—	4.

A. Krebs.

Konstruktionen gleichschenkliger Dreiecke mit Hilfe von Kurven höherer Ordnung.

EINLEITUNG.

§ 1. Ein gleichschenkliges Dreieck ist durch zwei Stücke bestimmt. Als Bestimmungsstücke sollen in Betracht fallen (Fig. 1):

1. Die Basis $OA = b$.
2. Der Schenkel $OB = AB = s$.
3. Die Basishöhe $BC = h_b$.
4. Die Schenkelhöhe $AD = h_s$.
5. Die durch die Schenkelhöhe erzeugten Schenkelabschnitte $OD = m$ und $DB = n$.

Im ganzen haben wir also sechs Bestimmungsstücke. In allen Konstruktionsaufgaben, die wir lösen werden, soll die Basis b das erste gegebene Stück sein. Als Zweites fügen wir die Summe oder Differenz aus je zweien der übrigen fünf Bestimmungsgrössen hinzu.

Ein gleichschenkliges Dreieck hat für uns jetzt vier Fundamentalpunkte. Zwei davon sind stets durch die Basis gegeben. Ist von den andern zweien — es betrifft dies noch die Spitze B und den Fusspunkt D der Schenkelhöhe — der eine bestimmt, so ist das Problem gelöst. Jede Aufgabe gestattet daher eine doppelte Lösungsart. Die Bestimmung des dritten festen Punktes erfordert, wie wir bald sehen werden, die Konstruktion einer Kurve höherer Ordnung. Sollte eine solche Hilfskurve nicht näher bekannt sein, so erlauben wir uns, dieselbe nebenbei einer mehr oder weniger eingehenden Untersuchung zu unterwerfen.

I.

§ 2. *Erste Aufgabe: Ein gleichschenkliges Dreieck zu konstruieren, wenn die Basis b und die Summe oder Differenz aus der Basishöhe und dem an die Spitze grenzenden Schenkelabschnitt gegeben sind.*

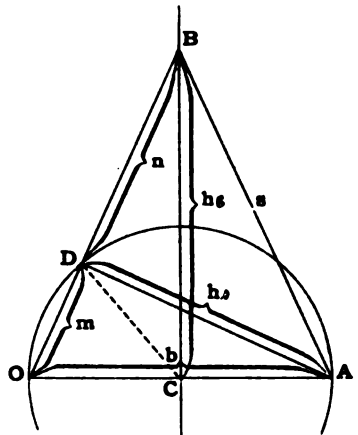


Fig. 1

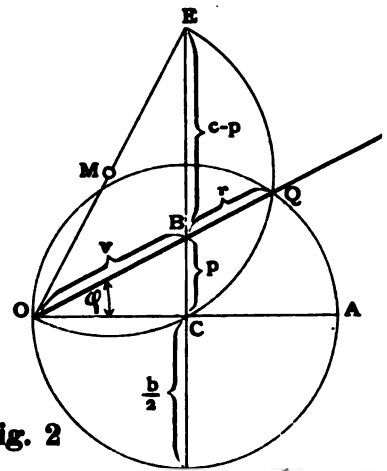


Fig. 2

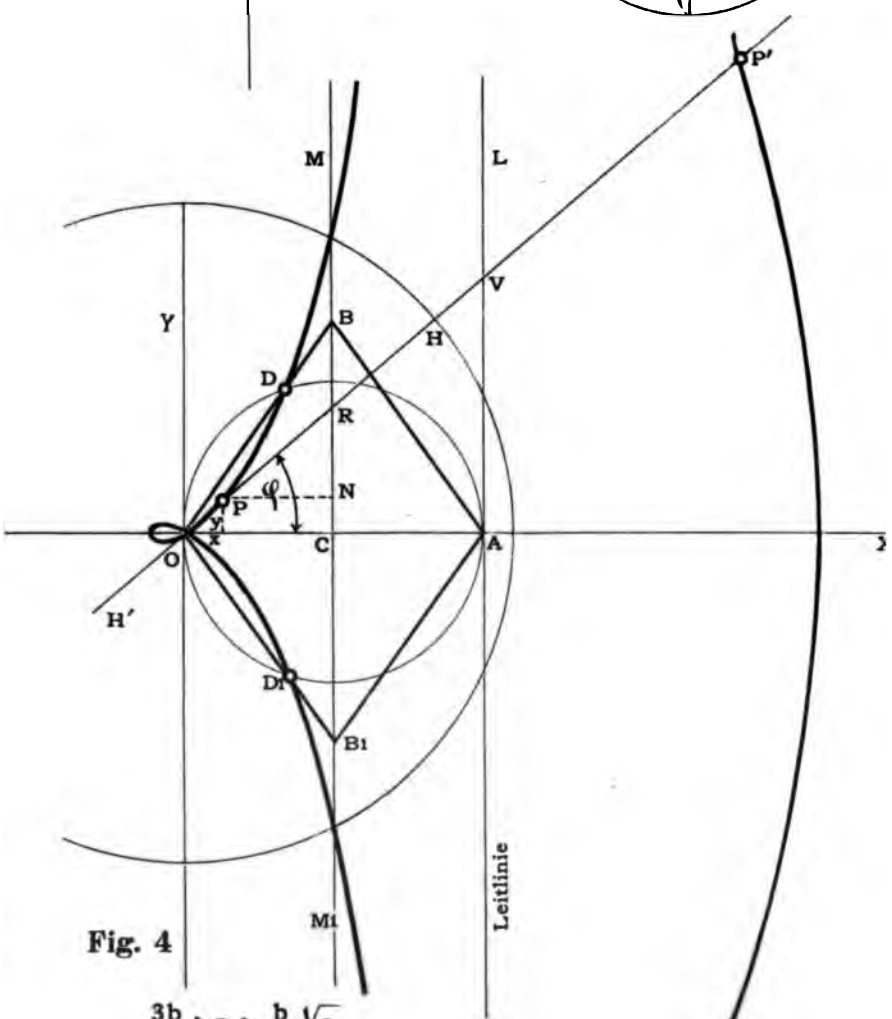


Fig. 4

$$\frac{3b}{2} > c > \frac{b}{2}\sqrt{2}$$

Tafel I

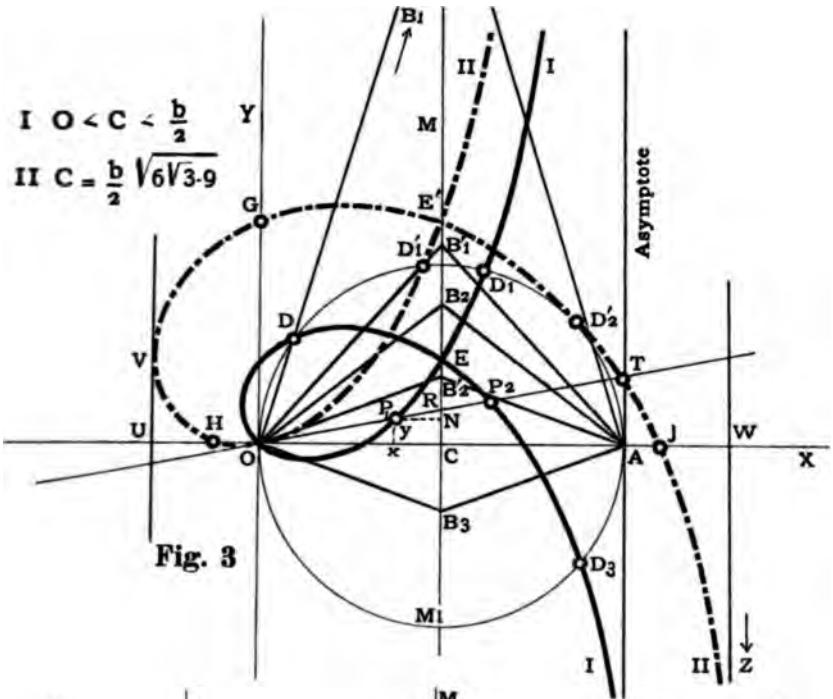


Fig. 3

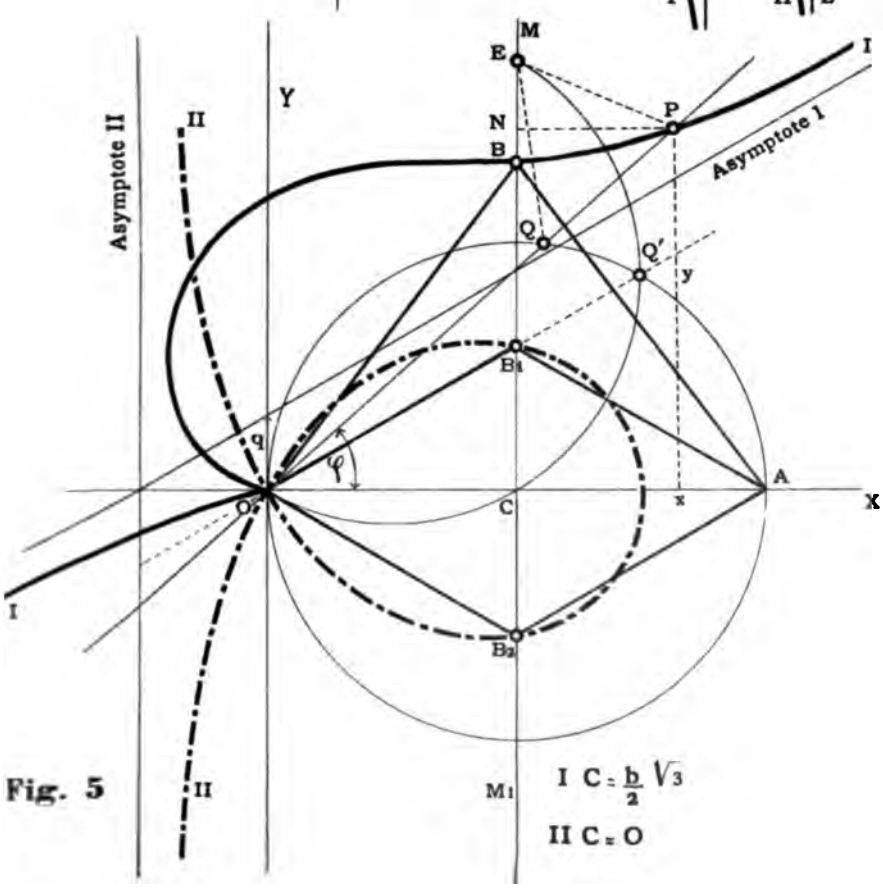
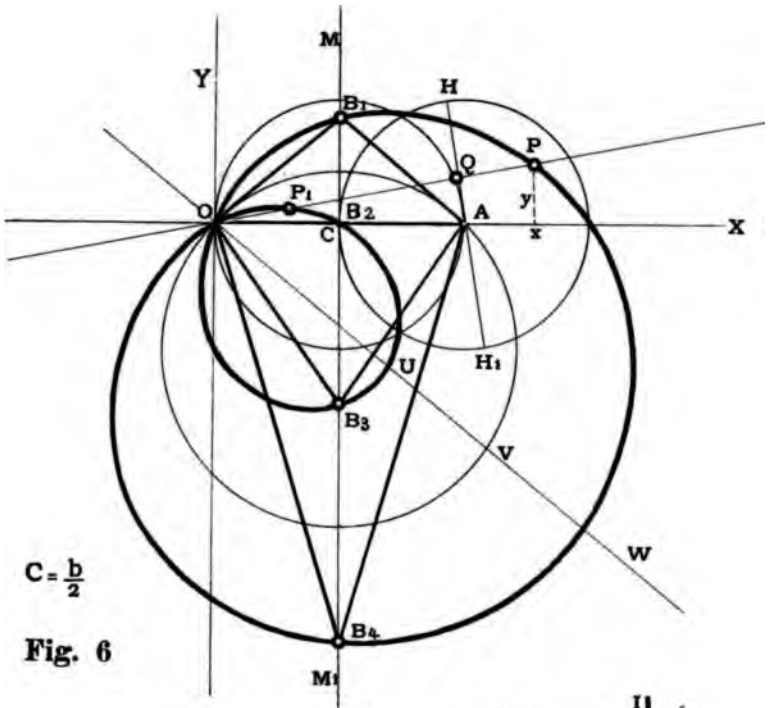


Fig. 5



$C = \frac{b}{2}$

Fig. 6

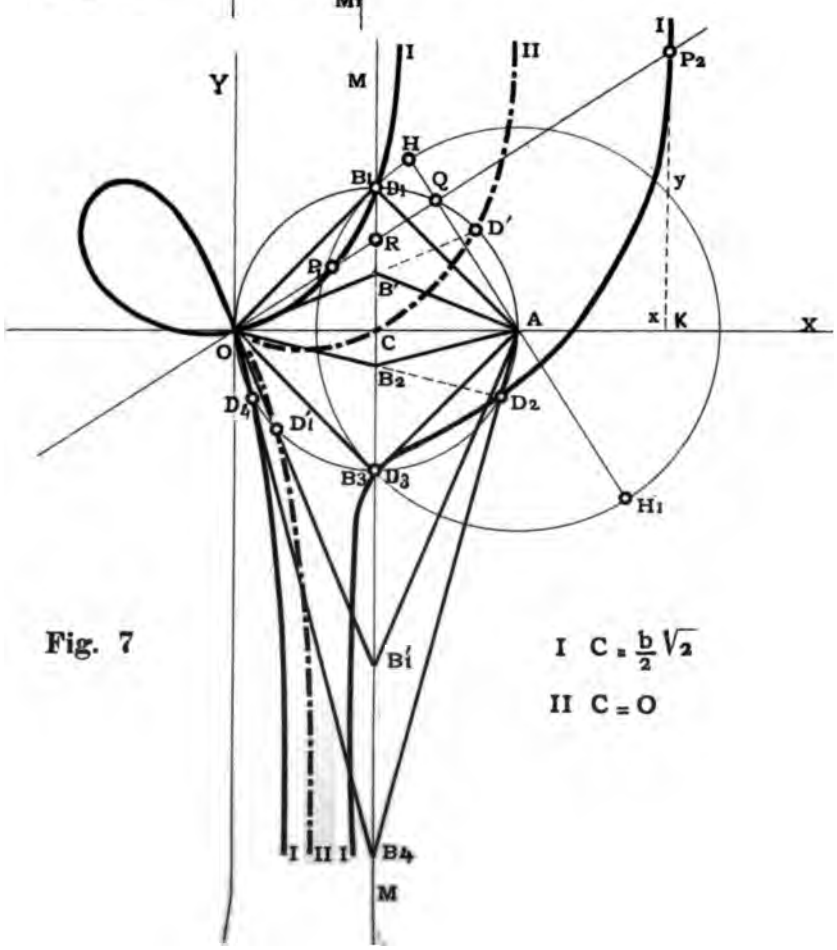


Fig. 7

I $C = \frac{b}{2}\sqrt{2}$

II $C = O$

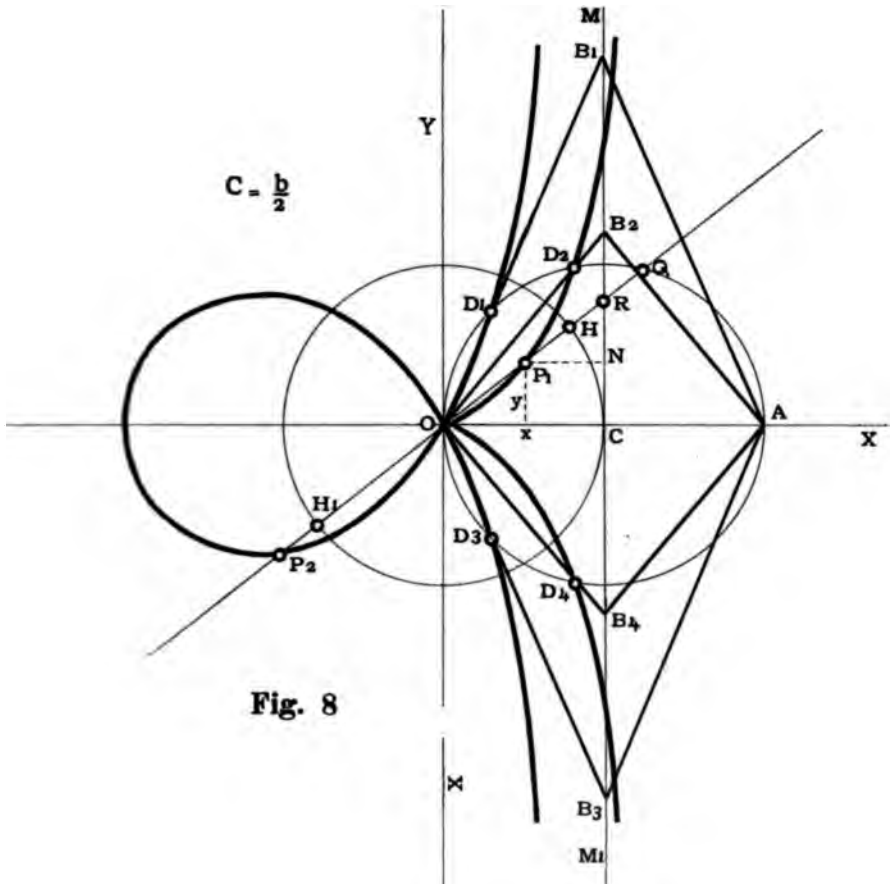

M
B1
Y
C = b/2
B2
D2
Q
D1
R
H
N
P1
y
O
x
C
A
X
H1
D3
P2
D4
B4
B3
M1

Fig. 8

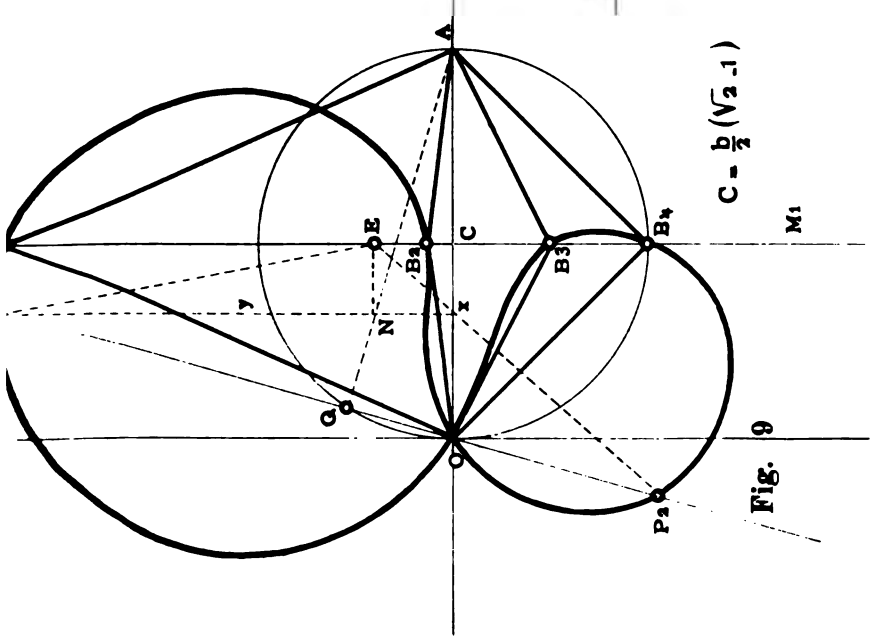
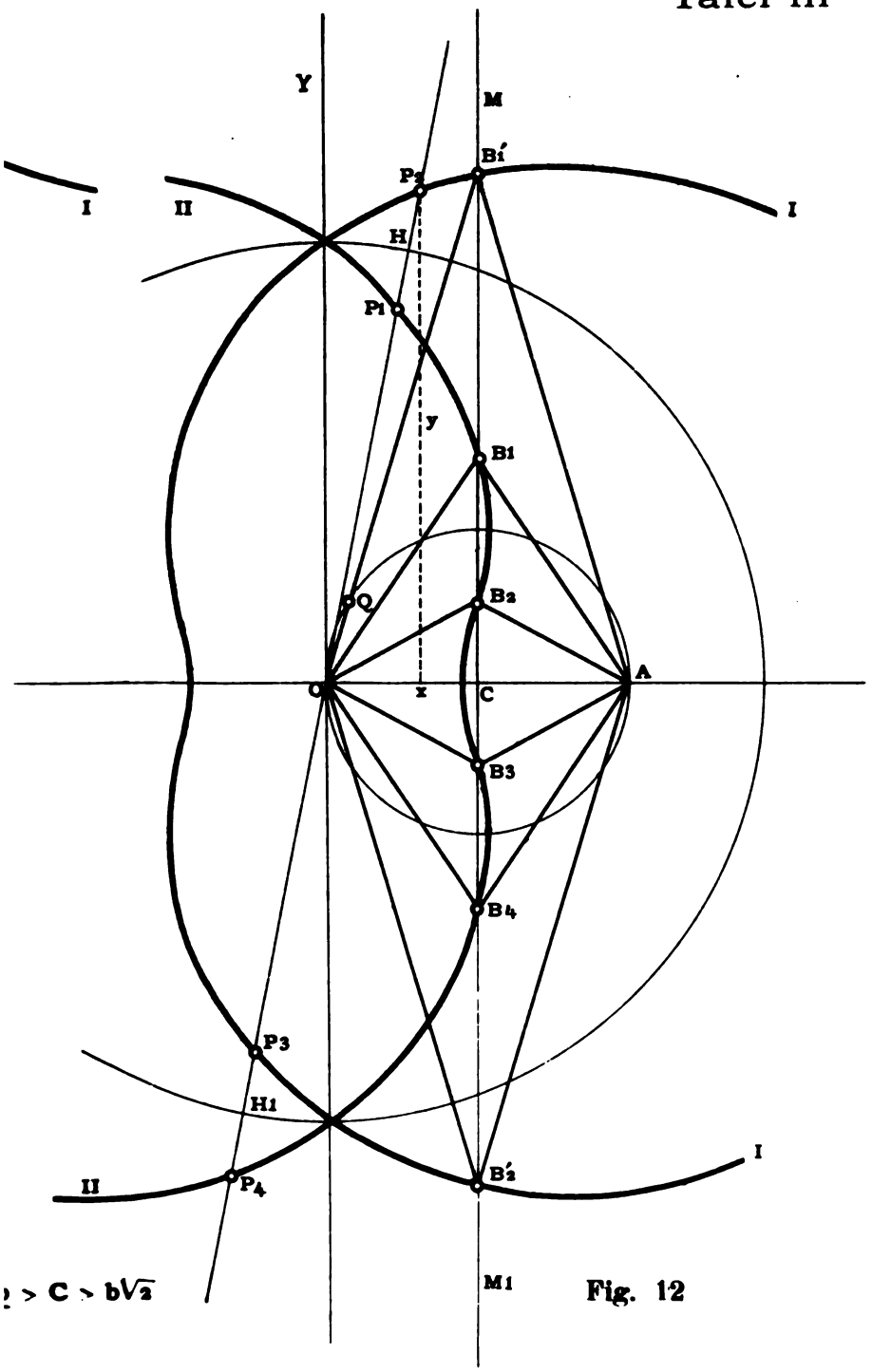

A
C = b/2 (√2 - 1)
E
C
B4
M1
B2
B3
y
N
x
O
P2

Fig. 9

Tafel III



$b > C > b\sqrt{2}$

Fig. 12

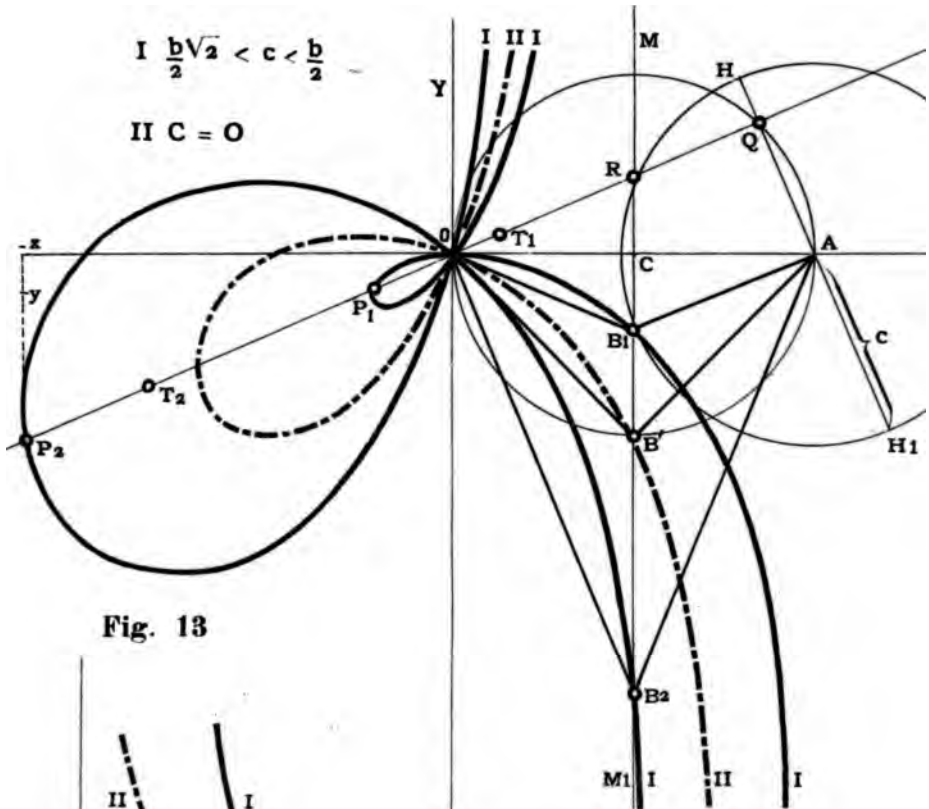

I $\frac{b}{2}\sqrt{2} < c < \frac{b}{2}$
II C = O
I II I
Y
M
H
Q
R
x
y
0
T1
A
C
P1
B1
c
T2
P2
B'
H1
B2
M1 I
II
I

Fig. 13

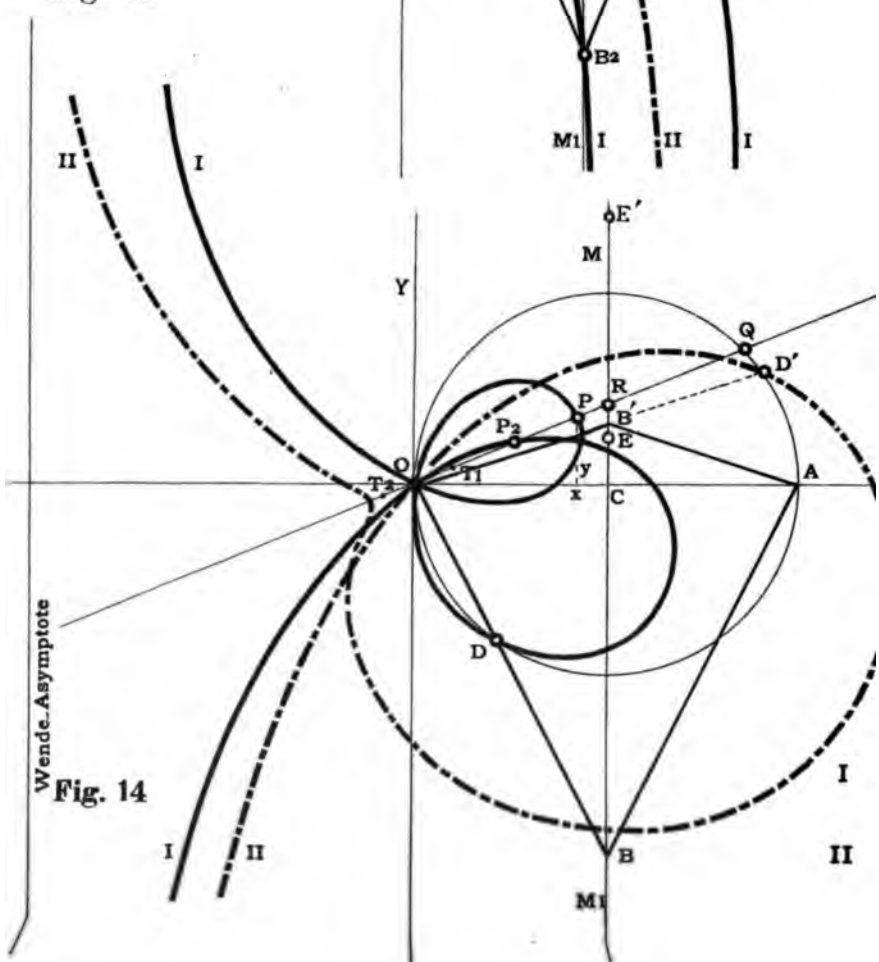

II
I
E'
M
Y
Q
D'
R
P
B'
P2
E
0
T2
T1
y
x
C
A
D
Wende-Asymptote
I
II
B
M1
II

Fig. 14

Tafel IV

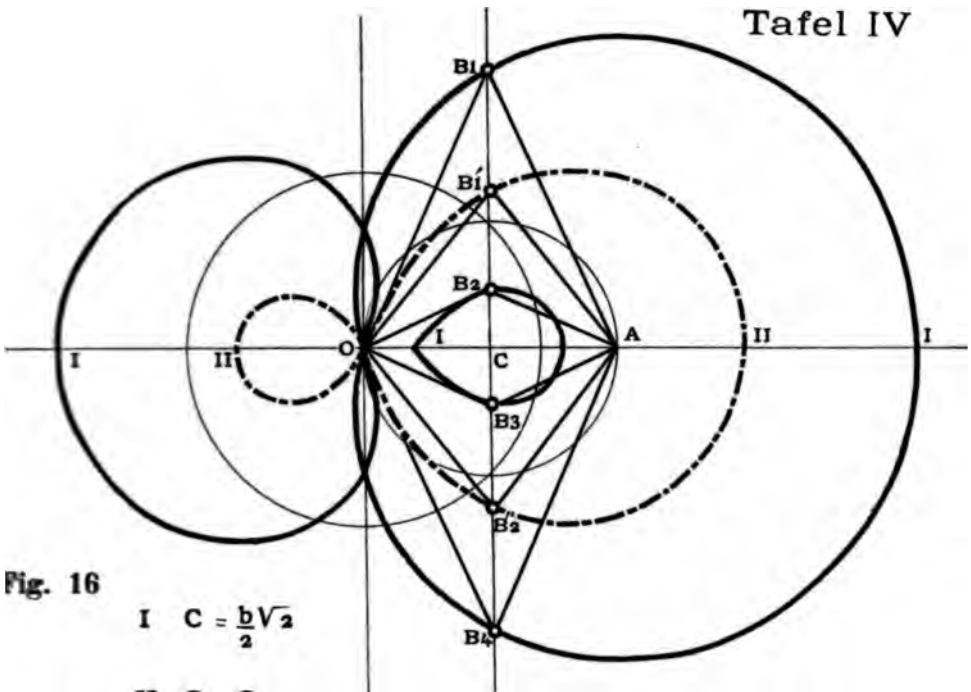


Fig. 16

I $C = \frac{b}{2}\sqrt{2}$

II $C = O$

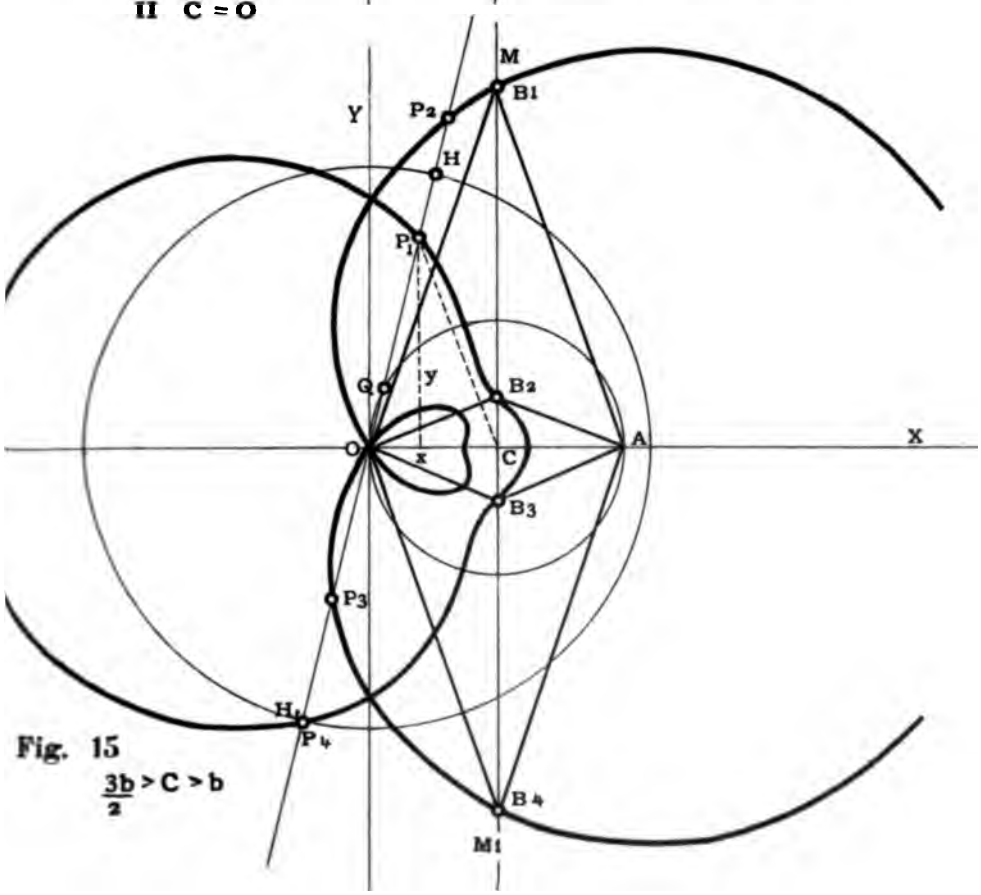


Fig. 15

$\frac{3b}{2} > C > b$

Gegeben 1. b;

2. $h_b \mp n = \mp c = \text{konstant}$.

Die Lösung ist möglich unter der Bedingung, dass

1. $h_b + n > \frac{b}{2}$.

2. $\frac{b}{2} \gtreqless h_b - n \gtreqless -\frac{b}{2}$.

Die Summe $h_b + n$ erreicht das Minimum $\frac{b}{2}$ bei einem unendlich kleinen und bei einem rechtwinkligen Dreieck. Die Differenz $h_b - n$ wird bei einem unendlich kleinen Dreieck zum Minimum $= -\frac{b}{2}$ und beim rechtwinkligen Dreieck zum Maximum $= \frac{b}{2}$. Bei jedem andern Dreieck wird $h_b - n$ abs. $< \frac{b}{2}$, was nach einem planimetrischen Satze sofort ersichtlich ist, wenn wir in Figur (1) D mit C verbinden.

§ 3. *Erste Lösung. Bestimmung des Fusspunktes D der Schenkelhöhe.*

a) Wir konstruieren zu diesem Zweck folgenderweise eine Hilfskurve. Es sei (siehe Fig. 3 I. Tafel I) $OA = b$ die gegebene Basis. Wir ziehen durch ihre Mitte C die Mittelsenkrechte MM_1. Auf derselben wählen wir den festen Punkt E so, dass $CE = c =$ der gegebenen Summe oder Differenz ist. Wir ziehen nun durch O einen Strahl, der die Mittelsenkrechte in R schneidet. Auf diesem Strahl tragen wir von R aus nach beiden Seiten die Strecke RE ab und bezeichnen die so gewonnenen Punkte mit P_1 und P_2. Wird nun der Strahl OR um O gedreht, so beschreiben die Punkte P_1 und P_2 die gesuchte Kurve. Dieselbe muss nach Konstruktion in E einen Doppelpunkt haben. Für die Kurvenpunkte P auf Strahlen, welche die Mittelsenkrechte zwischen Doppelpunkt E und der Basis OA schneiden, gilt die Relation:

$$P_1R + RC = P_2R + RC = CE = c.$$

Schneiden die Strahlen die Mittelsenkrechte oberhalb des Doppelpunktes E, so entsprechen die darauf liegenden Kurvenpunkte der Bedingung:

$$RC - RP_1 = RC - RP_2 = CE = c.$$

Kurvenpunkte endlich, deren Strahlen die Mittelsenkrechte unterhalb der Basis O A schneiden, genügen der Relation:

$$RP_1 - RC = RP_2 - RC = EC = c.$$

Die drei Relationen entsprechen den drei Bedingungen:

1. $h_b + n = c$;
2. $h_b - n = c$;
3. $n - h_b = c$.

Wir denken uns nun auf der Basis O A ein gleichschenkliges Dreieck konstruiert. Ist dasselbe das gesuchte, d. h. entspricht es den gestellten Bedingungen, so muss der Schnittpunkt des Schenkels O B mit der Kurve Fusspunkt der Schenkelhöhe sein. Nach Fig. 1 liegt der Fusspunkt D der Schenkelhöhe auf einem um O A als Durchmesser gezogenen Kreise. Um unsere Aufgabe mit Hilfe der konstruierten Kurve zu lösen, haben wir also noch um O A als Durchmesser den besagten Kreis zu ziehen, den wir fortan in allen unsern Konstruktionen den Grundkreis nennen wollen. Die Schnittpunkte des Grundkreises mit der Hilfskurve liefern die gesuchten Fusspunkte D der Schenkelhöhe.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Wir verwenden ein rechtwinkliges Koordinatensystem, wählen O zum Nullpunkt desselben und legen durch O A die positive x-Axe. Es seien x und y die Koordinaten des Punktes P_1. Ferner erinnern wir daran, dass $P_1R + RC = c$ und dass $OC = \frac{b}{2}$ ist.

Es ist nun $\overline{P_1R}^2 = \overline{P_1N}^2 + \overline{NR}^2$; (α)

$P_1R = c - RC$ nach Konstruktion;

$P_1N = \frac{b}{2} - x$;

$NR = RC - y$.

Nun verhält sich $RC: y = \frac{b}{2}: x$, woraus folgt, dass

$$RC = \frac{by}{2x}.$$

Setzen wir die gefundenen Werte alle in (α) ein, so erhalten wir

$$\left(c - \frac{by}{2x}\right)^2 = \left(\frac{b}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{by}{2x} - y\right)^2,$$

vereinfacht

$$(x^2 + y^2)(b - 2x)^2 - (2cx - by)^2 = 0. \qquad (1)$$

Die Gleichung (1) stellt eine Kurve 4. Ordnung dar, die im Nullpunkt einen Doppelpunkt hat. Sie ist aber keine ächte Kurve 4. Ordnung; denn sie zerfällt in eine Kurve 3. Ordnung und in eine Gerade. Es lässt sich nämlich der Faktor x absondern und wegdividieren. Die y-Axe ist somit die Gerade.

Um den Faktor x wegdividieren zu können, bringen wir (1) auf die Form

$$(2cx - by)^2 - y^2(b - 2x)^2 = x^2(b - 2x)^2.$$

Wir zerlegen die linke Seite in zwei Faktoren, worauf wir ohne weiteres die Gleichung durch 4x dividieren können. Wir erhalten schliesslich für unsere Kurve 3. Ordnung die Gleichung

$$(x^2 + y^2)(x - b) - x\left(c^2 - \frac{b^2}{4}\right) + bcy = 0. \qquad (2)$$

c) Die Eigenschaften der Kurve.

Die Kurve geht durch den Nullpunkt; denn die Gleichung beginnt mit Gliedern ersten Grades.

Setzen wir $U_1 = bcy - x\left(c^2 - \frac{b^2}{4}\right) = 0$, so erhalten wir

$$y = \frac{4c^2 - b^2}{4bc}\,x \text{ als Gleichung der} \qquad (3)$$

Tangente im Nullpunkt.

Für $c = \frac{b}{2}$ wird $y = 0$; die Tangente fällt mit der x-Axe zusammen.

Für $c = 0$ wird $x = 0$; die Tangente fällt mit der y-Axe zusammen.

Um die Schnittpunkte der Kurve mit der x-Axe zu bekommen, setzen wir $y = 0$ und erhalten

$$x^3 - bx^2 - x\left(c^2 - \frac{b^2}{4}\right) = 0, \text{ woraus}$$

$x_1 = 0$, Punkt O (Kurve II);

$x_2 = \frac{b}{2} + c$, Punkt J;

$x_3 = \frac{b}{2} - c$, „ H.

Die Punkte J und H sind gleich weit von C, dem Mittelpunkt der Basis, entfernt.

Setzen wir $x = 0$, so erhalten wir die Schnittpunkte der Kurve mit der y-Axe:

$$by^2 - bcy = 0;$$
$$y_1 = 0, \text{ Punkt } O;$$
$$y_2 = c, \quad » \quad G.$$

Der 3. Schnittpunkt der Kurve mit der y-Axe liegt im Unendlichen; denn der Koeffizient des Gliedes y^3 ist $= 0$.

Um die Schnittpunkte der Kurve mit der unendlich fernen Geraden zu bestimmen, machen wir die Gleichung mit z homogen, setzen dann $z = 0$ und erhalten

$$U_3 = (x^2 + y^2)\,x = 0;$$
$$1.\ x = 0;$$
$$2.\ y = \pm i x.$$

Wir finden somit, dass die Kurve durch die unendlich fernen imaginären Kreispunkte der Ebene geht und dass sie in der Richtung der y-Axe eine reelle Asymptote hat. Die Gleichung dieser reellen Asymptote lautet, wie aus der Kurvengleichung leicht zu ersehen ist,

$$x = b; \tag{4}$$

denn bestimmen wir die Schnittpunkte der Geraden $x = b$ mit der Kurve, so erhalten wir in y nur eine Gleichung ersten Grades, nämlich

$$y = \frac{4c^2 - b^2}{4c}, \text{ Punkt } T;$$

folglich schneidet die Gerade $x = b$ im Endlichen die Kurve nur in einem Punkt. Die übrigen zwei Schnittpunkte müssen, da die Koeffizienten von y^2 und $y^3 = 0$ sind, im Unendlichen liegen.

Wir lösen die Gleichung nach y auf und erhalten

$$y = \frac{bc \pm \sqrt{c^2(2x-b)^2 + (b-x)\,[4x^2(x-b) + b^2 x]}}{2(b-x)},$$

vereinfacht

$$y = \frac{bc \pm (2x-b)\sqrt{c^2 + bx - x^2}}{2(b-x)}.$$

Aus diesem Ausdruck für y resultiert, dass die Kurve nicht symmetrisch zur x-Axe liegt. Die Kurve ist überhaupt, vom Spezialfall $c = 0$ abgesehen, keine symmetrische Kurve; sie kann durch keine Transformation symmetrisch gemacht werden.

So lange $c^2 + bx - x^2$ positiv ist, erhalten wir für y zwei reelle und verschiedene Werte. Für einen negativen Radikanden wird y imaginär. Für den Grenzfall verschwindet der Wurzelausdruck: die beiden Werte von y fallen zusammen, und die Ordinate wird zur Tangente an die Kurve, wenn

$$c^2 + bx - x^2 = 0, \text{ woraus}$$

$$x = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4c^2}}{2};$$

für das positive Zeichen erhalten wir die Tangente WZ. Ordinate im Berührungspunkt Z:

$$y = -\frac{b(b + \sqrt{b^2 + 4c^2})}{4c} = \text{neg.}$$

Für das neg. Zeichen im Ausdruck für x bekommen wir die Tangente UV. Ordinate im Berührungspunkt V:

$$y = \frac{b(\sqrt{b^2 + 4c^2} - b)}{4c} = \text{pos.}$$

$$\left.\begin{aligned} x > \frac{b + \sqrt{b^2 + 4c^2}}{2} \\ x < \frac{b - \sqrt{b^2 + 4c^2}}{2} \end{aligned}\right\}, \text{ so wird y imaginär.}$$

Der absteigende Ast der Kurve, welcher die Asymptote $x = b$ im Punkt T schneidet, kehrt dieser die konkave Seite zu. Es muss daher die Kurve unterhalb des Berührungspunktes Z der äussersten Tangente WZ einen *Wendepunkt* besitzen, von dem aus sie der Asymptote wieder die konvexe Seite zuwendet.

Die Kurve hat in E einen Doppelpunkt, was nicht nur aus der Konstruktion folgt, sondern auch analytisch ersichtlich wird, wenn wir den Nullpunkt nach E verschieben vermittelst der Transformationsformeln

$$x = x' + \frac{b}{2}.$$

$$y = y' + c.$$

Die Gleichung der Kurve nach der Transformation lautet:

$$(x'^2 + y'^2)x' + \frac{b}{2}(x'^2 - y'^2) + 2cx'y' = 0. \qquad (5)$$

Der Nullpunkt ist nun Doppelpunkt; denn die Gleichung beginnt mit Gliedern zweiten Grades.

Für die Tangenten im Doppelpunkt erhalten wir die Gleichung

$$y' = \frac{2c \pm \sqrt{b^2 + 4c^2}}{b} x'. \tag{6}$$

Die beiden Tangenten stehen senkrecht aufeinander; denn es ist $m_1 = -\frac{1}{m_2}$.

Unsere Kurve ist eine *rationale* Kurve; denn sie besitzt einen Doppelpunkt, also das mögliche Maximum. Wir können daher die Koordinaten eines Punktes als rationale Funktionen eines Parameters λ darstellen. Wählen wir trigonometrische Funktionen als Parameter, so erhalten wir, wenn wir Gleichung (5) zu Grunde legen,

$$\left.\begin{aligned} x' &= -\left(c \sin 2\varphi + \frac{b}{2} \cos 2\varphi\right); \\ y' &= -\left(c \sin 2\varphi + \frac{b}{2} \cos 2\varphi\right) \operatorname{tg} \varphi. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

φ bedeutet den Winkel, den der Leitstrahl mit der positiven x-Axe bildet.

Wir wollen nun untersuchen, welche Modifikationen die Kurve erleidet, wenn wir c variieren lassen.

1. $c = \frac{b}{2}$.

Die Gleichung (2) bekommt die Form

$$(x^2 + y^2)(x - b) + \frac{b^2}{2} y = 0. \tag{8}$$

Die Kurve schneidet sowohl die x-Axe als auch die Asymptote $x = b$ im Punkte A (b, 0).

Die x-Axe ist, wie schon oben erwähnt, im Nullpunkt Tangente.

Die Gleichung nach y aufgelöst, ergiebt

$$y = \frac{b^2 \pm (2x - b)\sqrt{b^2 + 4bx - 4x^2}}{4(b - x)}.$$

y wird reell, wenn x zwischen $\frac{b}{2}(1 - \sqrt{2})$ und $\frac{b}{2}(1 + \sqrt{2})$ variiert.

$x = \frac{b}{2}(1 - \sqrt{2})$ ist Tangente im Punkt V,

und $x = \frac{b}{2}(1 + \sqrt{2})$ ist Tangente im Punkt Z.

Der Doppelpunkt E rückt in den Grundkreis. Wird E zum Nullpunkt des Koordinatensystems gewählt, so erhalten wir, wenn wir in (5) $c = \frac{b}{2}$ setzen, als Gleichung der Kurve:

$$(x'^2 + y'^2)\,x' + \frac{b}{2}(x'^2 + 2x'y' - y'^2) = 0. \tag{9}$$

Die Gleichung der Doppelpunktstangenten lautet

$$y' = (1 \pm \sqrt{2})\,x'. \tag{10}$$

Gleichung (7) nimmt die Form an

$$\left.\begin{aligned} x' &= -\frac{b}{2}\sqrt{2}\cos\left(2\varphi - \frac{\pi}{4}\right); \\ y' &= -\frac{b}{2}\sqrt{2}\cos\left(2\varphi - \frac{\pi}{4}\right)\operatorname{tg}\varphi. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

2. $c = 0$.

Die Gleichung der Kurve lautet

$$(x^2 + y^2)(x - b) + \frac{b^2 x}{4} = 0. \tag{12}$$

Wir verlegen den Koordinatenursprung in den Doppelpunkt E und erhalten als Kurvengleichung, wenn wir in (5) $c = 0$ setzen

$$(x'^2 + y'^2)\,x' + \frac{b}{2}(x'^2 - y'^2) = 0. \tag{13}$$

Dies ist die Gleichung der *Strophoide*. Es ist der einzige Spezialfall, in welchem die Kurve, wie schon angedeutet, symmetrisch wird. Der Wendepunkt rückt ins Unendliche hinaus und fällt in die Asymptote. Letztere ist ja wie bekannt eine Wendetangente.

3. $c = \infty$.

Der Doppelpunkt liegt im Unendlichen in der Richtung der y-Axe. Die Kurve selber besteht aus der y-Axe und der doppelt gelegten unendlich fernen Geraden.

4. $c =$ *negativ*.

Setzen wir für c negative Werte ein, so erhalten wir der Reihe nach dieselben Kurven wie für positive c; nur sind dieselben immer Spiegelbilder der erstern in Bezug auf die x-Axe. Die Kurven für positive und negative c liegen daher paarweise symmetrisch zur x-Axe. Alle besitzen die gemeinschaftliche Asymptote $x = b$.

d. Die Lösungen der Konstruktionsaufgabe.

Wir suchen die Punkte D, die Fusspunkte der Schenkelhöhe. Dieselben sind, wie wir schon gezeigt haben, die Schnittpunkte des Grundkreises mit der Kurve. Ein Kreis schneidet eine Kurve dritter Ordnung in 6 Punkten. Da nun beide Kurven durch den Nullpunkt und durch die imaginären Kreispunkte der Ebene gehen, so fallen von vorneherein 3 Schnittpunkte ausser Betracht. Es bleiben also noch 3 Schnittpunkte zu bestimmen übrig. Als Gleichung der Kurve haben wir

$$(x^2+y^2)(x-b)-x\left(c^2-\frac{b^2}{4}\right)+bcy=0 \qquad (\alpha)$$

und als Gleichung des Kreises

$$x^2-bx+y^2=0. \qquad (\beta)$$

Wir lösen Gleichung (β) nach y auf und erhalten

$$y=\sqrt{bx-x^2}.$$

Diesen Wert setzen wir in (α) ein; es giebt

$$bx(x-b)-x\left(c^2-\frac{b^2}{4}\right)=-bc\sqrt{bx-x^2}.$$

Quadriert, auf Null gebracht und den Faktor x wegdividiert

$$x^3-\frac{3b^2+4c^2}{2b}x^2+\frac{9b^4+40b^2c^2+16c^4}{16b^2}x-bc^2=0.$$

Die Wurzeln dieser kubischen Gleichung sind die Abscissen der Schnittpunkte D. Als Diskriminante der Gleichung erhalten wir den Ausdruck:

$$J=\frac{c^2}{108\cdot 64\,b^4}(-27b^8+288b^6c^2-992b^4c^4+1024b^2c^6+256c^8).$$

J = positiv; die Gleichung besitzt eine reelle und zwei imaginäre Wurzeln.

$J=0$; alle drei Wurzeln sind reell und zwei fallen zusammen.

J = negativ; drei reelle und unter sich verschiedene Wurzeln.

Wir behandeln zuerst den mittlern Fall und untersuchen, für welche Werte von c die Diskriminante verschwindet. Wir setzen:

$4c^2=\xi$ und $b^2=\eta$ und führen diese Werte im Ausdruck für J ein. Bestimmen wir hierauf die Wurzeln der Gleichung $J=0$, so finden wir, dass sich die Diskriminante folgendermassen in Faktoren zerlegen lässt:

$$J = \frac{c^2}{108 \cdot 64 b^4} (4c^2 - b^2)^2 (16c^4 + 72b^2c^2 - 27b^4).$$

Es wird somit $J = 0$, wenn

1. $c = 0$;
2. $c = \frac{b}{2}$;
3. $c = \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3} - 9}$.

In Bezug auf die Lösungen unserer Aufgabe können wir folgende drei Hauptfälle unterscheiden:

A. $c > \frac{b}{2}$.

Für sämtliche Dreiecke, die sich als Lösung ergeben, gilt die Relation

$$h_b + n = c.$$

B. $c = \frac{b}{2}$.

Die Dreiecke entsprechen der Bedingung

$$h_b \pm n = \pm c = \pm \frac{b}{2}.$$

Von den beiden Grössen h_b und n ist die eine $= 0$.

C. $c < \frac{b}{2}$.

Für die Dreiecke gilt $h_b - n = \pm c$.

A. $c > \frac{b}{2}$.

1. $c > \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3} - 9}$.

Die Diskriminante ist positiv; wir erhalten nur eine reelle Wurzel als Abscisse, d. h. der Grundkreis schneidet die Kurve nur in einem reellen Punkt. Dieser Schnittpunkt liefert ein *spitzwinkliges Dreieck.*

2. $c = \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3} - 9}$. Taf. I. Fig. 3.

Die Diskriminante verschwindet. Es giebt 3 reelle Wurzeln, wovon 2 zusammenfallen. Grundkreis und Kurve schneiden sich in D_1' und berühren sich in D_2'. Es ist nun

$$Q = \frac{27b^6 - 324b^4c^2 + 720b^2c^4 + 64c^6}{864b^3};$$

Für x_1 bekommen wir demnach den Ausdruck

$$x_1 = \frac{3b^2 + 4c^2}{6b} + 2\sqrt[3]{-\frac{Q}{2}} \quad \text{oder}$$

$$x_1 = \frac{3b^2 + b^2(6\sqrt{3} - 9)}{6b} - b(2 - \sqrt{3}) = (2\sqrt{3} - 3)b,$$

wenn wir für c obigen Wert einsetzen.

$$x_2 = x_3 = \frac{3b^2 + b^2(6\sqrt{3} - 9)}{6b} + \frac{b}{2}(2 - \sqrt{3}) = \frac{b}{2}\sqrt{3}.$$

Setzen wir diese Werte in der Kreisgleichung ein, so erhalten wir

$$y_1 = b\sqrt{14\sqrt{3} - 24};$$

$$y_2 = y_3 = \frac{b}{2}\sqrt{2\sqrt{3} - 3}.$$

Dem Schnittpunkt $D_1'(x_1 y_1)$ entspricht das *spitzwinklige Dreieck* OAB_1' und dem Berührungspunkt $D_2'(x_2 y_2)$ das doppelt gelegte *stumpfwinklige Dreieck* OAB_2'.

Um zu untersuchen, ob letzteres Dreieck eine besondere Eigenschaft besitze, wie zu vermuten ist, berechnen wir zunächst seine Basishöhe.

Wir können die Proportion aufstellen:

$$h_b : \frac{b}{2}\sqrt{2\sqrt{3} - 3} = \frac{b}{2} : \frac{b}{2}\sqrt{3};$$

$$h_b = \frac{b}{6}\sqrt{6\sqrt{3} - 9}.$$

Nun ist $h_b + n = c = \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3} - 9}$; folglich ist

$$h_b = \frac{c}{3} = \frac{n}{2}.$$

Das Dreieck besitzt also die Eigentümlichkeit, dass der äussere Schenkelabschnitt n das Doppelte der Basishöhe beträgt. Für seine Fläche erhalten wir den Ausdruck

$$F_{OAB_2'} = \frac{b}{12}\sqrt{6\sqrt{3} - 9}. \qquad (14)$$

Die Basishöhe des spitzwinkligen Dreiecks OAB_1' lässt sich aus der Proportion berechnen

$$h_b : b\sqrt{14\sqrt{3}-24} = \frac{b}{2} : (2\sqrt{3}-3)\,b,$$

woraus
$$h_b = \frac{b}{3}\sqrt{42\sqrt{3}-72} + \frac{b}{2}\sqrt{14\sqrt{3}-24}$$
$$= 0{,}53728\cdots\cdot b.$$

Es wird demnach

$$F_{OAB_1'} = 0{,}26864\cdots b^2. \qquad (15)$$

3. $\frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9} > c > \frac{b}{2}$.

Die Diskriminante ist negativ. Wir erhalten 3 reelle und unter sich verschiedene Wurzeln, daher auch 3 reelle Schnittpunkte D und 3 reelle Lösungen. Der Schnittpunkt des aufsteigenden Kurvenastes erzeugt *ein spitzwinkliges Dreieck*, in welchem $h_b + n = c$. Die zwei Schnittpunkte des absteigenden Astes liefern *zwei stumpfwinklige Dreiecke*.

Im ersten ist $h_b > n$, $c =$ pos.
Im zweiten ist $h_b < n$, $c =$ neg.

B. $c = \frac{b}{2}$.

Der Grundkreis schneidet die Kurve im Doppelpunkt $E\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)$ und im Punkt A(b, 0). In E fallen 2 Schnittpunkte zusammen, was der Fall sein muss, da die Diskriminante $J = 0$ wird. Dieser Spezialfall liefert 3 reelle Lösungen:

1. Ein *doppelt gelegtes rechtwinkliges Dreieck*, für welches $n = 0$ wird und $h_b = \frac{b}{2}$.
2. Ein *unendlich kleines, auf die Basis reduziertes Dreieck* OCA, weil der Fusspunkt der Schenkelhöhe auf A, also in die Basis fällt, wodurch die Höhe $h_b = 0$ werden muss.

C. $c < \frac{b}{2}$; Taf. I. Fig. 3.

Die Lösungen sind dieselben wie in Fall A_3 mit dem Unterschied, dass das zweite stumpfwinklige Dreieck seine Spitze nach unten kehrt.

Ist speziell $c = 0$, so verschwindet die Diskriminante. Die Kurve ist die Strophoide. Wir bekommen 3 Schnittpunkte, von denen zwei D_1 und D_2 symmetrisch zur x-Axe liegen. Der Schnittpunkt D_3 und damit der Fusspunkt der Schenkelhöhe des bedingten Dreiecks fällt in den Nullpunkt. Der Schenkel muss somit senkrecht auf der Basis stehen. Wir erhalten *ein unendlich grosses Dreieck*, in welchem $h_b = n = \infty$ ist.

Die Schnittpunkte $D_1\left(\frac{3b}{4}, \frac{b}{4}\sqrt{3}\right)$ und $D_2\left(\frac{3b}{4}, -\frac{b}{4}\sqrt{3}\right)$ erzeugen *2 kongruente*, symmetrisch zur x-Axe gelegene *stumpfwinklige Dreiecke* OAB. Im $\triangle$ OAB ist $h_b = n = \frac{s}{2}$; somit ist

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 30°.$$

Der Basiswinkel misst also 30°.

Aus der Proportion

$$h_b : \frac{b}{4}\sqrt{3} = \frac{b}{2} : \frac{3b}{4}$$

finden wir

$$h_b = \frac{b}{6}\sqrt{3};$$

somit wird

$$F_{OAB} = F_{OAB_1} = \frac{b^2}{12}\sqrt{3}. \qquad (16)$$

Für negative c gewinnen wir keine neuen Lösungen. Die Dreiecke werden einfach in Bezug auf die x-Axe Spiegelbilder derjenigen, die wir für positive c erhalten haben.

§ 4. *Zweites Lösungsverfahren. Bestimmung der Spitze B des gleichschenkligen Dreiecks.*

Es gelten natürlich auch hier die Voraussetzungen des § 2.

a) Konstruktion der Hilfskurve.

Es sei (siehe Figur 5, Taf. I) $OA = b$ die gegebene Basis. Wir ziehen durch C die Mittelsenkrechte MM_1 dazu und tragen auf derselben von C aus $h_b \pm n = c$ ab und erhalten den festen Punkt E. Über OA schlagen wir ferner den Grundkreis. Nun

ziehen wir durch O Strahlen, die den Grundkreis in Q schneiden. Für jeden Strahl bestimmen wir nach den Gesetzen des gleichschenkligen Dreiecks einen Punkt P so, dass

$$PQ = PE.$$

Die Verbindungslinie aller Punkte P ist die gesuchte Kurve. Sie ist also der geometrische Ort eines Strahlpunktes, der vom Schnittpunkt Q des Strahls mit dem Grundkreis und einem festen Punkt E der Mittelsenkrechten gleichen Abstand hat. Die Schnittpunkte der Kurve mit der Mittelsenkrechten, also mit der Geraden $x = \frac{b}{2}$ sind die gesuchten Dreiecksspitzen B; denn

$EB = BQ = n$ nach Konstruktion;

$BC = h_b$; also

$h_b + n = BC + BE = CE = c$ nach Voraussetzung.

Liegt der Schnittpunkt B der Kurve mit der Mittelsenkrechten zwischen C und E, so gilt beim Dreieck die Relation

$$h_b + n = c.$$

Fällt B auf E, so haben wir

$$h_b + n = c.$$

Liegt endlich B ausserhalb E, so gilt

$$h_b - n = c.$$

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Zu diesem Zweck legen wir das rechtwinklige Koordinatensystem so, dass der Punkt O zum Nullpunkt und die Basis OA samt deren Verlängerung zur positiven x-Axe wird. Die Koordinaten des Punktes P seien x und y. Es ist nun

$$OQ + QP = \sqrt{x^2 + y^2}; \qquad (\alpha)$$

$$OQ = b\cos\varphi;$$

$$QP = PE = \sqrt{\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + (c - y)^2}; \quad \Big| \text{ sub. in } (\alpha);$$

wir erhalten

$$b\cos\varphi + \sqrt{\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + (c - y)^2} = \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$\frac{bx}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \sqrt{\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + (c - y)^2} = \sqrt{x^2 + y^2};$$

quadriert man noch und bringt auf Null, so ist das Resultat

$$(x^2 + y^2)(bx - 2cy) + \left(c^2 - \frac{3b^2}{4}\right)x^2 + \left(c^2 + \frac{b^2}{4}\right)y^2 = 0. \qquad (17)$$

c) Diskussion der Kurve.

Die Kurve hat im Nullpunkt einen Doppelpunkt; denn die Gleichung beginnt mit Gliedern 2. Grades. Als *Gleichung der Tangenten im Nullpunkt* erhalten wir

$$y = \pm x \sqrt{\frac{3b^2 - 4c^2}{b^2 + 4c^2}}. \qquad (18)$$

Spezialwerte: 1. Für $c = 0$ wird

$$y = \pm x\sqrt{3}.$$

Die Doppelpunktstangenten bilden mit der x-Axe Winkel von $\pm 60^0$.

2. Für $c = \frac{b}{2}$ wird

$$y = \pm x.$$

Die beiden Tangenten bilden mit der x-Axe Winkel von $\pm 45^0$.

3. Für $c = \frac{b}{2}\sqrt{3}$ wird

$y = 0$, d. h. die beiden Doppelpunktstangenten fallen zusammen; die x-Axe wird Rückkehrtangente und der Nullpunkt Spitze.

4. Für $c > \frac{b}{2}\sqrt{3}$ wird $y =$ imaginär, d. h. der Doppelpunkt wird zum isolierten Punkt.

Wir setzen $y = 0$ und erhalten die Schnittpunkte der Kurve mit der x-Axe

$$bx^3 + \left(c^2 - \frac{3b^2}{4}\right)x^2 = 0:$$

$$x_1 = x_2 = 0;$$

$$x_3 = \frac{3b^2 - 4c^2}{4b}.$$

Die 3. Abscisse bleibt positiv, so lange $c \leqq \frac{b}{2}\sqrt{3}$. Sie wird also negativ, wenn der Doppelpunkt isolierter Punkt wird.

$x = 0$ gesetzt, ergiebt die Schnittpunkte mit der y-Axe:

$$-2cy^3 + \left(c^2 + \frac{b^2}{4}\right)y^2 = 0;$$

$$y_1 = y_2 = 0;$$

$$y_3 = \frac{b^2 + 4c^2}{8c}.$$

Die dritte Ordinate hat das Vorzeichen von c.

Wir machen die Gleichung mit z homogen, setzen dann $z = 0$ und erhalten

$$U_n = U_3 = (x^2 + y^2)(bx - 2cy) = 0;$$

daraus folgt:

1. $y = \frac{bx}{2c}$;
2. $y = \pm ix$.

Wir erhalten somit eine reelle und 2 imaginäre Asymptotenrichtungen. Die Kurve geht durch die imaginären Kreispunkte der Ebene.

Die reelle Asymptotenrichtung lässt sich konstruktiv leicht bestimmen. Wir errichten über O E als Durchmesser einen Kreis, welcher durch C gehen muss und den Grundkreis in Q schneidet. Die Verbindungsgerade OQ ist die gesuchte Asymptotenrichtung. Ist φ der Richtungswinkel derselben, so ist zu beweisen, dass

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{p}{b/2} = \frac{b}{2c}; \text{ siehe Fig. 2.} \qquad (\alpha)$$

Nach dem Sehnensatz ist im Kreis über O E:

$$p(c - p) = rv$$

und im Grundkreis:

$$\left(\frac{b}{2} + p\right)\left(\frac{b}{2} - p\right) = rv; \text{ folglich}$$

$$cp - p^2 = \frac{b^2}{4} - p^2, \text{ woraus}$$

$$p = \frac{b^2}{4c}.$$

Setzen wir diesen Wert in (α) ein, so wird

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{b^2}{4c} : \frac{b}{2} = \frac{b}{2c}.$$

Die reelle Asymptotenrichtung ist identisch mit dem Strahl, für welchen der Punkt P ins Unendliche fällt; dies geschieht, wenn

$$EQ \perp \text{Strahl } OQ.$$

Die Gleichung der Asymptote selbst wird

$$bx - 2cy + \frac{(b^2 - 4c^2)^2}{4(b^2 + 4c^2)} = 0;$$

$$y = \frac{b}{2c}x + \frac{(b^2 - 4c^2)^2}{8c(b^2 + 4c^2)}. \qquad (19)$$

Die Asymptote schneidet die y-Axe bei positivem c auf der positiven, bei negativem c auf der negativen Seite. Um sie zu

konstruieren, bestimmen wir zuerst den Abschnitt auf der y-Axe. Ist der Schnittpunkt mit der y-Axe gefunden, so zieht man durch denselben eine Parallele zu OQ′ (siehe Fig. 5, Taf. I). Der Abschnitt auf der y-Axe ist konstruktiv leicht zu gewinnen, wenn wir dem konstanten Glied in der Asymptotengleichung die Form geben:

$$\frac{(b^2-4c^2)^2}{8c(b^2+4c^2)} = \frac{1}{8c}\cdot\left(\frac{b^2-4c^2}{\sqrt{b^2+4c^2}}\right)^2.$$

Spezialwerte: 1. Für $c = 0$ nimmt die Gleichung der Asymptote die Form an

$$x = -\frac{b}{4}.$$

Die Asymptote steht senkrecht auf der x-Axe.

2. $c = \frac{b}{2}$;

Asymptote: $y = x$.

Sie geht in diesem Spezialfall durch den Nullpunkt und bildet mit der x-Axe einen Winkel von 45°.

3. $c = \frac{b}{2}\sqrt{3}$;

Asymptote: $y = \frac{1}{3}x\sqrt{3} + \frac{b}{12}\sqrt{3}$.

Die Asymptote bildet mit der x-Axe einen Winkel von 30°

4. $c = \infty$; dann wird auch

$y = \infty$, d. h. die Asymptote verläuft parallel der x-Axe im Unendlichen.

Durchläuft c alle Werte von 0 bis ∞, so dreht sich die Asymptote um 90° von der Richtung der y-Axe zur Richtung der x-Axe.

So lange der Nullpunkt Doppelpunkt oder Rückkehrpunkt ist, besitzt die Kurve *einen reellen Wendepunkt*. Sie hat deren *drei*, wenn der Nullpunkt isolierter Punkt wird.

Wir weisen noch darauf hin, dass die Kurve ebenfalls *rational* ist.

Wir betrachten nun noch die verschiedenen Kurven, die einem veränderlichen c entsprechen; ihre Doppelpunktstangenten haben wir bereits untersucht.

Ist $c > \frac{b}{2}\sqrt{3}$, so wird der Nullpunkt isolierter Punkt.

Ist $c < \frac{b}{2}\sqrt{3}$, » » » » Doppelpunkt.

Ist $c = \frac{b}{2}\sqrt{3}$, » » » » Rückkehrpunkt.

Im letztern Fall wird die Gleichung der Kurve:

$$(x^2+y^2)(x-\sqrt{3}\,y)+by^2=0 \qquad (20)$$

$y=0$ ist, wie wir schon gesehen haben, Rückkehrtangente.

Wenn $c=\frac{b}{2}$, so lautet die Kurvengleichung:

$$(x^2+y^2)(x-y)-\frac{b}{2}(x^2-y^2)=0$$

oder

$$\left[x^2+y^2-\frac{b}{2}(x+y)\right](x-y)=0; \qquad (21)$$

daraus folgt:

1. $y=x$;
2. $x^2+y^2-\frac{b}{2}x-\frac{b}{2}y=0$.

Die Kurve zerfällt also in einen Kreis und in eine Gerade, welche diametral den Kreis schneidet. Die Gerade ist zugleich noch Asymptote der Kurve.

Die Kreisgleichung in der Normalform lautet:

$$\left(x-\frac{b}{4}\right)^2+\left(y-\frac{b}{4}\right)^2=\frac{b^2}{8}.$$

Die Koordinaten des Kreismittelpunktes G sind somit $\left(\frac{b}{4}, \frac{b}{4}\right)$. Der Punkt G fällt also in die Gerade $y=x$ und liegt in der Mitte zwischen O und E. Der Radius des Kreises ist $r=\frac{b}{4}\sqrt{2}$.

Wenn $c=0$, so heisst die Gleichung der Kurve:

$$(x^2+y^2)x-\frac{b}{4}(3x^2-y^2)=0. \qquad (22)$$

Die Kurve gleicht der Strophoide. Ihre Asymptote $x=-\frac{b}{4}$ ist ebenfalls Wendetangente. Von der eigentlichen Strophoide

weicht sie darin ab, dass ihre Doppelpunktstangenten nicht senkrecht aufeinander stehen; siehe Fig. 5.

Für negative c bekommen wir die gleichen Kurven wie für positive c. Nur sind sie wieder Spiegelbilder der letztern in Bezug auf die x-Axe. Durchläuft daher C alle Werte von $-\infty$ bis $+\infty$, so liegen die entstehenden Kurven paarweise symmetrisch zur x-Axe. Die Grenzkurve, für welche $c = 0$, steht zwischen den Paaren.

Kurven-Schema:

1. $c = \infty$.	Die Kurve besteht aus dem Nullpunkt O und der zur x-Axe parallelen unendlich fernen Geraden.
2. $c > \frac{b}{2}\sqrt{3}$.	Der Nullpunkt ist solierter Punkt, 3 reelle Wendepunkte, Asymptotenrichtungswinkel $< 30°$.
3. $c = \frac{b}{2}\sqrt{3}$.	Nullpunkt ist Spitze, ein reeller Wendepunkt, Asymptotenrichtungswinkel $= 30°$; siehe Fig. 5.
4. $c < \frac{b}{2}\sqrt{3}$.	Nullpunkt ist Doppelpunkt, ein reeller Wendepunkt, Asymptotenrichtungswinkel $> 30°$.
aa) $c > \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9}$.	Schleife reicht nicht bis an die Mittelsenkrechte.
bb) $c = \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9}$.	Schleife berührt die Mittelsenkrechte.
cc) $\frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9} > c > \frac{b}{2}$.	Schleife schneidet die Mittelsenkrechte. Beide Schnittpunkte liegen oberhalb der Basis OA.
dd) $c = \frac{b}{2}$.	Kurve zerfällt in einen Kreis und in eine Gerade, welche mit der Asymptote zusammenfällt. Die Asymptote bildet mit der x-Axe einen Winkel von 45°.

ee) $\frac{b}{2} > c > 0$. Wie cc, nur liegt ein Schnittpunkt unterhalb der Basis. Asymptotenrichtungswinkel zwischen 45° und 90°.

ff) $c = 0$. Kurve eine Art von Strophoide, liegt symmetrisch zur x-Axe. Asymptotenrichtungswinkel=90°.

d) Die Lösungen der Konstruktionsaufgabe.

Wir haben die Schnittpunkte B der Mittelsenkrechten mit der Kurve zu bestimmen. Wir bekommen im Maximum 3 Schnittpunkte, also auch 3 Lösungen. Führen wir den Wert für x aus der Gleichung der Mittelsenkrechten $x = \frac{b}{2}$ in der Kurvengleichung (17) ein, so erhalten wir

$$\left(\frac{b^2}{4} + y^2\right)\left(\frac{b^2}{2} - 2cy\right) + \left(c^2 - \frac{3b^2}{4}\right)\frac{b^2}{4} + \left(c^2 + \frac{b^2}{4}\right)y^2 = 0,$$

reduziert:

$$y^3 - \frac{3b^2 + 4c^2}{8c}y^2 + \frac{b^2}{4}y + \frac{b^4 - 4b^2c^2}{32c} = 0. \qquad (23)$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind die Ordinaten der Schnittpunkte B.

Die Diskriminante J dieser kubischen Gleichung lautet

$$J = \frac{b^2}{27 \cdot 64^2 c^4}(-27b^8 + 288b^6c^2 - 992b^4c^4 + 1024b^2c^6 + 256c^8).$$

$$= \frac{b^2}{27 \cdot 64^2 c^4}(4c^2 - b^2)^2(16c^4 + 72b^2c^2 - 27b^4).$$

Die Diskriminante verschwindet somit, wenn

1. $b = 0$,
2. $c = \frac{b}{2}$ und
3. $c = \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3} - 9}$.

Fall (1) $b = 0$ fällt ausser Betracht, da b nicht variieren soll. Die Diskriminante wird demnach für 2 Spezialwerte von c zu Null. Wir stossen somit auf das ganz gleiche Resultat wie beim ersten Lösungsverfahren. Nach beiden Verfahren bekommen

wir zusammenfallende Schnittpunkte und Lösungen für die Werte $c = \frac{b}{2}$ und $c = \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9}$. Allerdings verschwand die Diskriminante im ersten Fall auch für den Wert $c=0$ (siehe pag. 89); allein dort fielen bloss die Abscissen zweier Schnittpunkte zusammen, die Ordinaten nicht; diese differierten im Vorzeichen; daher gab es keinen Berührungspunkt. Im vorliegenden Fall, wo wir die Ordinaten der Schnittpunkte B der Kurve mit der Mittelsenkrechten suchen, kann daher für $c=0$ Δ nicht $=0$ werden.

Für $b=0$ zerfällt überdies die Kurve in die reelle Gerade

$$y = \frac{c}{2}$$

und in die Geraden absoluter Richtung.

Was nun die Lösungen betrifft, so haben wir die nämlichen Hauptfälle mit denselben Unterfällen wie beim ersten Verfahren.

Ist $\Delta > 0$, wobei $c > \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9}$ sein muss, so erhalten wir eine reelle Lösung.

Ist $\Delta < 0$, so giebt es 3 reelle und unter sich verschiedene Lösungen.

Wenn $\Delta = 0$ ist, was zweimal eintrifft, so fallen 2 von den 3 reellen Lösungen zusammen.

Wir verzichten auf eine ausführliche Darstellung der Lösungen. Wir wollen nur noch an einigen Spezialfällen zeigen, dass die beiden Verfahren in ihren Ergebnissen übereinstimmen.

$$A_2 \quad c = \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9}.$$

Berechnen wir den zugehörigen Wert von y, so erhalten wir:

$$y_1 = \frac{3b^2+b^2(6\sqrt{3}-9)+(2-\sqrt{3})12b^2}{12b\sqrt{6\sqrt{3}-9}}$$

$$= b\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)\sqrt{2\sqrt{3}+3} = 0{,}53728\cdots b$$

$$y_2 = y_3 = \frac{3b^2 + b^2(6\sqrt{3} - 9) + (2 - \sqrt{3})6b^2}{12b\sqrt{6\sqrt{3} - 9}}$$

$$= b\left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2\sqrt{3} + 3}.$$

Nun ist $y_2 = y_3 = \frac{c}{3}$; denn

$$b\left(\sqrt{3} - \frac{3}{2}\right)\sqrt{2\sqrt{3} + 3} = \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3} - 9}.$$

Das spitzwinklige Dreieck hat also die Basishöhe $h_b = 0{,}53728\cdots b$ und das doppelt gelegte stumpfwinklige Dreieck die Basishöhe $h_b = \frac{c}{3}$; somit herrscht Übereinstimmung mit den Resultaten nach den ersten Verfahren (vergl. pag. 13)

$$\text{B.}\quad c = \frac{b}{2}.$$

Wir bekommen als Ordinaten der Schnittpunkte B, d. h. als Basishöhe der entsprechenden Dreiecke, folgende Werte:

1. y_1 im $\triangle$ OAC $= \frac{4b^2}{12b} - \frac{b}{3} = 0$;

2. $y_2 = y_3$ für das doppelt gelegte rechtwinklige $\triangle$ OAE $=$ EC $= \frac{4b^2}{12b} + \frac{b}{6} = \frac{b}{2}$ (vergl. damit pag. 91).

$$\text{C}_2.\quad c = 0;\ \text{Taf. I, Fig. 5.}$$

Wir gehen aus von der Gleichung (23), multiplizieren c im Nenner weg, setzen hierauf $c = 0$ und erhalten

$$-y^2 \cdot \frac{3b^2}{8} + \frac{b^4}{32} = 0$$

$$y = \pm \frac{b}{6}\sqrt{3}.$$

Der dritte Wert von y ist unendlich gross, da der Koeffizient von $y^3 = 0$ geworden ist. Wir bekommen daher auch hier für das unendlich grosse Dreieck die Basishöhe $h_b = \infty$ und für die 2 stumpfwinkligen Dreiecke OAB_1 und OAB_2 die Basishöhe $h_b = \pm \frac{b}{6}\sqrt{3}$ wie beim ersten Verfahren (siehe pag. 92).

II.

§ 5. *Zweite Aufgabe: Ein gleichschenkliges Dreieck zu konstruieren, wenn die Basis und die Summe oder Differenz aus Schenkel und dem an die Spitze angrenzenden Schenkelabschnitt gegeben sind.*

Gegeben: 1. b,
2. $s \pm n = \pm c =$ konstant.

Bedingungen:

1. $s + n \geq \frac{b}{2}\sqrt{2}$,
2. $s - n < \frac{b}{2}\sqrt{2} =$ pos.

Im rechtwinkligen Dreieck ist $n = 0$ und $s = \frac{b}{2}\sqrt{2}$. Wird das Dreieck spitzwinklig, so wachsen sowohl s als auch n; also muss $s + n > \frac{b}{2}\sqrt{2}$ sein. Für ein stumpfwinkliges Dreieck ziehen wir den Grundkreis und finden, dass $s + n > \frac{b}{2}\sqrt{2}$ wird nach dem Satz: In einem Kreise gehört zu einem grössern Bogen auch die grössere Sehne. $\frac{b}{2}\sqrt{2}$ ist somit das Minimum, das der Wert der Summe $s + n$ annehmen kann.

Was die 2. Bedingung betrifft, so erreicht die Differenz $s - n$ einen maximalen Wert beim rechtwinkligen Dreieck, wo

$$s - n = s - 0 = \frac{b}{2}\sqrt{2} \text{ ist.}$$

Bei einem spitzwinkligen Dreieck ist nämlich $s - n < \frac{b}{2}\sqrt{2}$ nach dem oben erwähnten Sehnensatz, und bei einem stumpfwinkligen Dreieck ist $\frac{b}{2}\sqrt{2}$ schon $>$ als s allein, umsomehr also $\frac{b}{2}\sqrt{2} > s - n$.

§ 6. *Erstes Lösungsverfahren. Bestimmung des Punktes D.*

a) Konstruktion der Hilfskurve. Taf. I, Fig. 4.

Mache OA gleich der gegebenen Basis b. Ziehe die Mittelsenkrechte MM_1. Schlage um O einen Hilfskreis, dessen Radius

$r = OH$ gleich der gegebenen Konstanten c ist. Ziehe durch O einen Strahl, welcher die Mittelsenkrechte in R und den Hilfskreis in H und H′ schneidet. Mache $RP = RH$

und $RP' = RH'$.

Dreht sich nun der Strahl OR um O, so beschreiben die Punkte P und P′ die Kurve. Die Schnittpunkte dieser Kurve mit dem Grundkreis liefern die gesuchten Fusspunkte D der Schenkelhöhe. Es ist nämlich $c = OH = OR + RH$. OR entspricht dem s; folglich muss $RH = RP$ den Schenkelabschnitt n bedeuten. Dieser Schenkelabschnitt erstreckt sich in Wirklichkeit nur von der Mittelsenkrechten bis zum Grundkreis. Wenn also der Kurvenpunkt P auf den Grundkreis fällt, so ist $RP = n$, $OR = s$, und wir haben eine Lösung der Aufgabe.

Schneidet der Strahl eines Kurvenpunktes P die Mittelsenkrechte innerhalb des Hilfskreises O, so genügt P der Bedingung $OR + RP = s + n = OH = c$.

Für Kurvenpunkte P, deren entsprechende Strahlen die Mittelsenkrechte ausserhalb des Hilfskreises O schneiden, gilt die Relation: $OR - RP = s - n = OH = c$.

Für alle Strahlen haben wir endlich noch Kurvenpunkte P′, welche der Relation entsprechen:

$$RP' - OR = n - s = OH' = c.$$

Weil in einem gleichschenkligen Dreieck der an die Spitze grenzende Schenkelabschnitt n niemals grösser, höchstens gleich s werden kann, so kommt natürlich der Fall $n - s = c$ für die Lösung unserer Aufgabe nicht in Betracht. Der Kurvenzweig, auf dem die Punkte P′ liegen, liefert daher keine Lösungen unserer Aufgabe.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Wir wählen wieder O zum Nullpunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems und legen durch OA die positive x-Axe. Es seien x und y die Koordinaten eines Kurvenpunktes P, dessen Strahl den Richtungswinkel φ habe. Dann ist

$$y = OP \cdot \sin\varphi; \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\alpha)$$

$$OP = OH - 2RP = c - 2RP;$$

somit $$y = (c - 2RP)\sin\varphi \quad \cdots\cdots\cdots \quad (\beta)$$

Ziehe $PN \perp MM_1$, so ist

$$PN = \frac{b}{2} - x.$$

$$RP = \frac{PN}{\cos\varphi} = \frac{\frac{b}{2} - x}{\cos\varphi}, \text{ sub. in } (\beta);$$

wir erhalten $$y = \left(c - \frac{\left(\frac{b}{2} - x\right)2}{\cos\varphi}\right) \sin\varphi;$$

$$y = (c\cos\varphi - b + 2x)\,\frac{y}{x};$$

$$\frac{cx}{\sqrt{x^2 + y^2}} = b - x;$$

$$(x^2 + y^2)(b - x)^2 - c^2x^2 = 0 \quad . \tag{1}$$

In Polarkoordinaten: $$r = \frac{b}{\cos\varphi} \mp c. \tag{1a}$$

Unsere Kurve ist somit die Konchoide des Nikomedes.

Die x-Axe ist Symmetrieaxe und die Asymptote $x = b = LA$ die Leitlinie.

$c > b$; der Nullpunkt ist Doppelpunkt;
$c = b$; » » » Spitze;
$c < b$; » » » isolierter Punkt.

Es bleibt nur noch nachzuweisen, dass nach der gewöhnlichen Definition der Nikomedischen Konchoide

$$PV = VP' = c \text{ ist.}$$

Nach Konstruktion ist

$$RP' - OR = c.$$

Nun ist $$OR = RV,$$

also $$RP' - RV = VP' = c. \tag{\gamma}$$

Ferner ist nach Konstruktion

$$OR + PR = c;$$

für OR kann man RV setzen; also ist

$$RV + RP = PV = c. \tag{\delta}$$

Aus (γ) und (δ) folgt, dass

$$PV = P'V = c \text{ ist.}$$

Wir haben also die Nikomedische Konchoide nicht mit Hilfe der Leitlinie, sondern mit Hilfe der zwischen dem festen Punkt O und der Leitlinie gelegenen Mittelparallelen MM_1 und einem

Kreis konstruiert. Die Basis b des zu konstruierenden gleichschenkligen Dreieckes ist der Abstand des festen Punktes O von der Leitlinie AL.

c) Die Lösungen unserer Aufgabe.

Wir haben die Schnittpunkte D der Kurve mit dem Grundkreis zu bestimmen. Die Koordinaten der Punkte D sind die Wurzeln des Gleichungssystems:

1. $(x^2+y^2)(x-b)^2-c^2x^2=0$; Gleichung der Kurve.
2. $x^2-bx+y^2=0$; » des Grundkreises.

Aus (2) folgt $y=\sqrt{x(b-x)}$, sub. in (1); wir erhalten $bx(x-b)^2-c^2x^2=0$,

oder
$$b(x-b)^2-c^2x=0. \qquad (2)$$

Die Wurzeln dieser quadratischen Gleichung sind die Abscissen der Schnittpunkte D. Wir erhalten statt 8 Schnittpunkte nur zwei, weil beide Kurven durch die unendlich fernen imaginären Kreispunkte der Ebene gehen, weil ferner zwei Schnittpunkte in den Nullpunkt fallen und weil endlich y nur in der 2. Potenz vorkommt.

Gleichung (2) nach x aufgelöst giebt

$$x=\frac{2b^2+c^2\pm c\sqrt{4b^2+c^2}}{2b}.$$

Nun ist $y=\sqrt{x(b-x)}$;

x darf also höchstens = b werden; sonst werden die Schnittpunkte imaginär. Dies folgt übrigens schon aus der Konstruktion. Wir können daher im Ausdruck für x, den Spezialfall $c=0$ ausgenommen, nur das negative Zeichen der Wurzel brauchen. Es wird somit der Ausdruck für die Abscisse von D

$$x=\frac{2b^2+c^2-c\sqrt{4b^2+c^2}}{2b}; \text{ dann wird} \qquad (3)$$

$$y=\pm\frac{1}{2b}\sqrt{2c\left\{(b^2+c^2)\sqrt{4b^2+c^2}-(3b^2c+c^3)\right\}}. \qquad (4)$$

Weil das Wurzelzeichen unter der Wurzel nur eindeutig genommen werden darf, so erhalten wir für y 2 Werte, die sich nur im Vorzeichen unterscheiden. Wir erhalten somit 2 reelle Schnittpunkte D, welche symmetrisch zur x-Axe liegen. Dies bedingt ferner als Lösungen 2 gleichschenklige Dreiecke, welche

kongruent sind und eine symmetrische Lage zur gemeinsamen Basis b haben.

Bei variablem c erhalten wir folgende Hauptfälle unter den Lösungen:

$$\text{A.} \quad c > \frac{b}{2}\sqrt{2}.$$

Die Abscisse der Schnittpunkte D und D_1 ist $< \frac{b}{2}$. Die entstehenden Dreiecke sind somit spitzwinklig und genügen der Bedingung:

$$s + n = c.$$

1. Unterfall $c > \frac{3b}{2}$.

Der Dreieckswinkel an der Spitze bei B ist $< 60^0$. Ist speziell $c = \infty$, so fallen die Punkte D und D_1 zusammen in den Nullpunkt. Es entstehen 2 unendlich grosse Dreiecke.

2. Unterfall $c = \frac{3b}{2}$.

Es wird $x = \frac{b}{4}$ und $y = \pm \frac{b}{2}\sqrt{3}$.

Die Dreiecke sind gleichseitig.

3. Unterfall $\frac{3b}{2} > c > \frac{b}{2}\sqrt{2}$. Taf. I, Fig. 4.

Spitzwinklige Dreiecke, deren Winkel an der Spitze zwischen 60^0 und 90^0 liegt.

$$\text{B.} \quad c = \frac{b}{2}\sqrt{2} = \text{Grenzfall.}$$

Es wird $x = \frac{b}{2}$ und $y = \pm \frac{b}{2}$.

Die Dreiecke sind rechtwinklig und erfüllen die Bedingung:

$$s + n = c; \quad n = 0.$$

$$\text{C.} \quad c < \frac{b}{2}\sqrt{2}.$$

Es wird $x > \frac{b}{2}$; dies hat zur Folge, dass die Dreiecke stumpfwinklig werden. Für dieselben gilt die Relation:

$$s - n = c.$$

Wird speziell $c = 0$, so fallen die Schnittpunkte D und D^1 zusammen auf A (b, 0), und da jeder doppelt zu nehmen ist, so erhalten wir als Lösungen 4 unendlich kleine Dreiecke, die sich auf die Basis reduzieren.

§ 7. *Zweites Lösungsverfahren. Bestimmung der Punkte B.*

Es gelten die Voraussetzungen des § 5.

a) Konstruktion der Hilfskurve. (Ohne Figur.) Mache OA = der gegeben Basis b. Ziehe den Grundkreis. Schlage ferner einen Hilfskreis um O, dessen Radius $r = OH = c$, der gegebenen Konstanten. Lege nun durch O einen Strahl, welcher den Grundkreis in Q und den Hilfskreis in H und H_1 schneidet. Halbiere die Strecken HQ und H_1Q in den Punkten P und P_1. Lassen wir den Strahl OQ um O sich drehen, so erzeugen die Punkte P und P_1 die gesuchte Kurve.

Es entspricht nun die Strecke OP, resp. OP_1 dem Schenkel s; folglich muss die Strecke PQ, resp. P_1Q dem Schenkelabschnitt n entsprechen, da n gleich dem Abstand des Schenkelendpunktes vom Grundkreis ist, gemessen auf dem zugehörigen Strahl.

Die Kurve ist der geometrische Ort eines Strahlpunktes, dessen Summe oder Differenz der Abstände vom Ursprung O und dem Grundkreis eine Konstante ist.

Da OP dem Schenkel s und P dem Endpunkt desselben entspricht, so haben wir in den Schnittpunkten der Kurve mit der Mittelsenkrechten die gesuchten Punkte B. Die innere Schleife liefert nur im Spezialfall $c = 0$ Schnittpunkte.

b) Abteilung der Kurvengleichung.

Wir erhalten, indem wir analog wie früher vorgehen, die Gleichung:

$$\left(x^2 + y^2 - \frac{b}{2}x\right)^2 - \frac{c^2}{4}(x^2 + y^2) = 0. \qquad (5)$$

Dies ist die Gleichung einer Kreiskonchoide.

$\frac{b}{2}$ ist der Durchmesser des erzeugenden festen Kreises und $\frac{c}{2}$ der konstante Abstand der Kurvenpunkte vom Grundkreis, gemessen auf den zugehörigen Strahlen. Die x-Axe ist Symmetrieaxe.

$c < b$; Nullpunkt ist Doppelpunkt,
$c = b$; » » Spitze,
die positive x-Axe ist Rückkehrtangente.
$c > b$; Nullpunkt ist isolierter Punkt.

In Polarkoordinaten lautet die Gleichung der Kurve:

$$r = \frac{b}{2}\cos\varphi \pm \frac{c}{2}. \qquad (6)$$

c) Die Lösungen der Aufgabe.

Wir ziehen die Mittelsenkrechte, da es sich um deren Schnittpunkte B mit der Kurve handelt. Die Abscisse aller dieser Punkte ist $x = \frac{b}{2}$. Führt man diesen Wert für x in der Kurvengleichung (5) ein, so erhält man eine Gleichung in y, deren Wurzeln die Ordinaten der Schnittpunkte B, der Spitzen der gesuchten gleichschenkligen Dreiecke sind. Diese Gleichung lautet:

$$y^4 - \frac{c^2 y^2}{4} - \frac{b^2 c^2}{16} = 0.$$

Die Gleichung, zunächst nach y^2 aufgelöst, ergiebt

$$y^2 = \frac{c^2 \pm c\sqrt{4b^2 + c^2}}{8}.$$

Da y nicht imaginär werden darf, so ist nur das positive Zeichen der Wurzel zu gebrauchen mit Ausnahme des Spezialfalles $c = 0$; daraus folgt

$$y = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{c^2 + c\sqrt{4b^2 + c^2}}{2}}. \qquad (7)$$

Man erhält demnach 2 Schnittpunkte, welche symmetrisch zur x-Axe liegen. Dies bedingt als Lösungen im allgemeinen 2 kongruente symmetrisch zur Basis gelegene Dreiecke. Die Lösungen sind spitzwinklig, rechtwinklig oder stumpfwinklig, je nachdem

$$c \gtreqless \frac{b}{2}\sqrt{2} \text{ ist.}$$

Das zweite Lösungsverfahren führt zu denselben Ergebnissen wie das erste. (Vergleiche damit die Resultate auf pag. 106 und 107.) Wir verzichten darauf, die Übereinstimmung für Spezial-

fälle nachzuweisen. Wir erlauben uns nur noch, die allgemeine Formel für die Dreiecksfläche zu bringen. Es wird

$$F_{AOB} = \frac{b}{4}\sqrt{\frac{c^2 + c\sqrt{4b^2+c^2}}{2}}. \qquad (8)$$

Speziell für $c = \frac{3b}{2}$ entsteht ein gleichseitiges Dreieck; es wird

$$F = \frac{b}{4}\sqrt{\frac{\frac{9b^2}{4} + \frac{3b}{2}\sqrt{4b^2+\frac{9b^2}{4}}}{2}} = \frac{b^2}{4}\sqrt{3}.$$

III.

§ 8. *Dritte Aufgabe: Konstruktion eines gleichschenkligen Dreiecks, wenn die Basis und die Summe oder Differenz aus Schenkelhöhe und dem an die Spitze angrenzenden Schenkelabschnitt gegeben sind.*

Gegeben: 1. b;
2. $h_s \pm n = \pm c$ = konstant.

Bedingungen: 1. $h_s + n \geqq \frac{b}{2}$;

2. $h_s - n \leqq + \frac{b}{2}\sqrt{2}$.

Die Summe $h_s + n$ wird ein Mimimum bei einem unendlich kleinen Dreieck; denn da ist $h_s = 0$ und $n = \frac{b}{2}$, also $h_s + n = \frac{b}{2}$.

Die Differenz $h_s - n$ erreicht das Maximum bei einem rechtwinkligen Dreieck, bei welchen $h_s = \frac{b}{2}\sqrt{2}$ und $n = 0$, also $h_s - n = \frac{b}{2}\sqrt{2}$.

§ 9. *Erstes Lösungsverfahren: Bestimmung der Spitze B des gleichschenkligen Dreiecks.*

a) Konstruktion der Hilfskurve.

Es sei (siehe Figur 6, Tafel II) OA die gegebene Basis b. Ziehe den Grundkreis. Schlage ferner um A einen Hilfskreis, dessen Radius $r = AH = c$ ist. Lege durch O einen Strahl, welcher den Grundkreis in Q schneidet. Fälle von A aus ein Lot auf diesen Strahl, das durch Q gehen muss und das den Hilfskreis in H und H_1 schneidet. Trage nun auf dem Strahl OQ

von Q aus die Strecke QH nach der entgegengesetzten Seite von O, die Strecke QH_1 nach der gleichen Seite ab und erhalte so 2 Punkte P und P_1, so dass

$$AQ + QP = AQ + QH = AH = c$$
$$\text{und } QP_1 - QA = QH_1 - QA = AH_1 = c.$$

Lässt man den Strahl OQ um O sich drehen, so beschreiben die Punkte P und P_1 die gesuchte Kurve. Ziehen wir also in einem Kreise durch den einen Endpunkt O eines Durchmessers Strahlen, die den Kreis in Q schneiden, so ist unsere Kurve der geometrische Ort solcher Strahlpunkte, für die die Summe oder Differenz der Abstände des Punktes Q vom Kurvenpunkt P einerseits und andererseits vom andern Endpunkt A des Durchmessers eine Konstante ist.

Die Summe der Abstände entspricht der Relation:

$$h_s + n = c,$$

die Differenz dagegen der Bedingung:

$$h_s - n = \pm c.$$

Fällt ein Kurvenpunkt P auf die Mittelsenkrechte MM_1, so wird $QP = n$ und $QA = h_s$; folglich haben wir in den Schnittpunkten der Kurve mit der Mittelsenkrechten die gesuchten Punkte B, d. h. die Spitzen der gleichschenkligen Dreiecke.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Lage des rechtwinkligen Koordinatensystems wie früher. x und y seien die Koordinaten des Punktes P; dann ist

$$(OQ + QP)^2 = x^2 + y^2; \qquad (\alpha)$$

$$\left.\begin{aligned} OQ &= b\cos\varphi; \\ QP &= c - QA = c - b\sin\varphi, \end{aligned}\right\} \text{ sub. in } (\alpha);$$

wir erhalten

$$(b\cos\varphi + c - b\sin\varphi)^2 = x^2 + y^2;$$

$$\frac{bx}{\sqrt{x^2+y^2}} + c - \frac{by}{\sqrt{x^2+y^2}} = \sqrt{x^2+y^2};$$

$$[x^2 + y^2 + b(y - x)]^2 - c^2(x^2 + y^2) = 0. \qquad (1)$$

$$\text{Polargleichung: } r = b(\cos\varphi - \sin\varphi) \pm c. \qquad (2)$$

Gleichung (1) ist die Gleichung einer Kreiskonchoide, deren Symmetrieaxe mit der positiven x-Axe einen Winkel von -45° bildet.

$c < b\sqrt{2}$; der Nullpunkt ist Doppelpunkt;
$c = b\sqrt{2}$; » » » Spitze;
$c > b\sqrt{2}$; » » » isolierter Punkt.

Ist $c = 0$, so lautet die Kurvengleichung:

$$(x^2 + y^2 + by - bx)^2 = 0.$$

Die Kurve zerfällt in zwei aufeinanderfallende Kreise. Die Gleichung eines Kreises in Normalform heisst

$$\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{2}.$$

Die Mittelpunktskoordinaten sind $\left(\frac{b}{2}, -\frac{b}{2}\right)$, und der Radius des Kreises ist $r = \frac{b}{2}\sqrt{2}$.

Um die Gleichung der Kurve in normaler Form zu erhalten, führen wir eine negative Drehung der Axen um 45° aus. Es ergeben sich daher folgende Transformationsformeln:

1. $x = x'\cos\varphi + y'\sin\varphi$;
2. $y = -x'\sin\varphi + y'\cos\varphi$.

Weil $\sin\varphi = \cos\varphi = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, so erhalten wir

3. $y - x = -x'\sqrt{2}$,
4. $x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$,

} sub in der Kurvengleichung (1):

es resultiert:

$$(x'^2 + y'^2 - bx'\sqrt{2})^2 - c^2(x'^2 + y'^2) = 0. \qquad (4)$$

Der Durchmesser des erzeugenden festen Kreises ist also $b\sqrt{2}$. Ziehen wir durch O Strahlen, welche den festen Kreis in V schneiden, so liegen auf jedem Strahl zwei Kurvenpunkte U und W, welche von V den konstanten Abstand c haben.

c) Die Lösungen der Aufgabe.

Wir ziehen die Mittelsenkrechte $x = \frac{b}{2}$; denn ihre Schnittpunkte mit der Kurve liefern die Spitzen B der gesuchten gleichschenkligen Dreiecke. Alle diese Schnittpunkte haben die Abscisse $x = \frac{b}{2}$; es bleibt daher nur noch die Bestimmung der Ordinaten der Punkte B übrig. Zu diesem Zweck setzen wir den Wert für $x = \frac{b}{2}$ in der Kurvengleichung (1) ein und erhalten

$$\left(y^2+by-\frac{b^2}{4}\right)^2-c^2y^2-\frac{b^2c^2}{4}=0. \qquad (5)$$

Die Gleichung 4. Grades liefert 4 Wurzeln; somit erhalten wir 4 Schnittpunkte, was richtig ist, da eine Gerade eine Kurve 4. Ordnung in 4 Punkten schneiden kann.

Wir bringen (5) auf die Form

$$y^4+2by^3+\frac{b^2-2c^2}{2}y^2-\frac{b^3}{2}y+\frac{b^4-4b^2c^2}{16}=0,$$

setzen $y=z-\frac{b}{2}$, setzen ein und erhalten

$$z^4-(b^2+c^2)z^2+bc^2z+\frac{b^4-2b^2c^2}{4}=0. \qquad (\alpha)$$

Wir zerlegen die linke Seite in 2 Faktoren, wobei wir unbestimmte Koeffizienten anwenden, und setzen

$$(z^2+pz+t)(z^2-pz+u)=0, \qquad (\beta)$$

führen die angedeutete Multiplikation aus, vergleichen die Koeffizienten von (α) und (β), leiten eine Gleichung in p ab, setzen $p^2=v+\frac{2}{3}(b^2+c^2)$ und erhalten schliesslich folgende kubische Hilfsgleichung:

$$v^3-\frac{4b^4-4b^2c^2+c^4}{3}v-\frac{16b^6-24b^4c^2-15b^2c^4-2c^6}{27}=0. \qquad (6)$$

Die Diskriminante dieser Gleichung lautet:

$$\Delta=Q^2-\frac{4P^3}{27}=\frac{b^2c^4}{27}(4c^6+3b^2c^4+48b^4c^2-32b^6).$$

Diese Diskriminante verschwindet für folgende Werte von c:

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & c=0 \\ 2. & c=\frac{b}{2}\sqrt{3\sqrt[3]{13+16\sqrt{2}}+3\sqrt[3]{13-16\sqrt{2}}-1} \\ & =0{,}787996\cdots\cdot b \end{array}\right\} \qquad (7)$$

Demnach bekommen wir 3 Hauptfälle für unsere Lösungen:

A. $c>0{,}787996\cdots\cdot b$; $\Delta=$ pos.

Die kubische Hilfsgleichung in v (6) besitzt eine reelle und zwei imaginäre Wurzeln; folglich werden bei der biquadratischen Gleichung (5) in y 2 Wurzeln reell und 2 Wurzeln imaginär. Wir erhalten zwei reelle, verschiedene Lösungen. Laut Konstruktion sind die Dreiecke spitzwinklig.

B. $c=0{,}787996\cdots\cdot b$; $\Delta=0$.

Die kubische Hilfsgleichung hat 3 reelle Wurzeln, wovon 2 gleiche. In diesem Fall besitzt die biquadratische Gleichung 4 reelle Wurzeln, wovon auch 2 gleiche. Wir bekommen 4 reelle Lösungen, wovon 2 zusammenfallen. Die ungleichen Dreiecke sind laut Konstruktion spitzwinklig, die zwei gleichen stumpfwinklig.

$$C.\quad c < 0{,}787996\cdots\, b$$

J = neg., wenn wir $c = 0$ ausschliessen.

Die Wurzeln der Gleichung (6) sind alle reell und positiv. Die Gleichung (5) hat folglich ebenfalls lauter reelle Wurzeln und damit unsere Aufgabe 4 wirkliche Lösungen.

Spezialfälle:

$$1.\quad c = \frac{b}{2}\sqrt{2}.$$

Die Gleichung (6) bekommt die Form

$$v^3 - \frac{9}{12}b^4 v = 0;\ \text{die Wurzeln sind}$$

$$v_1 = 0.$$

$$v_2 = \frac{b^2}{2}\sqrt{3}.$$

$$v_3 = -\frac{b^2}{2}\sqrt{3}.$$

Die Gleichung (β) lautet in diesem Fall

$$\left(z^2 + bz - \frac{b^2}{2}\right)(z^2 - bz + 0) = 0.$$

Subtrahieren wir von den Wurzeln dieser Gleichung $\frac{b}{2}$, so erhalten wir schliesslich folgende Werte für y:

1. $y_1 = \frac{b}{2}$, bedingt ein rechtwinkliges Dreieck.

2. $y_2 = -\frac{b}{2}$, » » » »

3. $y_3 = b\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} - 1\right)$, bedingt ein stumpfwinkliges Dreieck.

4. $y_4 = -b\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} + 1\right)$, » » spitzwinkliges »

$$2.\quad c = 0;\ J = 0.$$

Gleichung (6) nimmt die Form an

$$v^3 - \frac{4b^4}{3} v - \frac{16b^6}{27} = 0.$$

Die Wurzeln sind:

$$v_1 = \frac{4}{3} b^2; \quad v_2 = v_3 = -\frac{2}{3} b^2.$$

Gleichung (β) bekommt die Form

$$\left(z^2 + b\sqrt{2} \cdot z + \frac{b^2}{2}\right)\left(z^2 + b\sqrt{2} \cdot z + \frac{b^2}{2}\right) = 0.$$

Subtrahieren wir wieder von den Wurzeln dieser Gleichung $\frac{b}{2}$, so finden wir für y folgende Werte:

1. $y_1 = y_2 = \frac{b}{2}(\sqrt{2} - 1)$, bedingt ein doppeltgelegtes stumpfwinkliges Dreieck.
2. $y_3 = y_4 = -\frac{b}{2}(\sqrt{2} + 1)$, bedingt 2 zusammenfallende spitzwinklige Dreiecke.

Die Dreiecke, die wir für $c = 0$ erhalten haben, besitzen folgende zum teil schon aus der Konstruktion hervorgehende Eigenschaften:

1. In jedem der beiden Dreiecke ist die Schenkelhöhe h_s gleich dem äussern Schenkelabschnitt n.

2. Die Schenkelhöhe h_s des einen Dreiecks ist gleich dem innern Schenkelabschnitt m des andern und umgekehrt.

3. Die Basiswinkel dieser Dreiecke messen $22\frac{1}{2}^0$, resp. $67\frac{1}{2}^0$.

Satz (1) folgt aus der Konstruktion. Satz (2) soll analytisch bewiesen werden. Zu dem Zweck berechnen wir im spitzwinkligen Dreieck OAB die drei Grössen s, h_s und m. Wir finden:

1. $s = \frac{b}{2}\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$;
2. $h_s = \frac{b}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2}}$;
3. $m = \frac{b}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}$.

Es muss nun im spitzwinkligen Dreieck das von den 3 Stücken b, h_s und m begrenzte Dreieck OAD_1 gleich dem

stumpfwinkligen $\triangle OAB$ sein, vermehrt um das von den 3 Stücken s, h, und n gebildete rechtwinklige $\triangle ABD$; also $\triangle OAD_1 = \triangle OAB + \triangle ABD$, sofern Satz (2) bestehen soll. Wir schreiben für die Flächen dieser Dreiecke die halben Produkte aus Grundlinie und Höhe, multiplizieren das 2 im Nenner weg und erhalten:

$$\frac{b}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\cdot\frac{b}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}=\frac{b^2}{2}(\sqrt{2}-1)+\left(\frac{b}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\frac{b^2}{4}\sqrt{2}=\frac{b^2}{4}\sqrt{2};$$ die Gleichung ist identisch richtig. somit unsere Behauptung bewiesen.

Die Wahrheit von Satz (3) kann trigonometrisch leicht dargethan werden.

Für die Flächeninhalte dieser zwei Dreiecke erhalten wir folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} F_{OAB} &= \frac{b^2}{4}(\sqrt{2}-1) \\ F_{OAB_1} &= \frac{b^2}{4}(\sqrt{2}+1) \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

3. $c = \frac{b}{2}$; siehe Figur 6, Tafel II.

Eine Lösung wird unendlich klein; denn die Gleichung (5) wird für $c = \frac{b}{2}$ und $y = 0$ erfüllt.

§ 10. *Zweites Lösungsverfahren. Bestimmung der Fusspunkte D der Schenkelhöhe.* Voraussetzungen wie in § 8.

a) Konstruktion der Hilfskurve.

Es sei (siehe Fig. 7, Taf. II) $OA = b$ die gegebene Basis. Ziehe den Grundkreis und die Mittelsenkrechte MM_1. Schlage ferner um A einen Hilfskreis, dessen Radius $r = AH = c$ ist. Ziehe nun durch O einen Strahl, welcher den Grundkreis in Q und die Mittelsenkrechte in R schneidet. Fälle von A aus ein Lot auf den Strahl, welches durch Q gehen muss und den Hilfskreis in H und H_1 schneidet. Jetzt trägt man auf dem Strahl OQ von R aus die Strecke QH nach der gleichen, die Strecke QH_1 nach der entgegengesetzten Seite von O ab, macht also

1. $RP_1 = QH$, so dass die Relation gilt
   $RP_1 + AQ = QH + AQ = AH = c.$
2. $RP_2 = QH_1$, so dass die Bedingung erfüllt wird
   $RP_2 - AQ = QH_1 - AQ = AH_1 = c.$

Der geometrische Ort aller Punkte P bei sich drehendem Strahl ist die Kurve. Die verschiedenen Punkte dieser Kurve genügen einer der Relationen $h_s \pm n = c$.

Fällt ein Kurvenpunkt P in den Grundkreis, so wird

$$RP = BD = n \text{ und}$$

$QA = DA = h_s$; wir haben eine Lösung der Aufgabe. Die Schnittpunkte der Kurve mit dem Grundkreis liefern die Fusspunkte D der Schenkelhöhe der gesuchten Dreiecke.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Es seien in Fig. 7, Taf. II x und y die rechtwinkligen Koordinaten des Kurvenpunktes P_2. Es besteht nun die Proportion:

$$OP_2 : OK = RP_2 : CK;$$

die bezüglichen Werte eingesetzt,

$$\sqrt{x^2+y^2} : x = RP_2 : \frac{2x-b}{2}; \qquad (\alpha)$$

$$RP_2 = c + AQ = c + b\sin\varphi, \text{ sub. in } (\alpha);$$

wir erhalten

$$\sqrt{x^2+y^2} : 2x = (c + b\sin\varphi) : (2x-b);$$

$$(x^2+y^2) : 2x = (c\sqrt{x^2+y^2} + by) : (2x-b);$$

$$[(x^2+y^2)(b-2x) + 2bxy]^2 - 4c^2x^2(x^2+y^2) = 0. \qquad (9)$$

Polargleichung:

$$r = b\sin\varphi + \frac{b}{2\cos\varphi} \pm c. \qquad (10)$$

c) Eigenschaften der Kurve.

Die Kurve ist von der 6. Ordnung. Sie besteht aus zwei unendlichen Ästen, von denen der eine eine Schleife mit Doppelpunkt in O besitzt. Der Nullpunkt ist 4facher Punkt; denn die Gleichung beginnt mit Gliedern 4. Grades.

Als *Gleichung der Tangenten im Nullpunkt* erhalten wir:

$$\frac{y^4}{x^4} + \frac{4y^3}{x^3} + \frac{6b^2-4c^2}{b^2} \cdot \frac{y^2}{x^2} + \frac{4y}{x} + \frac{b^2-4c^2}{b^2} = 0. \qquad (11)$$

Wir können diese Gleichung nur für Spezialfälle auflösen.

1. $c = 0$.

Gleichung (11) bekommt die Form

$$\frac{y^4}{x^4} + \frac{4y^3}{x^3} + \frac{6y^2}{x^2} + \frac{4y}{x} + 1 = 0.$$

$$\left(\frac{y}{x} + 1\right)^4 = 0.$$

$y = -x$ ist 4fach gelegte Tangente im Nullpunkt.

Für $c = 0$ lautet nun die Kurvengleichung:

$$[(x^2+y^2)(b-2x) + 2bxy]^2 = 0. \qquad (12)$$

Die Kurve zerfällt somit in zwei zusammenfallende Kurven 3. Ordnung. Die Gleichung eines Astes lautet

$$(b-2x)(x^2+y^2) + 2bxy = 0. \qquad (12a)$$

Die Gerade $y = -x$ ist für jede der beiden Kurven 3. Ordnung Rückkehrtangente; denn setzen wir in Gleichung (12a) für y den Wert $-x$ ein, so erhalten wir:

$x^3 = 0$; der Nullpunkt ist also Spitze.

2. $c = \frac{b}{2}$.

Gleichung (11) nimmt die Form an

$$\frac{y^4}{x^4} + \frac{4y^3}{x^3} + \frac{5y^2}{x^2} + \frac{4y}{x} = 0. \qquad (\alpha)$$

$$\frac{y}{x} = 0;$$

die x-Axe ist Tangente.

Dividieren wir in (α) den Faktor $\frac{y}{x}$ weg, so bleibt

$$\frac{y^3}{x^3} + \frac{4y^2}{x^2} + \frac{5y}{x} + 4 = 0. \qquad (\beta)$$

$$\text{Setze } \frac{y}{x} = w - \frac{4}{3}.$$

Die transformierte Gleichung lautet:

$$w^3 - \frac{w}{3} + \frac{56}{27} = 0. \qquad (\gamma)$$

Die Diskriminante dieser Gleichung wird J = pos.; somit besitzt Gleichung (β) eine reelle und zwei imaginäre Wurzeln und Gleichung (α) im ganzen 2 reelle und 2 imaginäre Werte

für $\frac{y}{x}$. Für $c = \frac{b}{2}$ sind also 2 Nullpunktstangenten der Kurve reell und 2 imaginär.

3. $c = b$.

Gleichung (11) erhält die Form

$$\frac{y^4}{x^4} + \frac{4y^3}{x^3} + \frac{2y^2}{x^2} + \frac{4y}{x} - 3 = 0. \qquad (\delta)$$

Die kubische Hilfsgleichung, die wir ableiten können, hat eine reelle und zwei imaginäre Wurzeln; folglich besitzt Gleichung (δ) 2 reelle und 2 imaginäre Wurzeln. Die Nullpunktstangenten sind wieder zur Hälfte reell und zur Hälfte imaginär.

Überhaupt hat die Kurve, wie schon die Konstruktion ergiebt, im Nullpunkt stets 2 reelle und 2 imaginäre Tangenten mit Ausnahme des Falles, da $c = 0$ ist.

Um die Schnittpunkte mit der y-Axe zu erhalten, setzen wir in der Kurvengleichung (9) $x = 0$ und erhalten

$$b^2 y^4 = 0;$$

somit schneidet die y-Axe die Kurve 4mal im Nullpunkt und, da die Koeffizienten von y^6 und $y^5 = 0$ sind, noch 2mal im Unendlichen.

Setzen wir $y = 0$, so bekommen wir die Abschnitte auf der x-Axe. Wir erhalten die Gleichung:

$$[x^2(b-2x)]^2 - 4c^2x^4 = 0.$$

1. $x^4 = 0$; $x = 0$ 4mal;
2. $(b-2x)^2 = c^2$; $x = \frac{b}{2} \pm c$.

Die x-Axe schneidet die Kurve 6mal im Endlichen, worunter 4mal im Nullpunkt.

Zur Bestimmung der Asymptotenrichtungen machen wir die Kurvengleichung mit z homogen, setzen dann $z = 0$ und erhalten

$$4x^2(x^2 + y^2)^2 = 0;$$

1. $x = 0$ 2mal;
2. $y = \pm ix$ 2mal.

Die imaginären Kreispunkte der Ebene sind also Doppelpunkte der Kurve. Ferner haben wir in

$$x = \frac{b}{2} \qquad (13)$$

2 zusammenfallende reelle Asymptoten. Um dies zu zeigen,

machen wir die Mittelsenkrechte $x = \frac{b}{2}$ zur y-Axe vermittelst der Transformationsformeln:

$$x = x' + \frac{b}{2},$$
$$y = y'.$$

Die Gleichung der Kurve wird:

$$\left[-2x'\left(x'^2 + bx' + \frac{b^2}{4} + y'^2\right) + 2by'\left(x' + \frac{b}{2}\right)\right]^2 -$$
$$4c^2\left(x'^2 + bx' + \frac{b^2}{4}\right)\left(x'^2 + bx' + \frac{b^2}{4} + y'^2\right) = 0. \quad (14)$$

Wir projizieren die unendlich fernen Punkte in der Richtung der y'-Axe auf die x'-Axe und setzen

$$y' = \frac{1}{y''}$$
$$\text{und} \quad x' = \frac{x''}{y''}.$$

Wir erhalten, wenn wir noch die Gleichung mit y''^6 multiplizieren,

$$\left[-2x''\left(x''^2 + bx''y'' + \frac{b^2y''^2}{4} + 1\right) + 2by''\left(x'' + \frac{by''}{2}\right)\right]^2 -$$
$$4c^2y''^2\left(x''^2 + bx''y'' + \frac{b^2y''^2}{4}\right)\left(x''^2 + bx''y''\right.$$
$$\left. + \frac{b^2y''^2}{4} + 1\right) = 0. \quad (15)$$

Die Schnittpunkte mit der y''-Axe: Setze $x'' = 0$, erhalte

$$b^4y''^4 - b^2c^2y''^4\left(\frac{b^2}{4}y''^2 + 1\right) = 0,$$

woraus

1. $y''^4 = 0$; $y'' = 0$ 4mal.

2. $$y'' = \pm\frac{2}{bc}\sqrt{b^2 - c^2}. \quad (\varepsilon)$$

Der Nullpunkt der projizierten Kurve ist Doppelpunkt, dessen Tangenten in $x'' = 0$ zusammenfallen, und da für $x'' = 0$ $y''^4 = 0$ wird, so ist derselbe und damit auch der unendlich ferne Punkt der Asymptote $x = \frac{b}{2}$ ein *Selbstberührungspunkt*. Die Kurve hat also im Unendlichen einen *Selbstberührungspunkt*, und die Mittelsenkrechte $x = \frac{b}{2}$ ist *Selbstberührungsasymptote*.

Aus (ε) folgt ferner, dass die Gerade $x = \frac{b}{2}$ die Kurve im Endlichen im allgemeinen in 2 Punkten schneidet, deren Ordinaten

$$y = \pm \frac{bc}{2} \sqrt{\frac{1}{b^2 - c^2}} \text{ sind.}$$

Die Schnittpunkte sind reell, wenn $c < b$,
imaginär, wenn $c > b$
und liegen im Unendlichen, wenn $c = b$.

Im letztern Fall ist der unendlich ferne Punkt der Kurve ein Selbstberührungspunkt, in welchem die Mittelsenkrechte als Asymptote die Kurve in 6 zusammenfallenden Punkten berührt, also Inflexionsknoten zugleich.

Unsere Kurve ist also rational; denn sie besitzt
einen 4fachen Punkt im Nullpunkt = 6 Doppelpunkte,
einen Selbstberührungspunkt = 2 »
2 Doppelpunkte in den imaginären Kreispunkten = 2 »

also das Maximum von 10 Doppelpunkten.

Die Kurve hat, wie sich aus der Konstruktion ergiebt, *Wendepunkte* und zwar, wenn

1. $c \geqq b$ 2 WP im rechten Ast;
2. $b > c > 0$ 4 WP, nämlich 3 im rechten Ast und einen im obern linken Ast;
3. $c = 0$ 1 WP im aufsteigenden Ast der doppelt gelegten Kurve 3. Ordnung.

Für ein unendlich grosses c besteht die Kurve aus der doppelt gelegten y-Axe und der unendlich fernen Geraden (linker Ast) und aus der unendlich fernen Geraden samt dem Nullpunkt als isoliertem Punkt (rechter Ast), zusammen also aus der doppelt gelegten y-Axe, der doppelt gelegten unendlich fernen Geraden und dem Nullpunkt als isoliertem Punkt.

Negative c erzeugen die gleichen Kurven wie positive c, weil c quadratisch vorkommt.

d) Die Lösungen der Aufgabe.

Es handelt sich um die Schnittpunkte D der Kurve mit dem Grundkreis. Die Koordinaten dieser Punkte D sind die Wurzeln des Gleichungssystems:

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & [(b-2x)(x^2+y^2)+2bxy]^2-4c^2x^2(x^2+y^2)=0, \text{ Kurve.} \\ 2. & x^2-bx+y^2=0, \text{ Grundkreis.} \end{array}\right\} (\alpha)$$

Da die Kurve von 6. Ordnung ist, so wird sie vom Kreis in 12 Punkten geschnitten. Von diesen Schnittpunkten absorbiert der Nullpunkt 4, da er ein 4facher Punkt der Kurve ist. Weitere 4 werden absorbiert durch die imaginären Kreispunkte der Ebene, welche der Kurve je doppelt angehören. Es bleiben somit 4 Schnittpunkte übrig; folglich kann unsere Aufgabe im Maximum 4 reelle Lösungen aufweisen. Wir erhalten mithin das gleiche Ergebnis wie beim ersten Lösungsverfahren. Wir wollen die Übereinstimmung in zwei Spezialfällen zeigen.

1. $c=0$, Taf. II, Fig. 7.

Das Gleichungssystem (α) heisst nun:

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & (b-2x)(x^2+y^2)+2bxy=0 \\ 2. & x^2-bx+y^2=0 \end{array}\right\} (\beta)$$

Wir lösen (2) nach y auf, setzen den Wert in (1) ein und erhalten zur Bestimmung der Abscissen von D′ folgende Gleichung in x: $4b^2x^2(bx-x^2)=(b-2x)^2b^2x^2$, woraus

$$x=\frac{b}{4}(2\pm\sqrt{2}).$$

Für y erhalten wir den Ausdruck:

$$y=\pm\frac{b}{4}\sqrt{2}.$$

Da die Koordinaten doppelwertig auftreten, so müssen wir 2 Schnittpunkte haben. Den positiven Zeichen in den Wurzeln entspricht der eine, den negativen der andere. Die beiden Schnittpunkte sind somit

$$D'\left[\frac{b}{4}(2+\sqrt{2}),\ \frac{b}{4}\sqrt{2}\right] \text{ und } D_1'\left[\frac{b}{4}(2-\sqrt{2}),\ -\frac{b}{4}\sqrt{2}\right].$$

Jeder der beiden Schnittpunkte ist indes noch doppelt zu zählen, weil die Kurve 3. Ordnung doppelt gelegt ist.

Die Basishöhen der beiden Dreiecke werden aus der Proportion bestimmt:

$$\frac{b}{4}(2+\sqrt{2}):\frac{b}{2}=\pm\frac{b}{4}\sqrt{2}:h_b:$$

$$h_{b1}=\frac{b}{2}(\sqrt{2}-1). \quad \triangle OAB^1:$$

$$h_{b2}=-\frac{b}{2}(\sqrt{2}+1). \quad \triangle OAB_1^1.$$

Diese Werte stimmen mit denjenigen auf pag. 114 vollständig überein.

2. $c = \frac{b}{2}\sqrt{2}$. Taf. II, Fig. 7.

Die Gleichung in x, deren Wurzeln die Abscissen der Schnittpunkte D sind, bekommt folgende Form

$$64x^4 - 128bx^3 + 84b^2x^2 - 20b^3x + b^4 = 0.$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind:

1. $x_1 = 0 + \frac{b}{2}$,
2. $x_2 = 0 + \frac{b}{2}$,
3. $x_3 = \frac{b}{4}\sqrt{3} + \frac{b}{2}$,
4. $x_4 = -\frac{b}{4}\sqrt{3} + \frac{b}{2}$;

dann wird

1. $y_1 = \frac{b}{2}$,
2. $y_2 = -\frac{b}{2}$,
3. $y_3 = -\frac{b}{4}$,
4. $y_4 = -\frac{b}{4}$.

Dies sind die Koordinaten der Schnittpunkte D.

Als Basishöhe für die 4 Lösungen erhalten wir:

1. $h_b = \frac{b}{2}$ für $\triangle OAB_1$;
2. $h_b = -\frac{b}{2}$ » $\triangle OAB_3$;
3. $h_b = b\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} - 1\right)$ für $\triangle OAB_2$;
4. $h_b = -b\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} + 1\right)$ » $\triangle OAB_4$.

Diese Werte stimmen vollständig überein mit denjenigen auf Seite 113.

IV.

§ 11. *Vierte Aufgabe: Konstruktion eines gleichschenkligen Dreieckes, wenn die Basis und die Summe oder Differenz der durch die Schenkelhöhe erzeugten Schenkelabschnitte gegeben sind.*

Gegeben: 1. b;

2. $m \pm n = \pm c$ = konstant.

Bedingungen: 1. $m+n \gtreqless \frac{b}{2}\sqrt{2}$

2. $m-n \lesseqgtr +\frac{b}{2}\sqrt{2}$.

Bei einem rechtwinkligen Dreieck wird $m+n=\frac{b}{2}\sqrt{2}$, und dies ist das Minimum. Wird das Dreieck spitzwinklig, so wird $m+n=s$ grösser als $\frac{b}{2}\sqrt{2}$, und wird es stumpfwinklig, so wird m allein schon grösser. Die Differenz $m-n$ erreicht in $\frac{b}{2}\sqrt{2}$ das Maximum beim rechtwinkligen Dreieck. Wird das Dreieck stumpfwinklig, so nimmt die Differenz m—n an Wert ab bis zum Grenzwert $\frac{b}{2}$. Wird das Dreieck spitzwinklig, so nimmt die Differenz $m-n$ ab bis zu 0 (gleichseitiges Dreieck); dann wird sie negativ, resp. $n-m$ positiv bis zum Wert ∞.

§ 12. *Erstes Lösungsverfahren. Bestimmung der Punkte B.*

a) Konstruktion der Hilfskurve (ohne Figur).

Es sei $OA=b$ die gegebene Basis. Wir ziehen den Grundkreis und um O einen Hilfskreis mit der Konstanten c als Radius. Nun legen wir durch O einen Strahl, der den Grundkreis in Q und den Hilfskreis in H und H_1 schneidet. Die Strecken QH und QH_1 tragen wir von Q aus auf dem Strahl je nach der entgegengesetzten Seite hin ab und erhalten die 2 Punkte P_1 und P_2: für diese gilt:

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & OQ+QP_1=OQ+QH=OH=c; \\ 2. & QP_2-OQ=QH_1-OQ=OH_1=c. \end{array}\right\} \quad (\alpha)$$

Der geometrische Ort aller Punkte P bei sich drehendem Strahl ist die gesuchte Kurve. Wir ziehen die Mittelsenkrechte MM_1. Fällt nun ein Kurvenpunkt in diese Gerade, so wird

$$QP=BD=n \quad \text{und} \quad QO=DO=m;$$

wir haben eine Lösung. Die Schnittpunkte der Kurve mit der Mittelsenkrechten sind somit die gesuchten Punkte B.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Addieren wir und subtrahieren wir die Gleichungen bei (α), so erhalten wir

$$1.\quad QP_1 + QP_2 = 2c;$$

oder
$$P_1P_2 = 2c; \qquad (\beta)$$

$$2.\quad 2OQ + QP_1 - QP_2 = 0;$$

$$OQ = QP_2 - OQ - QP_1 = QP_2 - c;$$

$$2\,OQ = OP_2 - c. \qquad (\gamma)$$

Ziehen wir nun um A einen Kreis mit dem Radius $r = b$, so wird dieser Kreis vom Strahl OP_2 in V so geschnitten, dass

$$OV = 2OQ = OP_2 - c.$$

Der Punkt V hat also von P_2 den Abstand c; da aber nach (β) $P_1P_2 = 2c$ ist, so muss V auch von P_1 den Abstand c haben. Es haben somit die Kurvenpunkte jedes Strahls gleichen und konstanten Abstand von einem festen Grundkreis. Unsere Kurve ist die *Kreiskonchoide*. Die Gleichung derselben lautet:

$$(x^2 + y^2 - 2bx)^2 - c^2(x^2 + y^2) = 0. \qquad (1)$$

Die x-Axe ist Symmetrieaxe.

1. $c > 2b$; Nullpunkt ist isolierter Punkt;
2. $c = 2b$; » » Spitze, die positive x-Axe Rückkehrtangente;
3. $c < 2b$; » » Doppelpunkt.

Polargleichung:

$$r = 2b\cos\varphi \pm c. \qquad (2)$$

c) Die Lösungen der Aufgabe.

Wir bestimmen die Schnittpunkte B. Die Abscisse derselben ist $x = \frac{b}{2}$. Diesen Wert setzen wir in der Kurvengleichung (1) ein und erhalten

$$\left(y^2 - \frac{3b^2}{4}\right)^2 - c^2\left(y^2 + \frac{b^2}{4}\right) = 0,$$

eine Gleichung in y, deren Wurzeln die Ordinaten der Schnittpunkte B und zugleich die Basishöhen der gesuchten Dreiecke sind. Diese Gleichung nach y aufgelöst, ergiebt

$$y = \pm\frac{1}{2}\sqrt{3b^2 + 2c^2 \pm 2c\sqrt{4b^2 + c^2}}. \qquad (3)$$

Dieser Ausdruck liefert für y 4 reelle oder 2 reelle und 2 imaginäre Werte. Bei variablem c erhalten wir daher entweder 4 oder 2 reelle Lösungen, welche paarweise symmetrisch sind. Für den Grenzfall erhalten wir 4 reelle Wurzeln, wovon $2 = 0$ sind. Dieser Fall tritt ein, wenn

$$3b^2 + 2c^2 - 2c\sqrt{4b^2 + c^2} = 0, \text{ also}$$

$$c = \frac{3b}{2} \text{ ist.}$$

Die Inhaltsformel der Dreiecke lautet:

$$F = \frac{gh}{2} = \frac{b}{4}\sqrt{3b^2 + 2c^2 \pm 2c\sqrt{4b^2 + c^2}}. \qquad (4)$$

Gruppierung der Lösungen:

$$\text{A.} \quad c > \frac{3b}{2}.$$

Bei der innern Wurzel gilt nur das positive Zeichen. Wir erhalten daher nur 2 reelle Lösungen und zwar 2 spitzwinklige Dreiecke.

Für den Spezialfall $c = 2b$ wird die Basishöhe derselben

$$h_b = y = \pm\frac{b}{2}\sqrt{11 + 8\sqrt{2}}.$$

$$\text{B.} \quad c = \frac{3b}{2}.$$

Die Wurzeln von (3) sind:

$$y_1 = \frac{b}{2}\sqrt{15}; \quad y_2 = -\frac{b}{2}\sqrt{15}; \quad y_3 = y_4 = 0.$$

Wir erhalten:

1. 2 symmetrische, spitzwinklige Dreiecke, bei denen $s = 2b$, $m = \frac{b}{4}$, $n = \frac{7}{4}b$ und die also die Bedingung erfüllen: $n - m = c$;
2. 2 unendlich kleine, auf die Basis reduzierte Dreiecke, für welche $m = 2n$ und $m + n = c$ ist.

$$\text{C.} \quad c < \frac{3b}{2}.$$

$$1. \quad c = b.$$

Nach Gleichung (3) wird

$$y = \pm\frac{b}{2}\sqrt{5 \pm 2\sqrt{5}};$$

für das positive Zeichen unter der Wurzel giebt es 2 symmetrische spitzwinklige Dreiecke, für welche $s = \frac{b}{2}(1 + \sqrt{5})$ und der Basiswinkel = 72° ist. Für das negative Zeichen sind die Dreiecke stumpfwinklig: $s = \frac{b}{2}(\sqrt{5} - 1)$; der Basiswinkel misst 36°.

$$2.\quad c = \frac{b}{2}\sqrt{2}.$$

Es wird $y = \pm \frac{b}{2}\sqrt{4 \pm 3}$.

Wir erhalten

1. 2 spitzwinklige Dreiecke mit den Grössen $s = 2c = b\sqrt{2}$, $m = \frac{b}{4}\sqrt{2}$ und $n = \frac{3b}{4}\sqrt{2}$;

2. 2 rechtwinklige Dreiecke.

$$3.\quad c = \frac{b}{2}.$$

Es wird $y = \pm \frac{b}{4}\sqrt{14 \pm 2\sqrt{17}}$;

4 spitzwinklige Dreiecke, paarweise symmetrisch.

Wird c noch kleiner als $\frac{b}{2}$, so nähern sich die ungleichen spitzwinkligen Dreiecke in der Grösse immer mehr und fallen endlich zusammen für

$$4.\quad c = 0;\quad y = \pm \frac{b}{2}\sqrt{3};$$

4 gleichseitige Dreiecke.

§ 13. *Zweites Lösungsverfahren. Bestimmung der Punkte D.*

a) Konstruktion der Hilfskurve. Taf. II. Fig. 8.

Es sei $OA = b$ die Basis des gleichschenkligen Dreieckes. Wir ziehen den Grundkreis, die Mittelsenkrechte MM_1 und endlich noch einen Hilfskreis um O mit dem Radius $r = c$. Durch O gehe nun ein Strahl, der den Grundkreis in Q, den Hilfskreis in H und H_1 und die Mittelsenkrechte in R schneidet. Auf diesem Strahl tragen wir nun von R aus die Strecken QH und QH_1 nach derselben Seite gegen O hin ab und erhalten die 2 Punkte P_1 und P_2. Der Punkt P_1 genügt der Relation $OQ - RP_1 = OQ - QH = OH = c$, und für P_2 gilt $RP_2 - OQ = QH_1 - OQ = OH_1 = c$. Der geometrische Ort aller Punkte P bei sich drehendem Strahl ist die Kurve. Ihre Schnittpunkte mit dem Grundkreis ergeben die gesuchten Fusspunkte D der Schenkelhöhe; denn fällt ein Kurvenpunkt P in den Grundkreis, so ist $QH = RP = BD = n$, und wir haben eine Lösung.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Es seien durch OA die Abscissenaxe und durch O die Ordinatenaxe gelegt. Sind x und y die rechtwinkligen Koordinaten eines Kurvenpunktes P_1, so kann man setzen, wenn $P_1 N \perp MM_1$ gezogen wird,

$$P_1R = \sqrt{P_1N^2 + NR^2}; \qquad (\alpha)$$

$$\left.\begin{aligned} P_1R &= HQ = OQ - OH = b\cos\varphi - c, \\ P_1N &= \frac{b}{2} - x, \\ NR &= RC - NC = \frac{by}{2x} - y. \end{aligned}\right\} \text{ sub. in } (\alpha);$$

Es giebt

$$b\cos\varphi - c = \sqrt{\frac{(b-2x)^2}{4} + \frac{y^2(b-2x)^2}{4x^2}};$$

$$\left[(x^2+y^2)\left(\frac{b}{2}-x\right) - bx^2\right]^2 - c^2x^2(x^2+y^2) = 0. \qquad (5)$$

Polargleichung:

$$r = \frac{b}{2\cos\varphi} - b\cos\varphi \mp c. \qquad (6)$$

c) Diskussion der Kurvengleichung.

Die Kurve ist von der 6. Ordnung. Ihre Gleichung (5) beginnt mit Gliedern 4. Grades; folglich ist der Nullpunkt 4facher Punkt. Die Gleichung der *Nullpunktstangenten* lautet

$$y = \pm\frac{x}{b}\sqrt{\underbrace{b^2+2c^2}_{A} \pm \underbrace{2c\sqrt{2b^2+c^2}}_{B}}. \qquad (7)$$

Es ist nun

$$A^2 - B^2 = b^4 - 4b^2c^2 = b^2(b^2-4c^2).$$

So lange $b \gtrless 2c$ ist, ist auch $A > B$, und wir erhalten 4 reelle Wurzeln für y, daher auch 4 reelle Tangenten. Ist $b < 2c$, so werden 2 Wurzeln und damit 2 Tangenten imaginär. Wir erhalten mithin 2 Hauptfälle für die Tangenten im Nullpunkt.

A. $c > \frac{b}{2}$.

2 Tangenten sind reell, 2 imaginär. Der 4fache Punkt im Nullpunkt ist daher Doppelpunkt und konjugierter Punkt zugleich; folglich muss die Kurve 2 Äste haben, was die Konstruktion

auch bestätigt. Der eine Kurvenast geht durch den Nullpunkt, der andere nicht.

$$\text{B.}\quad c \lessgtr \frac{b}{2}.$$

4 reelle Tangenten; beide Kurvenzweige gehen durch den Nullpunkt.

$$1.\quad c = \frac{b}{2},$$ siehe Fig. 8, Taf. II.

Nach Gleichung (7) wird

$$y_{1,2} = \pm x\sqrt{3};\ y_3 = y_4 = 0.$$

Die Tangenten des 1. Astes bilden mit der x-Axe Winkel von $\pm 60^0$; für den 2. Ast ist die x-Axe Rückkehrtangente und der Nullpunkt Spitze.

$$2.\quad \frac{b}{2} > c > 0.$$

4 reelle, unter sich verschiedene Tangenten; der Nullpunkt ist Doppelpunkt für beide Kurven-Äste.

$$3.\quad c = 0.$$

Wir erhalten $y = \pm x$ je 2mal.

Die beiden Äste fallen zusammen. Der Richtungswinkel der Tangenten $= \pm 45^0$. Die Kurve zerfällt in 2 zusammenfallende Kurven 3. Ordnung, deren Gleichung die Form besitzt:

$$(x^2 + y^2)\left(\frac{b}{2} - x\right) - b^2x^2 = 0$$

$$\text{oder}\qquad (x^2 + y^2)\,x - \frac{b}{2}(y^2 - x^2) = 0. \qquad (8)$$

Diese Kurve ist die *Strophoide*. Die Achse ihrer Schleife ist gleich der halben Basis b.

Die Schnittpunkte mit der x-Axe: Setze $y = 0$, erhalte $[(b - 2x)x^2 - 2bx^2]^2 - 4c^2x^4 = 0$;

$$1.\quad x^4 = 0; \qquad 2.\quad x = -\frac{b}{2} \pm c.$$

Die Schnittpunkte mit der y-Axe: Setze $x = 0$, erhalte $y^4 = 0$.

4 Schnittpunkte fallen in den Nullpunkt, die andern 2 ins Unendliche; denn die Koeffizienten von y^5 und y^6 sind Null.

Da y nur im 2. und 4. Grad vorkommt, so erhalten wir,

wenn wir die Gleichung nach y auflösen, einen Ausdruck von der Form

$$y = \pm \sqrt{A \pm \sqrt{B}},$$ d. h. jedem endlichen Wert von x entsprechen 4 Werte von y, die paarweise absolut gleich sind. Die Kurve liegt also symmetrisch zur x-Axe.

Um die Schnittpunkte der Kurve mit der unendlich fernen Geraden zu gewinnen, machen wir die Gleichung mit z homogen, setzen dann $z = 0$ und erhalten:

$$U_n = U_6 = 4x^2(x^4 + 2x^2y^2 + y^4) = 0; \text{ daraus folgt}$$

1. $x^2 = 0$,

2 reelle, mit der y-Axe zusammenfallende Asymptotenrichtungen.

2. $y = \pm ix$ je 2mal.

Die imaginären Kreispunkte der Ebene sind Doppelpunkte der Kurve.

$$\text{Die Gerade } x = \frac{b}{2} \tag{9}$$

ist *Selbstberührungsasymptote;* denn für $x = \frac{b}{2}$ werden 4 Werte von y unendlich gross. Transformieren wir die Gleichung vermittelst der Formeln

$$x = x' + \frac{b}{2} \text{ und } y = y',$$

projizieren nachher die unendlich ferne Gerade in der Richtung der y-Axe auf die x-Axe mit Hilfe der Formeln

$$x' = \frac{x''}{y''} \text{ und } y' = \frac{1}{y''},$$

so erhalten wir

$$\left[-2x''\left(x''^2 + bx''y'' + \frac{b^2y''^2}{4} + 1\right) - 2b\left(x''^2y'' + bx''y''^2 + \frac{by''^3}{4}\right)\right]^2 - 4c^2\left(x''^2y'' + bx''y''^2 + \frac{b^2y''^3}{4}\right)^2 - 4c^2\left(x''^2y'' + bx''y''^2 + \frac{b^2y''^3}{4}\right)y'' = 0. \tag{10}$$

Der Nullpunkt der transformierten Kurve ist Doppelpunkt. Die Nullpunktstangenten, deren Gleichung

$x''^2 = 0$ ist,

fallen zusammen, und da endlich für $x'' = 0$
$y''^4 = 0$ wird,
so muss der Nullpunkt und damit auch der unendlich ferne Punkt der Kurve Selbstberührungspunkt und die Gerade $x = \frac{b}{2}$ Selbstberührungsasymptote sein. Im unendlich fernen Selbstberührungspunkt hangen die Kurvenäste zusammen.

Für $c = 0$ wird die Mittelsenkrechte doppelt gelegte Wendeasymptote.

Die Kurve ist *rational;* denn sie besitzt 10 Doppelpunkte, wovon 6 im Nullpunkt (4facher Punkt), 2 im Selbstberührungspunkt und 2 in den imaginären Kreispunkten der Ebene liegen.

Die Kurve hat im rechten Ast 4 *Wendepunkte.* so lange $c > \frac{b}{2}$ ist. Für $c \leqq \frac{b}{2}$ sinkt die Zahl derselben auf 2 herab. Für $c = 0$ speziell liegen die beiden vereinigt im Unendlichen. Dem rechten Kurvenast gehört jetzt nur noch einer an, da auch der linke Ast — wie der rechte zur Strophoide geworden — einen gewinnt.

Bei unendlich grossem c besteht die Kurve aus der doppelt gelegten y-Axe, der doppelt gelegten unendlich fernen Geraden und dem Nullpunkt als konjugiertem Punkt.

Negative c erzeugen dieselben Kurven wie positive, da c nur quadratisch vorkommt.

d) Die Lösungen der Aufgabe.

Wie schon erwähnt, handelt es sich um die Bestimmung der Schnittpunkte D. Die Koordinaten derselben sind die Wurzeln des Systems:

1. $[(b-2x)(x^2+y^2)-2bx^2]^2 - 4c^2x^2(x^2+y^2) = 0$, Kurve;
2. $x^2 - bx + y^2 = 0$, Grundkreis.

Wir lösen dieses System zunächst nach x auf und erhalten

$$x = \frac{2b^2 + c^2 \pm c\sqrt{4b^2 + c^2}}{8b} \tag{11}$$

als Ausdruck für die Abscisse des Punktes D.

Für die Ordinate finden wir

$$y = \pm\frac{\sqrt{2}}{8b}\sqrt{6b^4 - c^4 \pm (2b^2 - c^2)c\sqrt{4b^2 + c^2}}. \tag{12}$$

x und y sind die Koordinaten von D, d. h. vom Fusspunkt der Schenkelhöhe. Es besteht nun die Proportion:

$$h_b : y = \frac{b}{2} : x.$$

Quadrieren wir die Glieder dieser Proportion, setzen hierauf für x und y die Werte von (11) und (12) ein, reduzieren, so bekommen wir, wenn wir zum Schluss die Quadratwurzel ausziehen:

$$h_b = \pm\frac{1}{2}\sqrt{3b^2 + 2c^2 \pm 2c\sqrt{4b^2 + c^2}}. \qquad (13)$$

Dieser Wert stimmt vollkommen mit dem überein, den wir nach dem ersten Verfahren gefunden haben (vergleiche Formel (3), pag. 142). Beide Verfahren führen somit zu den gleichen Resultaten. Es wird nicht mehr nötig sein, auf die Lösungen noch näher einzutreten. Wir erlauben uns noch folgende Bemerkungen:

Für jede Abscisse giebt es 2 symmetrische Ordinaten, daher auch 2 symmetrische Dreiecke. Für den Grenzfall $c = \frac{3b}{2}$ wird

1. $x_1 = b$, bedingt 2 unendlich kleine Dreiecke OAC.
2. $x_2 = \frac{b}{16}$, » 2 spitzwinklige Dreiecke.

Ist $c > \frac{3b}{2}$, so wird

1. $x_1 > b$, die entsprechenden Ordinaten werden imaginär, weil die Kurve den Kreis nicht mehr schneiden kann; also liefert dieser Wert von x keine reellen Lösungen mehr.
2. $x_2 < \frac{b}{16}$. Die entsprechenden Dreiecke werden umso spitzwinkliger, je kleiner x_2 ist.

Nimmt dagegen der Wert von c successive von $\frac{3b}{2}$ bis 0 ab, so nimmt x_1 ab im Werte von b bis $\frac{b}{4}$ und x_2 zu im Werte von $\frac{b}{16}$ bis $\frac{b}{4}$. Die dem x_1 entsprechenden Lösungen sind stumpfwinklig zunächst, werden für $c = \frac{b}{2}\sqrt{2}$ rechtwinklig und dann spitzwinklig. Die Dreiecke, die dem Wert von x_2 zuge-

hören, werden immer weniger spitzwinklig. Für $c = 0$ ist $x_1 =$ [illegible] und die Dreiecke fallen als gleichseitige zusammen.

V.

§ 14. *Fünfte Aufgabe: Ein gleichschenkliges Dreieck zu konstruieren von welchem die Basis und die Summe oder Differenz der beiden Dreieckshöhen gegeben sind.*

Gegeben: 1. b;
2. $h_b \pm h_s = \pm c$ = konstant.

Bedingung: $\infty \gtreqless h_b + h_s \geqq 0$; $\infty \gtreqless h_b - h_s \gtreqless 0$.

Für ein unendlich kleines Dreieck verschwinden beide Höhen, also Summe und Differenz = 0; für ein unendlich grosses Dreieck ist $h_b = \infty$ und $h_s = b$, somit Summe und Differenz $= \infty$. Die Differenz $h_b - h_s$ wird ein zweitesmal zu Null, wenn der Basiswinkel 60° misst. Ist er kleiner als 60°, so ist $h_b - h_s$ = neg., ist er grösser als 60°, so ist $h_b - h_s$ = pos.

§ 15. *Erstes Lösungsverfahren. Bestimmung der Punkte B.*

a) Konstruktion der Kurve. Taf. II, Fig. 9.

$OA = b$ sei die Basis des gleichschenkligen Dreiecks. Wir ziehen den Grundkreis und die Mittelsenkrechte MM_1. Auf MM_1 tragen wir c von C aus nach E ab. Es gehe durch O ein Strahl, der den Grundkreis in Q schneidet. Von E aus schlagen wir nun mit dem Radius $r = AQ$ einen Kreisbogen, der den Strahl OQ in P_1 und P_2 schneidet. Der geometrische Ort des Punktes P ist die Hilfskurve. Dieselbe kann daher folgendermassen definiert werden:

Zieht man durch O Strahlen, so ist die Kurve der geometrische Ort eines Strahlenpunktes, der von einem festen Punkt E der Mittelsenkrechten denselben Abstand hat wie der Strahl selber vom festen Punkt A. Fällt ein Kurvenpunkt in die Mittelsenkrechte, so ist

einerseits $EC + PE = h$;
andererseits ist $EC \pm PE = c \pm h_s$; folglich
$h_b = c \pm h_s$, d. h. wir haben

eine Lösung vor uns. Die Schnittpunkte der Kurve mit der Mittelsenkrechten ergeben daher die gesuchten Punkte B.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Wir legen durch OA die x-Axe und durch O die y-Axe. x und y seien die rechtwinkligen Koordinaten eines Kurvenpunktes P_1. EN sei $\parallel$ AO gezogen; dann ist

$$EP_1 = \sqrt{\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + (y-c)^2}; \qquad (\alpha)$$

$EP_1 = AQ = b\sin\varphi$, in (α) eingesetzt, so giebt es

$$b\sin\varphi = \sqrt{\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + (y-c)^2}, \text{ umgeformt}$$

$$(x^2+y^2)\left[\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + (y-c)^2\right] - b^2y^2 = 0. \qquad (1)$$

c) Diskussion der Kurvengleichung.

Die Kurve ist von 4. Ordnung und hat im Nullpunkt einen Doppelpunkt. Die Gleichung der *Tangenten im Nullpunkt* lautet:

$$(x^2+y^2)\left(\frac{b^2}{4} + c^2\right) - b^2y^2 = 0;$$

$$y = \pm x\sqrt{\frac{b^2+4c^2}{3b^2-4c^2}}. \qquad (2)$$

Spezialfälle:

1. $c = 0$;

   $y = \pm \frac{x}{3}\sqrt{3}$; die Nullpunktstangenten bilden mit der x-Axe Winkel von $\pm$ 30°.

2. $c = \frac{b}{2}$;

   $y = \pm x$.

Richtungswinkel der Tangenten $\pm$ 45°. Die Tangente $y = -x$ ist Wendetangente.

3. $c = \frac{b}{2}\sqrt{2}$;

   $y = +x\sqrt{3}$. Richtungswinkel + 60°.

4. $c = \frac{b}{2}\sqrt{3}$;

   $x = 0$ 2mal.

Die y-Axe ist Rückkehrtangente und der Nullpunkt Spitze.

5. $c > \frac{b}{2}\sqrt{3}$.

Die Tangenten werden imaginär, und der Nullpunkt wird zum isolierten Punkt.

Schnittpunkte mit der y-Axe: Setze $x = 0$ und erhalte

1. $y_1 = y_2 = 0$ und 2. $y_{3,4} = c \pm \frac{b}{2}\sqrt{3}$.

Schnittpunkte mit der x-Axe: Setze $y = 0$ und finde

1. $x_1 = x_2 = 0$ und 2. $x_{3,4} = \frac{b}{2} \pm ci$.

So lange c von 0 verschieden ist, schneidet die Kurve die x-Axe nur im Doppelpunkt O. Ist $c = 0$, so werden auch die beiden andern Schnittpunkte reell und fallen in den Punkt C, welcher Doppelpunkt der Kurve wird.

Die imaginären Kreispunkte der Ebene sind Doppelpunkte der Kurve; denn es ist

$$U_n = (x^2 + y^2)^2.$$

Reelle Punkte hat die Kurve im Unendlichen nicht, daher auch keine Asymptoten.

Die Kurve ist *rational;* denn sie hat 3 Doppelpunkte. Für $c = 0$ besitzt sie 4 Doppelpunkte und zerfällt, wie wir noch sehen werden.

Für $c = 0$ nimmt Gleichung (1) die Form an:

$$(x^2 + y^2)\left[\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + y^2\right] - b^2 y^2 = 0;$$

das Gleichungspolynom lässt sich in 2 Faktoren zerlegen; wir erhalten:

$$\left(x^2 + y^2 - \frac{bx}{2} + \frac{by}{2}\sqrt{3}\right)\left(x^2 + y^2 - \frac{bx}{2} - \frac{by}{2}\sqrt{3}\right) = 0; \quad (3)$$

daraus folgt

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & x^2 + y^2 - \frac{bx}{2} - \frac{by}{2}\sqrt{3} = 0 \\ \text{oder} & \left(x - \frac{b}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{4}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{b^2}{4}, \quad (\beta) \\ \text{und} \quad 2. & \left(x - \frac{b}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{4}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{b^2}{4}. \quad (\gamma) \end{array}\right\} \quad (4)$$

Die Kurve zerfällt in 2 Kreise (β) und (γ), deren Mittelpunktskoordinaten: $\left(\frac{b}{4}, \frac{b}{4}\sqrt{3}\right)$ und $\left(\frac{b}{4}, -\frac{b}{4}\sqrt{3}\right)$ sind.

Beide Kreise haben den Radius $r = \frac{b}{2}$. Beide Kreise schneiden sich in O und C.

Für ein unendlich grosses c besteht die Kurve aus der doppelt gelegten unendlich fernen Geraden und dem Nullpunkt als isoliertem Punkt.

Negative c erzeugen die gleichen Kurven wie positive c; nur liegen die Gebilde symmetrisch zueinander.

d) Die Lösungen.

Wir suchen die Spitzen B der gleichschenkligen Dreiecke. Alle haben die Abscisse $x = \frac{b}{2}$. Setzen wir diesen Wert in der Kurvengleichung (1) ein, so erhalten wir

$$\left(y^2 + \frac{b^2}{4}\right)(y^2 - 2cy + c^2) - b^2y^2 = 0. \tag{5}$$

Die Wurzeln dieser Gleichung in y sind die Ordinaten der Schnittpunkte B. Lösen wir (5) auf, so finden wir zunächst folgende kubische Hilfsgleichung:

$$v^3 - \frac{9b^4 - 24b^2c^2 + 16c^4}{48}v + \frac{27b^6 - 972b^4c^2 + 144b^2c^4 - 64c^6}{864} = 0.$$

Die Diskriminante letzterer Gleichung lautet

$$J = \frac{b^4c^2(64c^6 - 144b^2c^4 + 540b^4c^2 - 27b^6)}{432}.$$

Es ist nun $J = 0$, wenn

$$\left.\begin{aligned} &1.\quad c = 0, \\ &2.\quad c = \pm\frac{b}{2}\sqrt{3(1 + \sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2})}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Wir bekommen daher folgende Hauptfälle:

$$\text{A.}\quad c > \frac{b}{2}\sqrt{3(1 + \sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2})}.$$

Die Diskriminante der kubischen Hilfsgleichung ist positiv: die biquadratische Gleichung (5) besitzt folglich 2 reelle Wurzeln, und wir erhalten 2 reelle Lösungen.

$$1.\quad c > \frac{b}{2}(1 + \sqrt{2}).$$

Beide Dreiecke sind nach Konstruktion spitzwinklig. Das kleinere davon ist gleichseitig, wenn speziell $c = b\sqrt{3}$.

$$2. \quad c = \frac{b}{2}(1 + \sqrt{2}).$$

Für diesen Wert von c wird Gleichung (5) erfüllt, wenn wir für y den Wert $\frac{b}{2}$ einsetzen. Folglich haben wir hier unter den beiden Dreiecken ein rechtwinkliges.

$$3. \quad c < \frac{b}{2}(1 + \sqrt{2}).$$

Ein Dreieck wird stumpfwinklig; das andere bleibt spitzwinklig.

$$B. \quad c = \frac{b}{2}\sqrt{3(1 + \sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2})}; \quad \Delta = 0.$$

4 reelle Lösungen, wovon 2 zusammenfallen. Die Kurve berührt die Mittelsenkrechte MM_1. Ein Dreieck ist spitzwinklig, die 3 andern stumpfwinklig, worunter 2 zusammenfallende.

$$C. \quad c < \frac{b}{2}\sqrt{3(1 + \sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2}.}$$

Die Diskriminante ist negativ; daher erhalten wir 4 reelle Lösungen. So lange c von 0 verschieden ist, sind sämtliche Dreiecke ungleich, und zwar sind 2 derselben stumpfwinklig, eines spitzwinklig und das vierte stumpfwinklig, rechtwinklig oder spitzwinklig, je nachdem $c \gtreqless \frac{b}{2}(\sqrt{2} - 1)$ ist. Taf. II, Fig. 9.

Für $c = 0$ werden die 2 stumpfwinkligen Dreiecke unendlich klein, d. h. sie reduzieren sich auf die Basis. Die 2 spitzwinkligen werden gleichseitig.

§ 16. *Zweites Lösungsverfahren. Bestimmung der Fusspunkte D der Schenkelhöhen.* Die Voraussetzungen sind dieselben wie in § 14.

a) Konstruktion der Kurve. Taf. III, Fig. 10.

Es sei $OA = b$ die Basis des Dreiecks. Wir ziehen den Grundkreis und die Mittelsenkrechte und machen auf der letztern $CE = c =$ konstant. Nun ziehen wir durch O einen Strahl, welcher den Grundkreis in Q und die Mittelsenkrechte in R schneidet. Wir verbinden A mit Q und tragen auf dieser Ver-

bindungslinie die Strecke RE von A aus nach beiden Seiten ab, so dass $AP_1 = AP_2 = RE$ ist.

Der geometrische Ort aller Punkte P ist die Kurve. Fällt ein Kurvenpunkt in den Grundkreis, so ist

1. $RE = AP = AQ = h_s$,
2. $RE = c \mp h_b$; folglich

$c \mp h_b = h_s$ oder $c = h_s \pm h_b$; wir haben also eine Lösung vor uns. Die Schnittpunkte der Kurve mit dem Grundkreis müssen daher die Fusspunkte D der Schenkelhöhen der gesuchten Dreiecke sein.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Wir legen das rechtwinklige Koordinatensystem in gewohnter Weise. Sind x und y die Koordinaten eines Kurvenpunktes P_1, so gilt

$$AP_1 = \sqrt{(b-x)^2 + y^2}. \qquad (\alpha)$$

Nun ist $AP_1 = c - CR$. (β)

Ferner ist $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{RC}{OC} = \operatorname{cotg}(90^0 - \varphi) = \dfrac{b-x}{y}$, somit

$$RC = \frac{(b-x)\,b}{2y}, \text{ eingesetzt in } (\beta) \text{ ergiebt}$$

$$AP_1 = \frac{2cy - (b-x)\,b}{2y}, \text{ eingesetzt in } (\alpha) \text{ führt}$$

zur Kurvengleichung:

$$4y^2[(b-x)^2 + y^2] - [2cy - (b-x)\,b]^2 = 0. \qquad (7)$$

c) Diskussion der Kurvengleichung.

Die Kurve ist von der 4. Ordnung. Verlegen wir den Koordinatenanfangspunkt nach A durch Parallelverschiebung der Axen, indem wir setzen

$$x = x' + b \quad \text{und} \quad y = y',$$

so erhalten wir nach der Transformation und nach Weglassung der Indizes folgende einfachere Kurvengleichung:

$$4y^2(x^2 + y^2) - (2cy + bx)^2 = 0. \qquad (8)$$

A ist Doppelpunkt der Kurve; denn die Gleichung beginnt mit Gliedern 2. Grades. Die Doppelpunktstangenten fallen zusammen und bilden, da die Glieder 3. Grades fehlen, eine *Selbstberührungstangente*. Der *Nullpunkt ist also Selbstberührungspunkt.*

Die Gleichung der Selbstberührungstangente lautet:

$$y = -\frac{b}{2c}x. \tag{9}$$

Spezialfälle:

1. $c = 0$; $x = 0$. Fig. 10.
2. $c = \frac{b}{2}$; $y = -x$.
3. $c = \infty$; $y = 0$.

Wächst also c von 0 bis ∞, so dreht sich die Selbstberührungstangente um 90° aus der Richtung der y'-Axe in die Richtung der x'-Axe.

Die x'-Axe schneidet die Kurve nur im Selbstberührungspunkt A; die andern 2 Schnittpunkte fallen ins Unendliche, da die Potenzen x^3 und x^4 nicht vorhanden sind.

Die Schnittpunkte der y'-Axe mit der Kurve liegen für endliche Werte von c alle im Endlichen; es ist

$$y_{1,2} = 0 \quad \text{und} \quad y_{3,4} = \pm c.$$

Die Gleichung nach x aufgelöst, ergiebt

$$x = \frac{2bcy \pm 2y^2\sqrt{b^2 + 4c^2 - 4y^2}}{4y^2 - b^2}. \tag{10}$$

Jedem Wert von y entsprechen 2 verschiedene Werte von x. Nur für $y = 0$ fallen die Wurzeln zusammen. In diesem einzigen Fall liegt die Kurve symmetrisch und zwar zu beiden Axen. Jede Parallele zur x-Axe schneidet die Kurve im Endlichen in 2 Punkten, den Fall ausgenommen, da der Nenner Null wird. Die 2 Parallelen

$$y = \pm\frac{b}{2} \tag{11}$$

müssen daher *Asymptoten* der Kurve sein. Der Maximalwert, den y annehmen kann, ist

$$y = \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + 4c^2}.$$

Um die Schnittpunkte der Kurve mit der unendlich fernen Geraden zu gewinnen, setzen wir nach bekanntem Verfahren

$$U_n = 4y^2(x^2 + y^2) = 0; \text{ daraus folgt}$$

1. $y = 0$ 2mal und 2. $y = \pm ix$.

Wir haben somit 2 reelle, zur x-Axe parallele Asymptotenrichtungen und 2 imaginäre. Die Kurve schneidet also die imagi-

nären Kreispunkte der Ebene. Da nun $y=0$ auch ein Faktor von U_3 ist, so muss der unendlich ferne Punkt der x-Axe ein Doppelpunkt der Kurve sein. Um die Art desselben zu untersuchen, projizieren wir ihn in den Nullpunkt A und setzen zu diesem Zwecke in Gleichung (8):

$$x=\frac{1}{x'} \quad \text{und} \quad y=\frac{y'}{x'}.$$

Wir erhalten, wenn wir nach der Transformation noch mit x'^4 multipliziert haben:

$$4y'^2(1+y'^2)-(2cy'x'+bx')^2=0.$$

Der Nullpunkt ist Doppelpunkt. Die Gleichung der Tangenten in demselben lautet

$$y'=\pm\frac{b}{2}x'.$$

Die projizierte Kurve hat im Nullpunkt einen Knotenpunkt mit 2 verschiedenen Tangenten; folglich ist der unendlich ferne Punkt der x-Axe auch ein solcher Doppelpunkt. Die Tangenten in demselben sind

$$y'=yx'=\pm\frac{b}{2}x' \quad \text{oder}$$

$$y=\pm\frac{b}{2}.$$

Diese Tangenten sind Asymptoten der Kurve, wie dies schon die Gleichung (10) verraten hat.

Unsere Kurve gehört somit auch zu den *rationalen* Kurven; denn sie besitzt einen Selbstberührungspunkt und einen Doppelpunkt, was zusammen für 3 Doppelpunkte zählt.

Für $c=0$ besteht die Kurve, deren Gleichung nun die Form hat

$$4y^2(y^2+x^2)-b^2x^2=0, \quad \text{aus 2 kongruenten Ästen} \quad (12)$$

zwischen den Asymptoten $y=\pm\frac{b}{2}$, siehe Fig. 10, Taf. III.

Für ein unendlich grosses c besteht die Kurve aus der doppelt gelegten unendlich fernen Geraden und der doppelt gelegten x-Axe. Asymptoten und Selbstberührungstangente laufen parallel.

Nimmt c negative Werte an, so sind die entstehenden Kurven Spiegelbilder derjenigen mit positivem c in Bezug auf die x-Axe.

d) Die Lösungen.

Die Koordinaten der zunächst gesuchten Schnittpunkte D sind die Wurzeln des Systems

1. $4y^2[(b-x)^2+y^2]-[2cy-(b-x)b]^2=0$, Kurve.

und 2. $x^2-bx+y^2=0$, Grundkreis.

Die allgemeine Lösung dieser Aufgabe stösst auf bedeutende Schwierigkeiten. Wir können die Übereinstimmung mit dem ersten Verfahren nur in Spezialfällen nachweisen.

1. Für ein gleichseitiges Dreieck besitzt der Punkt D die Koordinaten $\left(\frac{b}{4}, \frac{b}{4}\sqrt{3}\right)$.

Setzen wir diese Werte für x und y in Gleichung (1) unseres Systems oben ein, so wird

$$c_1 = b\sqrt{3} \quad \text{und} \quad c_2 = 0.$$

Vergleiche damit die Fälle A_1 und C, pag. 136.

2. Bei einem rechtwinkligen Dreieck sind die Koordinaten von $D=\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)$. Setzt man diese Werte gleichen Orts wieder ein, so wird $c=\frac{b}{2}(1+\sqrt{2})$. Fig. 10.

Vergleiche damit A_2, pag. 136.

3. Für ein unendlich kleines Dreieck hat Punkt D die Koordinaten (b, 0). Die Einsetzung dieser Werte liefert $c=0$, vergleiche damit C, pag. 136; siehe Fig. 10.

VI.

§ 17. *Sechste Aufgabe: Konstruktion eines gleichschenkligen Dreieckes, wenn die Basis und die Summe oder Differenz aus Schenkel und Schenkelhöhe gegeben sind.*

Gegeben: 1. b.
2. $s \pm h_s = c =$ konstant.

Bedingungen: 1. $s + h_s \geqq \frac{b}{2}$,
2. $s - h_s \geqq 0$.

Bei einem unendlich kleinen, auf die Basis reduzierten Dreieck ist $s + h_s = \frac{b}{2}$ = Minimum; denn $s = \frac{b}{2}$ und $h_s = 0$.

Ist das gleichschenklige Dreieck rechtwinklig, so ist $s - h_s = 0$. In jedem andern Fall ist s als Hypotenuse grösser als h_s (Kathete).

§ 18. *Erstes Lösungsverfahren: Bestimmung der Dreiecksspitzen B.*

a) Konstruktion der Kurve. Taf. III, Fig. 11.

Es sei $OA = b$ die Basis des Dreiecks. Wir ziehen den Grundkreis und um A den Hilfskreis mit dem Radius $r = c$. Ferner ziehen wir einen Strahl durch O, der den Grundkreis in Q schneidet. Die Verbindungslinie AQ endlich schneide den Hilfskreis in H und H_1. Liegt nun Q innerhalb des Hilfskreises, dann trägt man die beiden Strecken QH und QH_1 von O aus auf dem zugehörigen Strahl nach entgegengesetzten Seiten ab und zwar die Strecke nach Q hin, welche den Punkt A nicht enthält. Man macht also

$$OP_1 = QH \quad \text{und} \quad OP_2 = QH_1.$$

Beziehungen: 1. $OP_1 + AQ = QH + AQ = AH = c$;

2. $OP_2 - AQ = QH_1 - AQ = AH_1 = c$.

Liegt der Punkt Q ausserhalb des Hilfskreises, so trägt man beide Strecken nach Q hin ab. In diesem Fall gelten dann die Relationen:

1. $AQ' - OP_1' = AQ' - Q'H' = AH' = c$;
2. $OP_2' - AQ' = Q'H_1' - AQ' = AH_1' = c$.

Der geometrische Ort aller Punkte P ist die Hilfskurve. Fällt ein Kurvenpunkt P in die Mittelsenkrechte, so wird $OP = OB = s$ und $AQ = AD = h$, und man kann, wenn diese Werte in den Relationen oben eingesetzt werden, eine Lösung konstatieren. Die Schnittpunkte der Kurve mit der Geraden $x = \frac{b}{2}$ ergeben somit die zunächst gesuchten Punkte B.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Es seien für das gewohnte Koordinatensystem x und y die Koordinaten eines Punktes P'_2; dann kann gesetzt werden:

$$OP_2' = \sqrt{x^2 + y^2}; \qquad (\alpha)$$

Nun ist $OP_2' = c + AQ' = c + b\sin\varphi$, eingesetzt in ($\alpha$), und man hat $c + b\sin\varphi = \sqrt{x^2 + y^2}$, umgeformt

$$(x^2 + y^2 + by)^2 - c^2(x^2 + y^2) = 0. \qquad (1)$$

Polargleichung: $$r = -b\sin\varphi \pm c. \qquad (2)$$

Unsere Kurve ist die *Kreiskonchoide*. Die y-Axe ist Symmetrieaxe.

$c < b$, O ist Knotenpunkt; die Konchoide besitzt eine Schleife;

$c = b$, O ist Spitze und die negative y-Axe Rückkehrtangente;

$c > b$, O ist konjugierter Punkt.

Für $c = 0$ reduziert sich die Kurve auf den doppelt gelegten Kreis $x^2 + y^2 + by = 0$.

c) Die Lösungen.

Es handelt sich noch um die Bestimmung der Ordinaten der Schnittpunkte B. Wir führen zu diesem Zweck den Wert für $x = -\frac{b}{2}$ in der Kurvengleichung (1) ein und erhalten:

$$\left(y^2 + by + \frac{b^2}{4}\right)^2 - c^2\left(y^2 + \frac{b^2}{4}\right) = 0.$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind die Ordinaten von B. Die Auflösung vorliegender Gleichung führt auf eine kubische Hilfsgleichung von der Form

$$v^3 + \frac{6b^2c^2 - c^4}{3}v + \frac{9b^2c^4 + 2c^6}{27} = 0.$$

Die Diskriminante dieser kubischen Gleichung wird

$$\Delta = \frac{bc^3\sqrt{3}}{18}\sqrt{32b^4 - 13b^2c^2 + 4c^4}.$$

Es ist nun $\Delta = 0$ nur in dem einen Fall, wenn

$$c = 0. \qquad (3)$$

Wir erhalten daher 2 Hauptfälle für die Lösungen:

A. $\Delta = 0$ für $c = 0$.

Wir bekommen für y 4 zusammenfallende Wurzeln, nämlich $y = -\frac{b}{2}$ als Ordinate der Spitze. Damit erhalten wir auch 4 zusammenfallende Dreiecke, welche rechtwinklig sind.

B. $\Delta =$ pos. für $c \neq 0$.

Die kubische Hilfsgleichung besitzt nur eine und infolge dessen die biquadratische Gleichung nur 2 reelle Wurzeln. Wir

erhalten somit für jeden Wert von c, 0 ausgenommen, nur 2 wirkliche Dreiecke.

Wie schon erwähnt, treten für $c=0$ 4 zusammenfallende rechtwinklige Dreiecke auf, welche auf der negativen Seite der y-Axe liegen. Fängt nun c zu wachsen an, so verschwinden erstens 2 Dreiecke. Die andern 2 verwandeln sich in ein spitzwinkliges und in ein stumpfwinkliges, und zwar wird für ein wachsendes c das spitzwinklige immer spitzwinkliger.

Für $c=\frac{b}{2}(2-\sqrt{3})$ wird es gleichseitig. Das stumpfwinklige wird auch stumpfwinkliger und erreicht für $c=\frac{b}{2}$ das Maximum. Der Winkel an der Spitze wird 180°. Das Dreieck reduziert sich auf die Basis. Wird $c>\frac{b}{2}$, so nimmt der Winkel an der Spitze stetig ab. Für $c=b\sqrt{2}$ wird das Dreieck rechtwinklig natürlich auf der positiven Seite der y-Axe. Für jeden Wert von $c>b\sqrt{2}$ ist dann auch das auf der positiven Seite der y-Axe liegende Dreieck spitzwinklig. Gleichseitig ist dieses spitzwinklige Dreieck für den Spezialwert von $c=\frac{b}{2}(2+\sqrt{3})$.

§ 19. *Zweites Lösungsverfahren: Bestimmung der Punkte D.*

Bedingungen wie in § 17.

a) Konstruktion der Kurve. Ohne Figur.

Es sei $OA=b$ die Basis des Dreiecks. Wir ziehen den Grundkreis, die Mittelsenkrechte MM_1 und endlich noch einen Hilfskreis um A mit dem Radius $r=c$. Ein durch A gezogener Strahl schneide nun den Grundkreis in Q, die Mittelsenkrechte in R und den Hilfskreis in H und H_1. Schliesslich wird noch durch O ein Strahl gezogen, der auch durch Q geht. Nun trägt man auf dem Strahl OQ von O aus die Strecken RH und RH_1 nach entgegengesetzten Seiten ab, macht also

$OP_1=RH$ und $OP_2=RH_1$, so dass also

1. $AR+OP_1=AR+RH=AH=c$ und ebenso
2. $OP_2-AR=RH_1-AR=AH_1=c$.

So darf es aber nur gemacht werden, wenn Q innerhalb des Hilfskreises liegt. Liegt Q ausserhalb des Hilfskreises, so

trägt man beide Strecken RH und RH_1 nach der gleichen Seite und zwar nach Q hin ab. Der geometrische Ort aller Punkte P ist die Hilfskurve.

Fällt ein Punkt derselben in den Grundkreis, so wird $OP = OQ = h_s$ und da $AR = s$ ist, so wird nach den oben stehenden Relationen

1. $s + h_s = c$ oder 2. $h_s - s = c$; somit ist der Punkt P zu einem Punkt D geworden; wir haben eine Lösung. Die Schnittpunkte der Kurve mit dem Grundkreis sind wieder die zunächst gesuchten Punkte D.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Wir erhalten nach analoger Methode wie früher

$$(x^2 + y^2)\left(y + \frac{b}{2}\right)^2 - c^2 y^2 = 0. \qquad (4)$$

$$\text{Polargleichung:} \quad r = -\frac{b}{2\sin\varphi} \pm c. \qquad (4a)$$

Die Hilfskurve ist die *Konchoide des Nikomedes.* Die y-Axe ist die Symmetrieaxe derselben und die Gerade $y = -\frac{b}{2}$ die Leitlinie. c ist der auf einem Strahl durch O gemessene konstante Abstand zweier Kurvenpunkte von der Leitlinie.

Für $c > \frac{b}{2}$ besitzt die Konchoide eine Schleife.

für $c = \frac{b}{2}$ tritt sie mit Spitze auf in O;

» $c < \frac{b}{2}$ wird O zum konjugierten Punkt;

» $c = 0$ zerfällt die Kurve in die doppelte Leitlinie und den konjugierten Punkt O.

c) Die Lösungen.

Es handelt sich um die Bestimmung der Koordinaten der Schnittpunkte D. Diese Koordinaten sind die Wurzeln des Gleichungssystems:

1. $(x^2 + y^2)\left(y + \frac{b}{2}\right)^2 - c^2 y^2 = 0$, ... Kurve.
2. $x^2 - bx + y^2 = 0$, ... Grundkreis.

Wir führen den Wert von x aus (2) in (1) ein und erhalten

$$y^4 + 2by^3 + \frac{3b^4 - 2b^2c^2 + 2c^4}{2b^2} y^2 + \frac{b^3 - 2bc^2}{2} y + \frac{b^4 - 4b^2c^2}{16} = 0. \quad (5)$$

Die Wurzeln dieser Gleichung 4. Grades in y sind die Ordinaten der Schnittpunkte D. Die kubische Hilfsgleichung dazu erscheint in der Form

$$y^3 - \frac{c^4(4b^4 - 2b^2c^2 + c^4)}{3b^4} y - \frac{c^6(16b^6 + 15b^4c^2 - 6b^2c^4 + 2c^6)}{27b^6} = 0.$$

Als Diskriminante erhält man

$$J = \frac{c^{14}(32b^4 - 13b^2c^2 + 4c^4)}{27b^6}.$$

Es wird $J = 0$ nur für $c = 0$ wie beim ersten Verfahren. Auch hier giebt es die beiden gleichen Hauptfälle, nämlich

A. $J = 0$ für $c = 0$.

Wir erhalten wie beim ersten Verfahren 4 zusammenfallende rechtwinklige Dreiecke; denn in Gleichung (5) wird $y = -\frac{b}{2}$ 4mal.

B. $J =$ pos. für $c \neq 0$.

Für jeden von 0 verschiedenen Wert von c liefert Gleichung (5) 2 reelle Wurzeln und damit 2 reelle Dreiecke, also dasselbe Ergebnis wie beim ersten Verfahren. Setzt man in Gleichung (5) Spezialwerte ein

$y = 0$ für das unendlich kleine Dreieck,

$y = +\frac{b}{2}$ » » rechtwinklige »

$y = +\frac{b}{4}$ » » gleichseitige »

so erhält man die nämlichen Werte für c wie auf Seite 143.

VII.

§ 20. *Siebente Aufgabe: Konstruktion des gleichschenkligen Dreieckes, wenn die Basis und die Summe oder Differenz aus Schenkel und dem an die Basis angrenzenden Schenkelabschnitt gegeben sind.*

Gegeben: 1. b,

2. $s \pm m$ $= c$.

Bedingungen: 1. $s + m \geqq b\sqrt{2}$,

2. $m - s \gtreqless \pm \frac{b}{2}$.

Sie Summe $s + m$ ist ein Minimum beim rechtwinkligen Dreieck, und da ist $s = m = \frac{b}{2}\sqrt{2}$. $m - s$ erreicht den Maximalwert $\frac{b}{2}$ bei einem unendlich kleinen Dreieck und nimmt mit wachsendem h_b stetig ab. So lange das Dreieck noch stumpfwinklig ist, bleibt $m - s$ noch positiv. $m - s$ wird zu 0 beim rechtwinkligen und negativ beim spitzwinkligen Dreieck und kann hier dann jeden Wert von 0 bis $-\infty$ annehmen.

§ 21. *Erstes Lösungsverfahren: Bestimmung der Punkte B.*

a) Konstruktion der Hilfskurve. Taf. III, Fig. 12.

Es sei $OA = b$ die Basis des Dreiecks. Wir ziehen den Grundkreis, die Mittelsenkrechte MM_1 und einen Hilfskreis um O mit dem Radius $r = c$. Ein Strahl durch O schneide den Grundkreis in Q und den Hilfskreis in H und H_1. Nun tragen wir auf dem Strahl OQ von O aus die Strecken QH und QH_1 jede nach beiden Seiten ab, machen also

$$OP_1 = OP_3 = QH \text{ und}$$
$$OP_2 = OP_4 = QH_1.$$

Für die Punkte P_1 und P_3 gilt die Relation:

1. $OQ + OP_{1,3} = OQ + HQ = OH = c$, während die Punkte P_2 und P_4 die Bedingung erfüllen: 2. $OP_{2,4} - OQ = QH_1 - QO = OH_1 = c$. Dreht sich der Strahl OQ um O, so beschreiben die Punkte P_1 und P_4 eine Kurve und die Punkte P_3 und P_2 das Spiegelbild derselben in Bezug auf die y-Axe. Die Schnittpunkte beider Kurven mit der Mittelsenkrechten ergeben die zunächst gesuchten Punkte B; denn für einen solchen Kurvenpunkt P ist $OP = OB = s$ und $OQ = OD = m$, und die oben stehenden Relationen werden

$m + s = c$ oder $s - m = c$. Wir haben eine Lösung.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Es seien x und y die rechtwinkligen Koordinaten eines Kurvenpunktes P_2 im gewohnten Koordinatensystem; dann gilt:

$$OP_2 = \sqrt{x^2 + y^2}. \qquad (\alpha)$$

Nun ist $OP_2 = H_1Q = OQ + OH = b\cos\varphi + c$, sub. in (α)

$$b\cos\varphi + c = \sqrt{x^2 + y^2}, \text{ umgeformt}$$

$$(x^2 + y^2 - bx)^2 - c^2(x^2 + y^2) = 0. \qquad (1)$$

Die Punkte dieser Kurve genügen der Relation

$$s - m = \pm c.$$

Für die Relation: $s + m = c$ bekommt die Gleichung die etwas abweichende Form

$$(x^2 + y^2 + bx)^2 - c^2(x^2 + y^2) = 0. \qquad (2)$$

Die Kurven (1) und (2) sind symmetrisch zueinander gelegen in Bezug auf die y-Axe. Die Gleichung der Kurve, die alle Schnittpunkte B liefert, ist die unächte Kurve 8. Ordnung:

$$[(x^2 + y^2 + bx)^2 - c^2(x^2 + y^2)]\,[(x^2 + y^2 - bx)^2 - c^2(y^2 + x^2)] = 0. \qquad (3)$$

Unser symmetrisches Kurvenpaar besteht aus 2 *Kreiskonchoiden*. Für beide ist die x-Axe Symmetrieaxe. Bei positivem bx liegt die Kurve mehr auf der negativen Seite, bei negativem bx mehr auf der positiven Seite der x-Axe. Ist $c \gtreqless b$, so ist für beide Konchoiden der Punkt O isolierter Punkt, Rückkehrpunkt oder Doppelpunkt. Für $c = 0$ zerfällt jede Konchoide in 2 sich deckende Kreise. Die beiden Kreispaare berühren sich in O und haben in der y-Axe eine gemeinsame Tangente.

c) *Die Lösungen.*

Wir suchen zunächst die Schnittpunkte B der Kurve mit der Mittelsenkrechten. Dabei handelt es sich nur noch um die Bestimmung der Ordinaten dieser Punkte. Lösen wir das bekannte Gleichungssystem nach y auf, so finden wir

$$1.\ y = \pm\frac{1}{2}\sqrt{2c^2 - 3b^2 \pm 2c\sqrt{c^2 - 2b^2}}, \text{ wenn bx = pos.} \qquad (4)$$

$$\text{und } 2.\ y = \pm\frac{1}{2}\sqrt{b^2 + 2c^2 \pm 2c\sqrt{c^2 + 2b^2}}, \text{ wenn bx = neg.} \qquad (5)$$

Wir bekommen hier 2 gesonderte Lösungsgruppen.

Erste Gruppe für Formel (4).

$$\text{A.}\quad c > \frac{3b}{2}.$$

2 reelle Wurzeln für y für das positive Zeichen der innern Wurzel; 2 symmetrische spitzwinklige Dreiecke.

$$B. \quad \frac{3b}{2} \geq c \geq b\sqrt{2}.$$

4 reelle Wurzeln für y, welche paarweise absolut gleich sind: 4 wirkliche Dreiecke, welche paarweise symmetrisch sind.

$$1. \quad c = \frac{3b}{2}.$$

$$y_{1,2} = \pm \frac{b}{2}\sqrt{3} \quad \text{und} \quad y_{3,4} = 0.$$

2 gleichseitige Dreiecke, bedingt durch das positive Zeichen der innern Wurzel und 2 unendlich kleine, bedingt durch das negative Zeichen der innern Wurzel.

$$2. \quad \frac{3b}{2} > c > b\sqrt{2};$$ Fig. 12, Taf. III, Kurve II.

Das positive Zeichen der innern Wurzel erzeugt 2 spitzwinklige, das negative Zeichen 2 stumpfwinklige Dreiecke. Mit abnehmendem c werden die spitzwinkligen immer weniger spitzwinklig und die stumpfwinkligen weniger stumpfwinklig.

$$3. \quad c = b\sqrt{2};$$

$$y = \pm \frac{b}{2} \text{ je 2mal.}$$

Die Kurve berührt von der negativen Seite her die Mittelsenkrechte in den 2 Punkten $\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)$ und $\left(\frac{b}{2}, -\frac{b}{2}\right)$. 4 rechtwinklige Dreiecke, welche paarweise sich decken und paarweise symmetrisch sind.

$$C. \quad c < b\sqrt{2}.$$

Alle y-Werte sind imaginär, daher keine reellen Lösungen.

Alle Dreiecke der ersten Lösungsgruppe erfüllen die Bedingung $s + m = c$.

Für den Flächeninhalt derselben bekommen wir die allgemeine Formel:

$$F = \frac{b}{4}\sqrt{2c^2 - 3b^2 \pm 2c\sqrt{c^2 - 2b^2}}. \qquad (6)$$

Zweite Gruppe für Formel (5).

A. $c > \frac{b}{2}$. Fig. 12, Kurve 1.

2 reelle Wurzeln für y und 2 imaginäre, letztere für das negative Zeichen der innern Wurzel. 2 symmetrische spitzwinklige Dreiecke, deren Basiswinkel $> 60°$.

B. $c \leqq \frac{b}{2}$.

4 reelle Wurzeln für y, daher 4 reelle Lösungen, welche paarweise symmetrisch sind.

1. $c = \frac{b}{2}$, Grenzfall.

Für das positive Zeichen der innern Wurzel wird $y = \pm \frac{b}{2}\sqrt{3}$, bedingt 2 gleichseitige Dreiecke. Für das negative Zeichen der innern Wurzel wird $y = \pm 0$, was 2 unendlich kleine Dreiecke zur Folge hat.

2. $\frac{b}{2} > c > 0$.

2 spitzwinklige Dreiecke für das positive und 2 stumpfwinklige für das negative Vorzeichen der innern Wurzel. Mit abnehmendem c nähern sich beide Formen dem rechtwinkligen Dreieck.

3. $c = 0$.

Die Kurve ist der doppelte gelegte Kreis $x^2 - bx + y^2 = 0$, welcher die Mittelsenkrechte in den Punkten $\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)$ und $\left(\frac{b}{2}, -\frac{b}{2}\right)$ schneidet; 4 rechtwinklige Dreiecke wie oben unter B_3.

Sämtliche Dreiecke dieser Gruppe genügen der Relation

$$s - m = c.$$

Ihre Inhaltsformel lautet:

$$F = \frac{b}{4}\sqrt{b^2 + 2c^2 + 2c\sqrt{2b^2 + c^2}}. \qquad (7)$$

§ 22. *Zweites Lösungsverfahren: Bestimmung der Schnittpunkte D.*

Die Voraussetzungen sind dieselben wie in § 20.

Wir referieren über diesen Fall in gedrängter Kürze.

Analog dem ersten Verfahren erhalten wir als Hilfskurve eine unächte Kurve 8. Ordnung. Dieselbe hat die Form

$$\left[(x^2+y^2)\left(x+\frac{b}{2}\right)^2-c^2x^2\right]\left[(x^2+y^2)\left(x-\frac{b}{2}\right)^2-c^2x^2\right]=0. \quad (8)$$

Die Kurve besteht aus 2 *Konchoiden des Nikomedes.* Für beide ist die x-Axe Symmetrieaxe. Die Konchoide des Klammerausdrucks links hat die Gerade $x=-\frac{b}{2}$, diejenige des Klammerausdrucks rechts die Gerade $x=\frac{b}{2}$ zur Leitlinie.

Bei den Lösungen handelt es sich um die Bestimmung der Koordinaten der Schnittpunkte D der Konchoiden mit dem Grundkreis. Für die Abscisse x erhalten wir die Bestimmungsgleichung

$$bx\left(x\pm\frac{b}{2}\right)^2-c^2x^2=0;\ \text{daraus folgt}$$

$$x=\frac{c^2\pm b^2\pm c\sqrt{c^2\pm 2b^2}}{2b};$$

für das positive Zeichen im Ausdruck $\left(x\pm\frac{b}{2}\right)^2$ wird

$$x=\frac{c^2-b^2\pm c\sqrt{c^2-2b^2}}{2b}. \quad (9)$$

Alle diesbezüglichen Lösungen entsprechen der Relation:

$$s+m=c.$$

Führen wir den Wert für x aus (9) in der Gleichung des Grundkreises ein, so erhält man für die Ordinate y des Punktes D den Ausdruck:

$$y=\pm\frac{1}{2b}\sqrt{6b^2c^2-3b^4-2c^4\pm 2c(2b^2\mp c^2)\sqrt{c^2-2b^2}}. \quad (10)$$

Nun besteht die Proportion:

$$y:x=h_b:\frac{b}{2}.$$

Setzen wir hierin für x und y die gefundenen Werte ein und lösen nach h_b auf, so finden wir:

$$h_b = \pm \frac{1}{2} \sqrt{2c^2 - 3b^2 \pm 2c\sqrt{c^2 - 2b^2}}. \qquad (11)$$

Für das negative Zeichen im Ausdruck $\left(x \pm \frac{b}{2}\right)^2$ erlangt die Abscisse x von D den Wert

$$x = \frac{c^2 + b^2 \pm c\sqrt{c^2 + 2b^2}}{2b} \qquad (12)$$

und die Ordinate y den Wert

$$y = + \frac{1}{2b} \sqrt{b^4 - 2b^2c^2 - 2c^4 \mp 2c^3\sqrt{c^2 + 2b^2}}. \qquad (13)$$

Alle diesbezüglichen Lösungen erfüllen die Bedingung:

$$s - m = \pm c.$$

Für die Basishöhe dieser Dreiecke finden wir auf ähnliche Weise wie oben den Wert

$$h_b = \pm \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 2c^2 \pm 2c\sqrt{c^2 + 2b^2}}. \qquad (14)$$

Vergleichen wir (11) mit (4) und (14) mit (5), so finden wir vollkommene Übereinstimmung in den Ergebnissen beider Auflösungsmethoden.

VIII.

§ 23. *Achte Aufgabe. Konstruktion eines gleichschenkligen Dreiecks, wenn die Basis und die Summe oder Differenz aus Schenkelhöhe und dem der Basis angrenzenden Schenkelabschnitt gegeben sind.*

Gegeben: 1. b,
2. $h_s \pm m = \pm c$ = konstant.

Bedingungen: 1. $b\sqrt{2} \leqq (h_s + m) \geqq b$;
2. $b \leqq (h_s - m) \geqq -b$.

Im rechtwinkligen Dreieck ist $h_s + m = b\sqrt{2}$ = Maximum; denn da ist $h_s = m = \frac{b}{2}\sqrt{2}$. In diesem Fall ist nun $h_s + m = \sqrt{b}\left|\sqrt{\frac{b}{2}} + \sqrt{\frac{b}{2}}\right|$. Ist das Dreieck nicht rechtwinklig, so ist $h_s + m = \sqrt{b}\left|\sqrt{\left(\frac{b}{2} + a\right)} + \sqrt{\left(\frac{b}{2} - a\right)}\right|$. Es ist aber bekanntlich $\left(\sqrt{\frac{b}{2}} + \sqrt{\frac{b}{2}}\right) > \left(\sqrt{\left(\frac{b}{2} + a\right)} + \sqrt{\left(\frac{b}{2} - a\right)}\right)$.

Bei einem unendlich grossen Dreieck ist $h_s - m = b - 0 = b = \text{Max.}$ und bei einem unendlich kleinen Dreieck $= 0 - b = -b = \text{Min.}$ Bei einem spitzwinkligen Dreieck ist $h_s - m$ — pos., bei einem rechtwinkligen $= 0$ und bei einem stumpfwinkligen = neg.

§ 24. *Erstes Lösungsverfahren. Bestimmung der Spitzen B.*

a) Konstruktion der Kurve. Taf. IV, Fig. 13.

Es sei $OA = b$ die Basis des Dreiecks. Wir ziehen den Grundkreis, die Mittelsenkrechte MM_1 und um A den Hilfskreis mit dem Radius $r = c$. Durch O werde nun ein Strahl gezogen, der den Grundkreis in Q schneidet. Ferner werde durch A und Q eine Gerade gelegt, welche den Hilfskreis in H und H_1 schneidet. Jetzt tragen wir auf dem Strahl OQ die Strecken QH und QH_1 von O aus in gleicher oder ungleicher Richtung ab und erhalten die Punkte T_1 und T_2. Gleiche Richtung ist nötig, wenn Q ausserhalb des Hilfskreises liegt. Hat Q negative Ordinate, so sind die Strecken nach Q hin abzutragen, im andern Fall nach der entgegengesetzten Seite. Endlich trägt man noch die Strecken QT_1 und QT_2 von R aus auf den Strahl OQ ab in der Richtung, wie T von Q aus liegt, und bekommt die Punkte P_1 und P_2. Bei sich drehendem Strahl beschreiben die Punkte P die Kurve. Die Schnittpunkte derselben mit der Mittelsenkrechten sind die Spitzen B; denn in diesem Fall ist $RP = 0$, also auch $QT = 0$; folglich fällt T auf Q; damit ist $OT = OQ = m$, QA ist h_s, und eine der Relationen ist erfüllt:

$$h_s \pm m = c.$$

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Es seien $(-x, -y)$ die rechtwinkligen Koordinaten eines Kurvenpunktes P_2 im gewohnten System; dann ist

$$OP_2 = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Nun ist $OP_2 = P_2R - OR = T_2Q - OR = T_2O + OQ - OR$,

somit $$\sqrt{x^2 + y^2} = T_2O + OQ - OR. \qquad (\alpha)$$

Ferner ist $T_2O = QH_1 = AQ + AH_1 = b\sin\varphi + c$,
$OQ = b\cos\varphi$,
$OR = \frac{b}{2x}\sqrt{x^2 + y^2}$,
} sub in (α),

es giebt $\sqrt{x^2+y^2} = b\sin\varphi + c + b\cos\varphi - \frac{b}{2x}\sqrt{x^2+y^2}$, umgeformt

$$\left[(x^2+y^2)\left(x-\frac{b}{2}\right)+bx(x+y)\right]^2 - c^2x^2(x^2+y^2) = 0. \quad (1)$$

Polargleichung: $r = \frac{b}{2\cos\varphi} - b(\cos\varphi + \sin\varphi) \pm c.$ (2)

c) Eigenschaften der Kurve.

Vorliegende Kurve ist von der 6. Ordnung. Sie hat im Nullpunkt einen 4fachen Punkt. Die *Gleichung der Tangenten im Nullpunkt* lautet:

$$y^4 - 4xy^3 + \frac{2b^2-4c^2}{b^2}x^2y^2 + 4x^3y + \frac{b^2-4c^2}{b^2}x^4 = 0. \quad (3)$$

Spezialfälle: 1. $c = 0$.

$y^4 - 4xy^3 + 2x^2y^2 + 4x^3y + x^4 = 0$, aufgelöst

$$y = (1 \pm \sqrt{2})x \text{ je 2mal.}$$

Die Tangenten müssen paarweise zusammenfallen, da die Kurve in 2 zusammenfallende Kurven 3. Ordnung zerfällt, deren

Gleichung $(x^2+y^2)\left(x-\frac{b}{2}\right)+bx(x+y) = 0$ ist. (4)

Diese Kurve ist strophoidenartig, siehe Fig. 13. Kurve II.

2. $c = \frac{b}{2}$.

$$y^4 - 4xy^3 + x^2y^2 + 4x^3y = 0.$$

$y = 0$; die x-Axe ist Tangente.

Die Gleichung der übrigen 3 reellen Tangenten lautet:

$$y^3 - 4xy^2 + x^2y + 4x^3 = 0.$$

3. $c = \frac{b}{2}\sqrt{2}$.

$$y^4 - 4xy^3 + 4x^3y - x^4 = 0.$$

Da $y = x$ der Gleichung genügt, so ist $y = x$ Tangente.

Die Gleichung der übrigen 3 reellen Tangenten lautet:

$$y^3 - 3xy^2 + x^3 = 0.$$

4. $c = \infty$.

Die Kurve besteht aus der doppelt gelegten unendlich fernen Geraden und der doppelt gelegten y-Axe und dem konjugierten Punkt in O. Die y-Axe ist doppelt gelegte Tangente; die 2 andern Nullpunktstangenten sind imaginär.

Die x-Axe schneidet die Kurve im Nullpunkt 4mal; die andern 2 Schnittpunkte liegen in den Punkten $\left(-\frac{b}{2} \pm c\right)$. Die y-Axe schneidet die Kurve 4mal im Nullpunkt und 2mal im Unendlichen.

Aus der Form der Gleichung geht hervor, dass die imaginären Kreispunkte der Ebene Doppelpunkte der Kurve sind. Ebenso sagt uns die Gleichung, dass die Gerade $x = \frac{b}{2}$ doppelt gelegte Asymptote ist. Die Natur des unendlich fernen Punktes der Kurve wird durch Transformation bestimmt. Wir setzen $x = x' + \frac{b}{2}$ und $y = y'$ und erhalten

$$\left\{\left[\left(x' + \frac{b}{2}\right)^2 + y'^2\right]x' + b\left(x' + \frac{b}{2}\right)\left(x' + \frac{b}{2} + y'\right)\right\}^2 - c^2\left(x' + \frac{b}{2}\right)^2\left[\left(x' + \frac{b}{2}\right)^2 + y'^2\right] = 0.$$

Nun projizieren wir den unendlich fernen Punkt der Kurve auf die x-Axe, indem wir setzen

$$y' = \frac{1}{y''} \text{ und } x' = \frac{x''}{y''} \text{ und erhalten:}$$

$$\left[\left(x''^2 + by''x'' + \frac{b^2y''^2}{4} + 1\right)x'' + by''\left(x'' + \frac{by''}{2}\right)\left(x'' + \frac{by''}{2} + 1\right)\right]^2 - c^2y''^2\left(x''^2 + bx''y'' + \frac{b^2}{4}y''^2\right)\left(x''^2 + bx''y'' + \frac{b^2}{4}y''^2 + 1\right) = 0. \quad (5)$$

Der Nullpunkt der projizierten Kurve ist Doppelpunkt. Die Gleichung der Doppelpunktstangenten lautet:

$x''^2 = 0$; folglich fallen die beiden Tangenten mit der y'-Axe zusammen. Da ferner für $x'' = 0$ $y'' = 0$ wird und zwar 4mal, so muss der Nullpunkt Selbstberührungspunkt sein. Es ist somit auch der unendlich ferne Punkt der Kurve *Selbst-*

berührungspunkt und die Gerade $x = \frac{b}{2}$ *Selbstberührungsasymptote.* Die Kurve ist also *rational;* denn sie besitzt 10 Doppelpunkte, nämlich 6 im 4fachen Punkt O, 2 im unendlich fernen Selbstberührungspunkt und 2 in den imaginären Kreispunkten der Ebene.

Für $c = b$ fallen 5 Schnittpunkte der Geraden $x = \frac{b}{2}$ mit der Kurve ins Unendliche. In diesem Fall ist die Mittelsenkrechte *Selbstberührungswendeasymptote* und der unendlich ferne Punkt der Kurve ein Selbstberührungspunkt mit *einfachem Inflexionsknoten.*

Die Kurve ist keine symmetrische Kurve.

d) Die Lösungen.

Um die Schnittpunkte B zu bekommen, führen wir für x den Wert $x = \frac{b}{2}$ in der Kurvengleichung (1) ein und erhalten

$$y = \frac{-b^3 \mp bc\sqrt{2b^2 - c^2}}{2(b^2 - c^2)}. \qquad (6)$$

Für jeden Wert von $c \lessgtr b\sqrt{2}$ giebt es 2 reelle Werte für y, also 2 reelle Lösungen. Die Hauptfälle sind folgende:

A. $c > b\sqrt{2}$.

y wird imaginär; keine reellen Lösungen.

B. $c \lessgtr b\sqrt{2}$; 2 reelle Lösungen.

1. $c = b\sqrt{2}$.

$y_1 = y_2 = \frac{b}{2}$; 2 zusammenfallende rechtwinklige Dreiecke.

2. $c = b$.

$y_1 = 0$ und $y_2 = \infty$; ein unendlich kleines und ein unendlich grosses Dreieck.

3. $c = \frac{b}{2}\sqrt{2}$; $y = \frac{b}{2}(2 \mp \sqrt{3})$.

4. $c = \frac{b}{2}$; $y = \frac{b}{6}(4 + \sqrt{7})$.

In beiden Fällen ein stumpfwinkliges und ein spitzwinkliges Dreieck.

5. $c = 0$; $y_1 = y_2 = \frac{b}{2}$.

2 zusammenfallende rechtwinklige Dreiecke OAB'. Fig. 13.

6. $c = \frac{b}{2}(\sqrt{3} \pm 1)$; $y_1 = \pm \frac{b}{2}\sqrt{3}$ und $y_2 = \pm \frac{b}{6}\sqrt{3}$.

Das spitzwinklige Dreieck ist gleichseitig und das stumpfwinklige Dreieck hat Basiswinkel von 30° und eine Schenkelhöhe von $h_s = \frac{b}{2}$.

Lässt man c von b aus einmal wachsen bis $c = b\sqrt{2}$, das andere Mal abnehmen bis $c = 0$, so sind die Lösungen im 2. Fall symmetrisch zu denjenigen im ersten Fall.

Setzt man $y = -y$, so geht Gleichung (1) über in

$$\left[(x^2+y^2)\left(x-\frac{b}{2}\right)+bx(x-y)\right]^2 - c^2x^2(x^2+y^2) = 0. \quad (7)$$

Die Kurve ist das Spiegelbild der erstern in Bezug auf die x-Axe. Mit den Lösungen ist es dasselbe; dabei giebt es für die Basishöhe den Ausdruck

$$h_b = y = \frac{b^3 \pm bc\sqrt{2b^2-c^2}}{2(b^2-c^2)}. \quad (8)$$

Als Inhaltsformel des Dreiecks erhalten wir nach (6)

$$F = \frac{-b^4 \pm b^2c\sqrt{2b^2-c^2}}{4(b^2-c^2)}. \quad (9)$$

§ 24. *Zweites Lösungsverfahren: Bestimmung der Fusspunkte D der Schenkelhöhen.* Ohne Figur.

Diese Aufgabe kann elementar gelöst werden, wenn wir aus den drei Grössen b, m und h_s zuerst ein rechtwinkliges Dreieck konstruieren wollen. Will man aber direkt das gleichschenklige Dreieck gewinnen, bedarf es auch hier der Konstruktion einer Kurve höherer Ordnung. Diese Hilfskurve wird eine *Kreiskonchoide*, deren Gleichung:

$(x^2+y^2+by)^2 - c^2(x^2+y^2) = 0$ ist (vergleiche VI (1), pag. 64). (10)

Für die Koordinaten der Punkte D erhalten wir

$$x = \frac{b^2 \pm c\sqrt{2b^2-c^2}}{2b}$$

und $y = \pm \frac{c^2-b^2}{2b}$, wobei nur das positive (11)

Zeichen verwendet werden darf. Das negative Zeichen entspricht den Lösungen der Spiegelbildkurve in Bezug auf die x-Axe.

Setzt man in der Proportion:

$$y : h_b = x : \frac{b}{2}$$ für x und y die Werte von (11) ein. so erhält man für h_b den Wert nach Formel (6); damit ist nachgewiesen, dass beide Verfahren die gleichen Ergebnisse liefern.

Berechnen wir mit Hilfe von (11) m, denn $m = \sqrt{x^2 + y^2}$ und h_s, denn $h_s = \sqrt{b^2 - m^2}$, so finden wir, dass bei jedem spitzwinkligen Dreieck die Strecke $m = OD$ gleich ist der Grösse h_s bei dem zugehörigen stumpfwinkligen Dreieck und umgekehrt. Bei allen Lösungen gilt die Relation

$$h_s + m = c, \text{ wenn } c > b,$$
$$h_s \mp m = c, \quad » \quad c = b \text{ und}$$
$$h_s - m = c, \quad » \quad c < b \text{ ist.}$$

IX.

§ 26. *Neunte Aufgabe: Konstruktion eines gleichschenkligen Dreieckes, wenn die Basis und die Summe oder Differenz aus Schenkel und Basishöhe gegeben sind.*

Gegeben: 1. b,
2. $s \mp h_b = \mp c =$ konstant.

Bedingungen: 1. $s + h_b > \frac{b}{2}$.
2. $s - h_b \leqq \frac{b}{2}$.

Die Summe ist das Minimum bei einem unendlich kleinen Dreieck; da ist $s = \frac{b}{2}$ und $h_b = 0$. Umgekehrt ist die Differenz bei einem unendlich kleinen Dreieck das Maximum und nimmt stetig ab bis 0, wenn das Dreieck wächst und schliesslich unendlich gross wird.

§ 27. *Erstes Verfahren. Bestimmung der Fusspunkte D.*

a) Konstruktion der Hilfskurve. Taf. IV, Fig. 14.

Es sei $OA = b$ die Basis des Dreiecks. Wir ziehen den Grundkreis und die Mittelsenkrechte, auf welcher wir von C aus

die Konstante c nach E abtragen. Durch O laufe nun ein Strahl, der den Grundkreis in Q und die Mittelsenkrechte in R schneidet. Nun tragen wir die Strecke RE von O aus auf dem Strahl OQ nach beiden Seiten ab und bekommen die beiden Punkte T_1 und T_2. Schliesslich tragen wir noch die Strecken RT_1 und RT_2 auf dem Strahl OQ von Q aus ab und zwar in der Richtung, in welcher von der Mittelsenkrechten aus die Punkte T liegen. Die gewonnenen Punkte seien P_1 und P_2, welche bei sich drehendem Strahl die Kurve beschreiben. Die Schnittpunkte derselben mit dem Grundkreis liefern die zunächst gesuchten Punkte D; denn fällt ein Kurvenpunkt P in den Grundkreis, so ist $QP = 0$, also auch $RT = 0$. Im letztern Fall kommt T in die Mittelsenkrechte zu liegen, und es ist ferner $OT = RE = OB = s$ und da auch $RC = h_b$ ist, so muss sich eine der Bedingungen erfüllen:

$$s \pm h_b = c.$$

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Wir legen in gewohnter Weise das Koordinatensystem. x und y seien die Koordinaten des Kurvenpunktes P_1; dann ist

$$OP_1 = \sqrt{x^2+y^2};$$

$$OP_1 = OQ - T_1R = OQ - OR + OT_1 = \sqrt{x^2+y^2}. \quad (\alpha)$$

Nun ist $OQ = b\cos\varphi$,

$$OR = \frac{b}{2\cos\varphi}$$

und $OT_1 = EC - RC = c - \frac{b}{2}\operatorname{tg}\varphi$,

} sub. in (α), so giebt es

$$b\cos\varphi - \frac{b}{2\cos\varphi} + c - \frac{b}{2}\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{x^2+y^2}, \text{ umgeformt}$$

$$[(x^2+y^2)(2x-b) - 2bx^2]^2 - (by - 2cx)^2(x^2+y^2) = 0. \quad (1)$$

Für ein negatives c bekommen wir die Spiegelbildkurve in Bezug auf die x-Axe. In der Gleichung (1) ändert bloss das mit c behaftete Glied Vorzeichen. Löst man Gleichung (1) auf, so verschwindet das Glied b^2y^4; dann lässt sich der Faktor x in allen Gliedern wegdividieren und wir erhalten:

$$(x^2+y^2)^2x - (x^4-y^4)b + (x^2-3y^2)\frac{b^2x}{4} + (x^2+y^2)(by-cx)c = 0. \quad (2)$$

Polargleichung: $r = \frac{b\cos 2\varphi \pm (b\sin\varphi - 2c\cos\varphi)}{2\cos\varphi}$

$$= \frac{b\cos 2\varphi}{2\cos\varphi} \pm \left(\frac{b}{2}\operatorname{tg}\varphi - c\right). \quad (2\alpha)$$

c) Diskussion der Kurvengleichung.

Die Kurve ist von der 5. Ordnung und hat im Nullpunkt einen 3fachen Punkt. Die Gleichung der *Nullpunktstangenten* lautet:

$$\left(\frac{y}{x}\right)^3 - \frac{3b^2+4c^2}{4bc}\cdot\left(\frac{y}{x}\right)^2 + \frac{y}{x} + \frac{b^2-4c^2}{4bc} = 0. \quad (3)$$

Spezialfälle:

1. $c = 0$; $\frac{b^2}{4}x(x^2-3y^2) = 0.$

$\alpha)$ $x = 0.$

$\beta)$ $y = \pm\frac{x}{3}\sqrt{3}.$

Die Gleichung der Kurve selbst nimmt die Form an

$$(x^2+y^2)[(x^2+y^2)x - b(x^2-y^2)] + (x^2-3y^2)\frac{b^2x}{4} = 0. \quad (4)$$

Diese Spezialkurve allein ist symmetrisch und zwar in Bezug auf die x-Axe. Nach y aufgelöst erhalten wir

$$y = \pm\sqrt{\frac{3b^2x - 8x^3 + bx\sqrt{9b^2-16bx}}{8(x+b)}}.$$

$x = \frac{9b}{16}$ ist der Maximalwert, den x annehmen kann. Für diesen Grenzwert von x wird $y = \pm\frac{3b}{16}\sqrt{0{,}6}$. Die Kurve bildet eine Doppelschleife, welche ganz innerhalb des Grundkreises liegt, denselben im Nullpunkt berührt und aus 2 kongruenten Schleifen besteht, die sich im Punkt $\left(\frac{b}{2}, 0\right)$ schneiden.

2. $c = \frac{b}{2}$; $\left(\frac{y}{x}\right)^3 - 2\left(\frac{y}{x}\right)^2 + \frac{y}{x} = 0$:

$\alpha)$ $y = 0$; die x-Axe ist Tangente.

$\beta)$ $y = x$ 2mal; diese Tangente ist eine Selbstberührungstangente, welche die Kurve im Nullpunkt zudem noch schneidet.

Alle Schnittpunkte der Geraden $y = x$ mit der Kurve fallen daher in den Nullpunkt. Von den 3 Doppelpunkten, die im 3fachen Punkte O liegen, ist der eine also ein Selbstberührungspunkt. Die 4 Doppelpunkte, welche die Kurve im Endlichen hat, stecken für $c = \frac{b}{2}$ alle im Nullpunkt.

Die x-Axe schneidet die Kurve in O 3mal und 2mal in den Punkten $-\frac{b}{2} \pm c$. Die y-Axe schneidet die Kurve 3mal in O, einmal in $(0, -c)$ und einmal im Unendlichen.

Die imaginären Kreispunkte der Ebene sind Doppelpunkte der Kurve; diese ist somit *rational;* denn sie besitzt 6 Doppelpunkte, 4 im Endlichen und 2 im Unendlichen, so lange c endlich ist.

Die Gerade $x = -b$ ist *Wendeasymptote.* (4)

Die Kurve hat *Wendepunkte.* Ist O Knotenpunkt, so besitzt die Kurve einen Wendepunkt im Unendlichen. Ist O isolierter Punkt, so sind 3 Wendepunkte vorhanden, wovon 2 im Endlichen sind.

Für ein unendlich grosses c besteht die Kurve aus der y-Axe, der doppelt gelegten unendlich fernen Geraden und dem isolierten Punkt in O.

d) Die Lösungen.

Wir suchen die Fusspunkte D der Schenkelhöhen zunächst. Für die Koordinaten von D finden wir die Werte

$$x = \frac{16\,b^3 c^2}{(b^2 + 4c^2)^2} \tag{5}$$

$$\text{und} \quad y = \pm \frac{4\,b^2 c\,(4c^2 - b^2)}{(b^2 + 4c^2)^2}. \tag{6}$$

Das negative Zeichen gilt für die Lösungen der Spiegelbildkurve. Wir bekommen für einen bestimmten Wert von c nur *eine* reelle Lösung; das rührt daher, weil $s + h$ nicht kleiner als $\frac{b}{2}$ und $s - h_b$ nicht grösser als $\frac{b}{2}$ werden kann. Wir bekommen folgende Hauptfälle:

$$\text{A.} \quad c > \frac{b}{2}.$$

Alle Lösungen genügen der Bedingung: $s + h_b = c$.

1. $c > \frac{b}{2}(1+\sqrt{2})$; $0 < x < \frac{b}{2}$.

Das Dreieck ist spitzwinklig und wird speziell gleichseitig, wenn $c = \frac{b}{2}(2+\sqrt{3})$ ist.

2. $c = \frac{b}{2}(1+\sqrt{2})$; $x = \frac{b}{2}$.

Das Dreieck ist rechtwinklig.

3. $\frac{b}{2}(1+\sqrt{2}) > c > \frac{b}{2}$; $\frac{b}{2} < x < b$.

Das Dreieck ist stumpfwinklig.

B. $c = \frac{b}{2}$, Grenzfall; $x = b$.

Das Dreieck ist unendlich klein und genügt der Relation:

$$s \pm h_b = c.$$

C. $c < \frac{b}{2}$.

Die Dreiecke erfüllen die Bedingung: $s - h_b = 0$.

1. $\frac{b}{2}(\sqrt{2}-1) < c < \frac{b}{2}$; $\frac{b}{2} < x < b$.

Das Dreieck ist stumpfwinklig.

2. $c = \frac{b}{2}(\sqrt{2}-1)$; $x = \frac{b}{2}$.

Das Dreieck ist rechtwinklig.

3. $\frac{b}{2}(\sqrt{2}-1) > c > 0$; $\frac{b}{2} > x > 0$.

Das Dreieck ist spitzwinklig und wird für $c = \frac{b}{2}(2-\sqrt{3})$ speziell gleichseitig.

4. $c = 0$; $x = 0$.

Das Dreieck ist unendlich gross, wie es bei A für $c = \infty$ wird.

Für die Basishöhe BC findet man nach bekannter Proportion den Ausdruck:

$$h_b = \frac{4c^2 - b^2}{8c} \quad (8)$$

Bedingungen: 1. $h_b + m \gtreqless b$,

2. $h_b - m \lesseqgtr 0$.

Die Summe $h_b + m$ wird zum Minimum b beim unendlich kleinen Dreieck, wo $m = b$ und $h_b = 0$ ist. Die Differenz $h_b - m$ wird $= 0$ bei einem spitzwinkligen Dreieck, dessen Höhe

$$h_b = \frac{b}{4}\sqrt{2\sqrt{17} - 2} \text{ ist.}$$

Übersteigt h_b diesen Wert, so ist die Differenz $h_b - m = $ pos. Sinkt dagegen h_b unter diesen Wert, so ist $h_b - m = $ neg. und wird für ein unendlich kleines Dreieck $= -b$.

§ 30. *Erstes Lösungsverfahren. Bestimmung der Spitzen B.*

a) Konstruktion der Hilfskurve.

Es sei $OA = b$ die Basis des Dreiecks. Ziehe den Grundkreis, die Mittelsenkrechte und um O noch einen Hilfskreis mit dem Radius $r = c$. Ein Strahl durch O schneide nun den Grundkreis in Q und den Hilfskreis in H und H_1. Schlage von C aus einen Kreisbogen mit dem Radius $r = QH$ und einen zweiten Bogen mit dem Radius $r = QH_1$. Erhalte im Strahl 4 Schnittpunkte P_1, P_2, P_3 und P_4. Bei sich drehendem Strahl beschreiben die Punkte P die Kurve. Fällt ein Kurvenpunkt P in die Mittelsenkrechte, so ist $QH = CP = CB = h_b$, und da ferner in diesem Fall $OQ = m$ ist, so lässt sich die Relation aufstellen: $h_b \pm m = OH = c$. Somit haben wir in den Schnittpunkten der Kurve mit der Mittelsenkrechten die gesuchten Spitzen B.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Lege in gewohnter Weise das Koordinatensystem. x und y seien die Koordinaten des Kurvenpunktes P_1; dann gilt

$$CP_1 = \sqrt{\left(\frac{b}{2} - x\right)^2 + y^2}. \qquad (\alpha)$$

Nun ist $CP_1 = QH = OH - OQ = c - b\cos\varphi$, eingesetzt in (α) ergiebt $c - b\cos\varphi = \sqrt{\left(\frac{b}{2} - x\right)^2 + y^2}$, umgeformt

Für die Lösungen der Spiegelbildkurve ist dieser Wert negativ zu nehmen.

Für die Dreiecksfläche erhält man nach (8) die Formel

$$F = \frac{(4c^2 - b^2)b}{16c}. \qquad (9)$$

§ 28. *Zweites Verfahren. Bestimmung der Spitzen B.*

Diese Aufgabe ist schon elementar ohne Mühe lösbar. Es ist ja $s^2 = \frac{b^2}{4} + h_b^2$. Berücksichtigt man, dass $s \pm h_b = c$. so findet man $h_b = \pm \frac{4c^2 - b^2}{8c}$. was mit (8) vollkommen übereinstimmt. Die elementare Lösung auf konstruktivem Wege erfordert 2 verschiedene Konstruktionen, je nachdem die Summe oder Differenz von s und h_b vorliegt. Soll die gleiche Konstruktion beide Fälle einschliessen, so wird eine Hilfskurve nötig. Ihre Gleichung lautet:

$$(x^2 + y^2)4x^2 - (by - 2cx)^2 = 0. \qquad (10)$$

Wir haben dieselbe unter V (8). pag. 60, bereits kennen gelernt. In unserm Fall hat die Kurve den Selbstberührungspunkt in O.

Ihre Asymptoten sind $x = \pm \frac{b}{2}$.

Bei den Lösungen handelt es sich um die Schnittpunkte B der Mittelsenkrechten $x = \frac{b}{2}$ mit der Kurve. Für die Ordinate von B finden wir den Wert $y = h_b = \frac{4c^2 - b^2}{8c}$. (11)

Dieser Wert stimmt mit (8) überein. Beide Verfahren decken sich somit vollständig in ihren Resultaten.

X.

§ 29. *Zehnte Aufgabe. Konstruktion eines gleichschenkligen Dreieckes. wenn die Basis und die Summe oder Differenz aus Basishöhe und dem an die Basis angrenzenden Schenkelabschnitt gegeben sind.*

Gegeben: 1. b,

2. $h_b \pm m = \pm c =$ konstant.

Bedingungen: 1. $h_b + m \gtrless b$,

2. $h_b - m \lessgtr 0$.

Die Summe $h_b + m$ wird zum Minimum b beim unendlich kleinen Dreieck, wo $m = b$ und $h_b = 0$ ist. Die Differenz $h_b - m$ wird $= 0$ bei einem spitzwinkligen Dreieck, dessen Höhe

$$h_b = \frac{b}{4}\sqrt{2\sqrt{17} - 2} \text{ ist.}$$

Übersteigt h_b diesen Wert, so ist die Differenz $h_b - m =$ pos. Sinkt dagegen h_b unter diesen Wert, so ist $h_b - m =$ neg. und wird für ein unendlich kleines Dreieck $= -b$.

§ 30. *Erstes Lösungsverfahren. Bestimmung der Spitzen B.*

a) Konstruktion der Hilfskurve.

Es sei $OA = b$ die Basis des Dreiecks. Ziehe den Grundkreis, die Mittelsenkrechte und um O noch einen Hilfskreis mit dem Radius $r = c$. Ein Strahl durch O schneide nun den Grundkreis in Q und den Hilfskreis in H und H_1. Schlage von C aus einen Kreisbogen mit dem Radius $r = QH$ und einen zweiten Bogen mit dem Radius $r = QH_1$. Erhalte im Strahl 4 Schnittpunkte P_1, P_2, P_3 und P_4. Bei sich drehendem Strahl beschreiben die Punkte P die Kurve. Fällt ein Kurvenpunkt P in die Mittelsenkrechte, so ist $QH = CP = CB = h_b$, und da ferner in diesem Fall $OQ = m$ ist, so lässt sich die Relation aufstellen: $h_b \pm m = OH = c$. Somit haben wir in den Schnittpunkten der Kurve mit der Mittelsenkrechten die gesuchten Spitzen B.

b) Ableitung der Kurvengleichung.

Lege in gewohnter Weise das Koordinatensystem. x und y seien die Koordinaten des Kurvenpunktes P_1: dann gilt

$$CP_1 = \sqrt{\left(\frac{b}{2} - x\right)^2 + y^2}. \qquad (\alpha)$$

Nun ist $CP_1 = QH = OH - OQ = c - b\cos\varphi$, eingesetzt in (α) ergiebt $c - b\cos\varphi = \sqrt{\left(\frac{b}{2} - x\right)^2 + y^2}$, umgeformt

$$\left\{(x^2+y^2)\left[y^2+\left(\frac{b}{2}-x\right)^2\right]-c^2(x^2+y^2)-b^2x^2\right\}^2$$
$$-4b^2c^2x^2(x^2+y^2)=0. \quad (1)$$

Polargleichung: $r=\frac{b\cos\varphi}{2}$

$$\pm\frac{1}{2}\sqrt{(2b\cos\varphi+b\sin\varphi\pm 2c)(2b\cos\varphi-b\sin\varphi\pm 2c)}. \quad (2)$$

c) Eigenschaften der Kurve.

Die Kurve ist von der 8. Ordnung und hat im Nullpunkt einen 4fachen Punkt. Die *Gleichung der Tangenten im Nullpunkt* lautet:

$$y=\pm\frac{x}{b^2-4c^2}\sqrt{3b^4+24b^2c^2-16c^4\pm 16b^3c}. \quad (3)$$

1. $0\leqq c\leqq\frac{b}{2}$; O ist Knotenpunkt; alle 4 Tangenten sind reell.

2. $\frac{b}{2}<c\leqq\frac{3b}{2}$; O ist Doppelpunkt und isolierter Punkt; 2 Tangenten sind reell, 2 imaginär.

3. $c>\frac{3b}{2}$; O ist isolierter Punkt; alle 4 Tangenten sind imaginär.

Die Kurve liegt zur x-Axe symetrisch; denn y kommt nur in geraden Potenzen vor. Die Kurve hat nicht nur in O, sondern auch in den imaginären Kreispunkten der Ebene 4fache Punkte. Für endliche Werte von c liegen keine Kurvenpunkte im Unendlichen; die Kurve kann daher keine Asymptoten haben. Wir betrachten nun die einzelnen Kurvenformen bei veränderlichem c.

1. $c=0$.

Die Kurve zerfällt in 2 zusammenfallende Kurven 4. Ordnung, deren Gleichung die Form hat

$$(x^2+y^2)\left\{y^2+\left(\frac{b}{2}-x\right)^2\right\}-b^2x^2=0. \quad (4)$$

Die Kurve (4) besteht aus einer Doppelschleife mit ungleichen Blättern. Die Tangenten in O sind $y=\pm x\sqrt{3}$. Die y-Axe schneidet die Kurve 2mal in O und 2mal imaginär, die

x-Axe 2mal in O und dann noch in $x_3 = \frac{3b}{2}$ und $x_4 = -\frac{b}{2}$. Bei wachsendem c wird die eine Doppelschleife grösser und die andere kleiner und so geht es, bis $c = b/2$ wird. Für diesen Wert von c verliert die kleinere Doppelschleife die kleinere Schleife, welche zu einer Spitze zusammenschrumpft.

$$2. \quad c = \frac{b}{2}.$$

Die Gleichung der Kurve lautet nun

$$[(x^2+y^2)(x^2+y^2-bx)-b^2x^2]^2 - b^4x^2(x^2+y^2) = 0. \qquad (5)$$

Die positive x-Axe ist Rückkehrtangente und die y-Axe doppelt gelegte Wendetangente. O ist also Doppelinflexionsknoten und Spitze. Alle Schnittpunkte der Axen mit der Kurve sind reell und bleiben von da weg reell. In allgemeiner Form sind die Schnittpunkte mit der x-Axe:

$$1. \ x = 0, \ 4\text{mal}; \quad 2. \ x = \frac{3b}{2} \pm c; \quad 3. \ x = -\frac{b}{2} \pm c.$$

Die Schnittpunkte mit der y-Axe:

$$1. \ y = 0, \ 4\text{mal}; \quad 2. \ y = \pm\sqrt{c^2 - \frac{b^2}{4}} \ 2\text{mal}.$$

Wächst nun c von $\frac{b}{2}$ bis b, so verwandelt sich die Doppelschleife in eine 4fache Schleife. Die 2 grössern Schleifen dehnen sich aus in der Richtung der x-Axe, die 2 kleinern längs der y-Axe. Das kleinere innere Blatt löst sich los vom Nullpunkt, nimmt Eiform an, schrumpft mehr und mehr zusammen und wird schliesslich zum isolierten Punkt in C $\left(\frac{b}{2}, 0\right)$.

$$3. \quad c = b.$$

Die Kurve besteht aus einer in sich geschlossenen Linie, welche in der y-Axe 3 Doppelpunkte bildet, wovon einer in O liegt. Ferner gehören zu ihr noch 2 isolierte Punkte O und C. Die Gleichung der reellen Tangenten in O lautet

$$y = \pm x\sqrt{3}.$$

Diese Spezialkurve ist rational; denn sie besitzt neben den 3 vierfachen Punkten noch 3 Doppelpunkte, was zusammen für 21 Doppelpunkte zählt. Die 3 Doppelpunkte haben die Koordinaten

$$\left(\frac{b}{2}, 0\right), \left(0, \frac{b}{2}\sqrt{3}\right) \text{ und } \left(0, -\frac{b}{2}\sqrt{3}\right).$$

Wächst c über b hinaus, so nähern sich die 2 Schleifen längs der y-Axe der Mittelsenkrechten und um den Punkt C bildet sich wieder ein isoliertes Blättchen. Für einen gewissen Wert von c, den wir nicht ermitteln konnten, hängt sich das kleinere innere Kurvenstück an den andern Kurvenzweig. Wird c noch grösser, so bildet die Kurve 2 Blätter, die sich teilweise überlagern und von denen das eine die Form der Kreiskonchoide hat. Für $c = \frac{3b}{2}$ hat das konchoidenähnliche Blatt in O eine Spitze mit der negativen x-Axe als Rückkehrtangente.

4. $c > \frac{3b}{2}$.

Die Kurve hat in O keine reellen Tangenten mehr. Der Mittelpunkt ist 2fach isolierter Punkte. Die Kurve bildet 2 Blätter, die sich teilweise überlagern, was bei weiter wachsendem c so bleibt.

Für ein unendlich grosses c besteht die Kurve aus dem doppelt gelegten unendlich grossen Kreis und dem 2fach isolierten Punkt in O.

d) Die Lösungen.

Es handelt sich um die Bestimmung der Spitzen B. Für jeden Wert von c giebt es 4 Schnittpunkte B der Kurve mit der Mittelsenkrechten. Wir bekommen also immer 4 reelle Lösungen, welche nach Konstruktion paarweise symmetrisch sind. Die allgemeine Lösung stösst auf Schwierigkeiten. Setzt man jedoch in der Kurvengleichung (1) für x den Wert $\frac{b}{2}$ und für y Spezialwerte wie $y = 0$, $y = \frac{b}{2}$, $y = \frac{b}{2}\sqrt{3}$ etc. ein, so kann man für besondere Lösungen den zugehörigen Wert von c berechnen. Ehe wir die Hauptfälle bringen, bemerken wir noch, dass ein Dreieckspaar immer spitzwinklig ist, das andere dagegen jede beliebige Form annehmen kann.

1. $c = 0$; $y = h_b = \pm \frac{b}{4}\sqrt{-2+2\sqrt{17}}$, 2mal.

Alle 4 Dreiecke sind spitzwinklig, kongruent und fallen paarweise zusammen und sind paarweise symmetrisch.

2. $0 < c < (\sqrt{2}-1)\frac{b}{2}$;

ein Paar symmetrischer Lösungen wird spitzwinkliger, das andere Paar weniger spitzwinklig.

3. $c = (\sqrt{2}-1)\frac{b}{2}$.

Das zweite Paar wird rechtwinklig.

4. $(\sqrt{2}-1)\frac{b}{2} < c < b$.

Das zweite Paar ist stumpfwinklig. Für $c = \frac{b}{2}(\sqrt{3}-1)$ wird das erste Paar gleichseitig.

5. $c = b$.

Das zweite Paar ist unendlich klein.

6. $b < c < (\sqrt{2}+1)\frac{b}{2}$.

Das zweite Paar ist wieder stumpfwinklig.

7. $c = (\sqrt{2}+1)\frac{b}{2}$; zweites Paar ist rechtwinklig.

8. $c > (\sqrt{2}+1)\frac{b}{2}$: auch das zweite Paar ist spitzwinklig und wird speziell für $c = (\sqrt{3}+1)\frac{b}{2}$ gleichseitig.

9. $c = \infty$.

Alle 4 Dreiecke sind unendlich gross.

§ 31. *Zweites Lösungsverfahren. Bestimmung der Schnittpunkte D.*

Bedingungen wie in § 29.

Wir bekommen eine unächte Kurve 8. Ordnung als Hilfskurve. Ihre Gleichung hat die Form

$$\{4x^2(x^2+y^2) - (2cx - by)^2\}\{4x^2\cdot(x^2+y^2) - (2cx+by)^2\} = 0. \quad (6)$$

Die Kurve (6) zerfällt in die 2 Kurven 4. Ordnung:

$$4x^2(x^2+y^2) - (2cx - by)^2 = 0 \quad (7)$$

und

$$4x^2(x^2+y^2) - (2cx + by)^2 = 0. \quad (8)$$

Die beiden Teilkurven sind Spiegelbilder voneinander in Bezug auf beide Axen. Wir haben es daher im Grund nur mit einer Kurve 4. Ordnung zu tun. Sie ist uns in der Form begegnet in $IX_{(10)}$, pag. 85, und wurde beschrieben im V. Abschnitt. Die Lösungen lassen sich ebenfalls nicht allgemein bestimmen. Man kann nur für Spezialdreiecke die zugehörigen Werte von c berechnen. Man findet ganz dieselben Resultate wie oben. Zu jeder Teilkurve gehören zwei ungleiche Lösungen mit Ausnahme des Falles, da $c = o$ ist, wo dieselben zusammenfallen. Die Dreiecke, die zu den zwei Teilkurven gehören, sind Spiegelbilder voneinander in Bezug auf die x-Axe.

In allen Fällen, da $c < b$ ist, entsprechen die Dreiecke der Relation: $h_b - m = \pm c$. Ist $c = b$, so gilt $h_b \pm m = \pm c$. Ist $c > b$, so finden wir die Bedingung erfüllt: $h_b \pm m = + c$ (vergleiche § 29).

§ 32. *Uebersichtliche Zusammenstellung der Resultate.*

I.

Gegeben: b und $h_b \pm n = c$.

Lösungen:

1. $c > \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9}$; 1 reelles Dreieck;

2. $c < \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9}$; 3 reelle Dreiecke.

II.

Gegeben: b und $s \mp n = c$.

Lösungen:

Für jeden Wert von $c \neq 0$ 2 reelle, symmetrische Dreiecke. Für $c = 0$ 4 reelle, zusammenfallende Dreiecke, die unendlich klein sind.

III.

Gegeben: b und $h_s \pm n = c$.

Lösungen:

1. $c > \frac{b}{2}\sqrt{3\sqrt[3]{13+16\sqrt{2}} + 3\sqrt[3]{13-16\sqrt{2}} - 1}$; 2 reelle verschiedene Dreiecke;

2. $c \leqq \frac{b}{2}\sqrt{\quad}$ obiger Ausdruck; 4 reelle, verschiedene Dreiecke.

IV.

Gegeben: b und $m \pm n = c$.
Lösungen:

1. $c > \frac{3b}{2}$; 2 reelle symmetrische Dreiecke;

2. $c \leqq \frac{3b}{2}$; 4 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke.

V.

Gegeben: b und $h_b \pm h_s = c$.
Lösungen:

1. $c > \frac{b}{2}\sqrt{3(1+\sqrt[3]{4}-2\sqrt[3]{2})}$; 2 reelle verschiedene Dreiecke.
2. $c \leqq$ do. 4 do.

VI.

Gegeben: b und $s \pm h_s = c$.
Lösungen:

1. $c > 0$; 2 reelle verschiedene Dreiecke;
2. $c = 0$; 4 zusammenfallende rechtwinklige Dreiecke.

VII.

Gegeben: b und $s + m = c$.
Lösungen:

1. $c > \frac{3b}{2}$; 4 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke;

2. $\frac{3b}{2} \leqq c \geqq b\sqrt{2}$; 6 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke;

3. $b\sqrt{2} > c > \frac{b}{2}$; 2 reelle, symmetrische Dreiecke;

4. $c \leqq \frac{b}{2}$; 4 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke.

VIII.

Gegeben: b und $h_s \pm m = c$.
Lösungen:

1. $c > b\sqrt{2}$; keine reellen Dreiecke;
2. $c \lessgtr b\sqrt{2}$: 2 reelle Dreiecke.

IX.

Gegeben: b und $s \pm h_b = c$.
Lösungen: Für jeden Wert von c 1 reelles Dreieck.

X.

Gegeben: b und $h_b \pm m = c$.
Lösungen: Für jeden Wert von c 4 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke.

Nur bei einem Fall (VIII) kann es vorkommen, dass keine reelle Lösung möglich ist. Als Bestimmungsgrösse tritt hier $h_s \pm m = c$ auf. h_s und m sind nun gerade die Dreiecksgrössen, die bei endlicher Basis nicht unendlich werden können; das Maximum für beide ist b.

Für *Spezialdreiecke* giebt es folgende Wertetafel für c:

Fälle	unendlich kleines △	rechtwinkliges △	gleichseitiges △	unendlich grosses △
I. $h_b + n = c$	$c = \frac{b}{2}$	$c = \frac{b}{2}$	$c = \frac{b}{2}\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$	$c = \infty$
II. $s + n = c$	$= 0$	$= \frac{b}{2}\sqrt{2}$	$= \frac{3b}{2}$	$= \infty$
III. $h_s + n = c$	$= \frac{b}{2}$	$= \frac{b}{2}\sqrt{2}$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{3} + 1)$	$= \infty$
IV. $m + n = c$	$\frac{3b}{2}$	$= \frac{b}{2}\sqrt{2}$	$= 0$	$= \infty$
V. $h_b + h_s = c$	0	$= \frac{b}{2}(\sqrt{2} + 1)$	$= 0$ od. $= b\sqrt{3}$	$= \infty$
VI. $s + h_s = c$	$= \frac{b}{2}$	$= 0$ od. $= b\sqrt{2}$	$= \frac{b}{2}(2 \pm \sqrt{3})$	$= \infty$
VII. $s + m = c$	$= \frac{b}{2}$ od. $= \frac{3b}{2}$	$= 0$ od. $= b\sqrt{2}$	$= \frac{b}{2}$ od. $= \frac{3b}{2}$	$= \infty$
VIII. $h_s + m = c$	$= b$	$= 0$ od. $= b\sqrt{2}$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{3} \pm 1)$	$= b$
IX. $s + h_b = c$	$\frac{b}{2}$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{2} \pm 1)$	$= \frac{b}{2}(2 \pm \sqrt{3})$	$= 0$ od. $= \infty$
X. $h_b + m = c$	$= b$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{2} \pm 1)$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{3} \pm 1)$	$= \infty$

Unter den 13 Kurven 4. Ordnung, die als Hilfskurven auftreten, finden wir 6mal die Kreiskonchoide, 3mal die Konchoide des Nikomedes und 3mal die Kurve, die bei V (D gesucht) zum erstenmal auftaucht; siehe Tafel III, Fig. 10. Als Spezialfall für $c = 0$ erscheint 2mal die Strophoide, nämlich bei I und IV (D gesucht). Andere Spezialfälle für $c = 0$ sind strophoidenähnlich wie I und VIII (B gesucht). Für $c = 0$ zerfallen alle Kurven mit Ausnahme von I (B gesucht), welche für den Wert $c = \frac{b}{2}$ degeneriert. Beim Zerfallen treten Kreise auf ausser bei den Konchoiden noch bei V und I (B gesucht).

Im festen Eckpunkt O des Dreiecks besitzen alle Kurven einen mehrfachen Punkt mit Ausnahme von I_2 und V_7. Bei I_2 bewegt sich der mehrfache Punkt auf der Mittelsenkrechten, bei V_7 ist er konstant in A.

Als ein kleines Nebenresultat meiner Arbeit, die ich hiemit abbreche, betrachte ich das, dass es mir gelungen ist, für die zwei bekanntern Konchoiden neue Konstruktionsverfahren zu finden.

Es bleibt mir nur noch die angenehme Pflicht, meinen hochgeehrten Lehrern, den Herren Prof. Dr. Graf, Prof. Dr. Huber, dessen freundliche Ratschläge mir bei Fertigstellung dieser Arbeit sehr wertvoll gewesen, Prof. Dr. Forster, Prof. Dr. Moser und PD Dr. Gruner für das mir während meiner Studienzeit stets entgegengebrachte Wohlwollen den herzlichsten Dank auszusprechen.

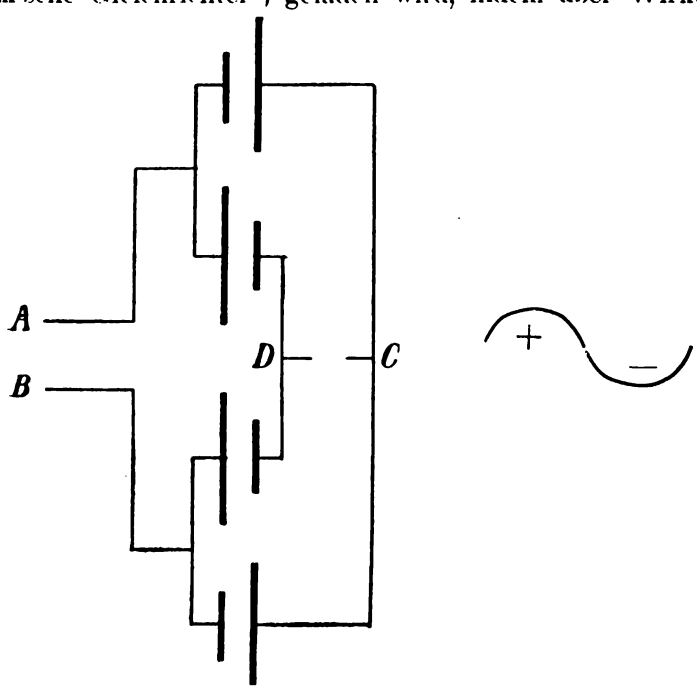
Dr. Emil König.

Beiträge zu dem Problem der elektrochemischen Umformung von Wechselstrom in Gleichstrom durch Aluminium-Elektrolytzellen.

Im Jahre 1897 hatte Grætz[1] [2] [3]) ein Verfahren veröffentlicht auf elektrochemischem Wege vermittelst Aluminium-Kohle-Alaunzellen Wechselstrom in Gleichstrom umzuwandeln. Schon im Jahre 1895 hatte die Akkumulatorenfabrik Pollak[4]) ein Patent auf ein ähnliches Verfahren genommen. Nachdem bereits Wöhler[5]), Beetz.[6]) [7]) [8]) [9]) Buff,[10]) Ducretet,[11]) Oberbeck,[12]) Streintz[13]) [14]) die unipolare Leitung des Aluminiums gekannt und zum Gegenstande ihrer Untersuchungen gemacht hatten, ist in neuerer Zeit durch die Arbeiten von Scott,[15]) K. Norden,[16]) Batorelli[17]) bald die physikalische bald die chemische Seite der Aufgabe gefördert worden. Bei der praktischen Anwendung der Methode für Laboratoriumszwecke, stösst man auf einige auffallende Erscheinungen. Der Verfasser dieser Zeilen stellte sich Umformerbatterien von je 4 Zellen dar, in der Absicht, bei der Ladung einzelner Akkumulatorenzellen durch den mit Aluminiumzellen

[1]) Etz. 1897, pag. 423.
[2]) Wiedemann Annalen. 1897. Bd. 62, Seite 323.
[3]) Zeitschrift für Elektrochemie. 1897, pag. 67 u. ff.
[4]) Pollak, Etz. 1897 u. Compt. rend. 1897. Bd. 124, pag. 1443.
[5]) Liebigs Annalen C. III. 1858. S. 218 ff.
[6]) Pogg. Annalen. 1866. Bd. 127, S. 45.
[7]) Wiedemann Annalen. Bd. 127. S. 56.
[8]) » » » 156. S. 464.
[9]) » » 1877. Bd. 2. S. 94.
[10]) Lieb. Annalen. 1857. C. II. S. 269.
[11]) Journal de Physique. 1875. S. 84.
[12]) Wiedemann Annalen. 1883. Bd. 19. S. 625 ff.
[13]) u. [14]) Wiedemann Annalen. 1882. Bd. 17. Seite 841. 1887. Bd. 32. Seite 116. 1888. Bd. 34. S. 751.
[15]) Wiedemann Annalen. 1899. Heft 2. Seite 406.
[16]) Zeitschrift für Elektrochemie. 1899. No. 10 u. 11. pag. 159 u. 188.
[17]) Il nuovo Cimenti. 1901. Ser. 5 t I. p. 112 133.

in Gleichstrom umgeformten Wechselstrom niedriger Spannung die grossen Verluste zu reduzieren, die bei der Ladung mit Gleichstrom von 120 Volt aus dem städtischen Netz sich ergeben. Anlässlich des Vortrages von Herrn Prof. Grætz an der IV. Hauptversammlung der deutschen elektrochemischen Gesellschaft vom 22.—26. Juni 1897 in München war in der Diskussion von Dr. Correns[1]) zwar die Ansicht geäussert worden, es lassen sich mit pulsierendem Gleichstrom dieser Art, dessen Ordinaten zwischen Null und Maximum schwanken, schwer Akkumulatoren laden. Dieser Ansicht war Ing. Liebenow entgegengetreten mit Hinweis auf seine Versuche, die den Beweis liefern, dass es für den Akkumulator gleichgültig sei, ob der Strom in zahlreichen Stössen eintrete oder nicht. Diese letztere Ansicht scheint eine Bestätigung zu finden durch das Verhalten der Akkumulatorenbatterie in der Tonhalle in Zürich, welche bekanntlich mit undulierendem Gleichstrom, erzeugt aus Wechselstrom durch rotierende Pollak'sche Gleichrichter[2]) geladen wird, indem über Wirkungs-



[1]) Zeitschrift für Elektrochemie 1897, pag. 70.
[2]) Etz. 1898, pag. 80.

grad und Lebensdauer derselben, soweit es dem Verfasser bekannt ist, nichts ungünstiges bekannt geworden ist.

Die Zellen der Versuchsbatterie wurden in der von Grætz angegebenen Weise zur Ausnutzung und Parallelschaltung beider Stromimpulse einer Periode geschaltet nach folgendem Schema:

Die langen Striche bedeuten Aluminium, die kurzen Blei. Da nach Grætz eine Al.-Pb.-Zelle bis zu Spannungen von ca. 22 Volt, wenn Al. Anode ist «keinen durch einen Galvanometer nachweisbaren Strom», durchlässt, so sollte man, wenn bei A und B Wechselstrom ⌒⌣ eingeführt wird bei C und D pulsierenden Gleichstrom ⌒⌒ von gleicher Stromstärke erwarten, beziehungsweise bei offenem Gleichstromkreise in den Wechselstromzuleitungen keinen direkten Leitungsstrom finden, sondern höchstens einen dielektrischen Verschiebungsstrom, der schwach sein müsste, da die Periodenzahl 40 betrug und ein Aluminiumkondensator sich vor andern elektrolytischen Kondensatoren nur durch besonders hohen Durchschlagswiderstand, aber nicht durch eine Kapazität von anormaler Grössenordnung auszeichnet. Schon bei den ersten Versuchen dieser Art indess beobachtete Verfasser, selbst bei Spannungen erheblich unter 20 Volt, beträchtliche Wechselstromstärken bei offenem Gleichstromkreis, die auch bei andauernder vorheriger Formierung der Al.-Platten in einem Gleichstrom und bei Dauereinschaltung im Wechselstrom nicht bedeutend zurückgingen. Um zunächst festzustellen, ob der Reinheitsgrad des Aluminiums einen bestimmenden Einfluss auf die Intensität des durchgehenden Stromes ausübe, wurde eine Versuchszelle aus einer Anoden-Platte aus chemisch reinem Aluminium (von Merck in Darmstadt) und 2 parallel geschalteten Platinkathoden geprüft auf durchgehenden Gleichstrom bei verschiedenen Spannungen. Die Dimensionen der Zelle waren: Wirksame Platinoberfläche ca. 2,5 dm^2; wirksame Aluminiumoberfläche ca. 2 dm^2; Elektrolyt: Chemisch reine Alaunlösung, bei Zimmertemperatur gesättigt.

Platinkathode.	Klemmenspannung.	Die Zelle durchfliessender Strom in A.
	2 Volt	0,00002 Amp.
	4 »	0,0001 Amp. abnehmend bis 0,00006
	6 »	0,00015
	8 »	0,0004
	10 »	0,0018 abnehm. bis 0,0016 bis 0,0009

Die niedrigeren Stromwerte wurden mit Hülfe eines nach Amper justierten Edelmann'schen Spiegelgalvanometers mit Fernrohr bestimmt, die höhern vermittelst eines Galvanometers von Hartmann & Braun, mit Permanentmagneten und beweglicher Spule (System Deprez-d'Arsonval) unter Verwendung passender Nebenschlüsse.

Die in der Tabelle angeführten Zahlen geben die Minimalwerte bei andauernder Einschaltung an. Lässt man die Zelle nämlich eine Zeit lang stehen, so beobachtet man beim Einschalten im ersten Augenblick einen Stromstoss, der das zehn- bis mehrhundertfache des oben angeführten Wertes erreichen kann. Schon nach einem kleinen Bruchteile einer Sekunde aber geht der Strom beinahe auf den Minimalwert zurück, den er nach einigen Minuten erreicht.

Es ist daher angezeigt und notwendig, empfindliche Instrumente im Augenblick des Einschaltens zuerst kurz zu schliessen. Es macht ganz den Eindruck, wie wenn nach längerem Stehen die diektrische Schicht von Aluminiumoxyd ganz verschwunden wäre und der eintretende Strom zuerst eine kleine Zeit brauche, sie wieder zu erzeugen. Es sei ferner bemerkt, dass der erwähnte Stromstoss nicht eintritt, wenn man von einer Stufe höherer Spannung zur nächst niederen Stufe übergeht, während man dann gleichzeitig kleinere Werte für den durchgehenden Strom findet, als im umgekehrten Fall, wie überhaupt diese Zahlwerte sehr variabel sind, abhängig von dem momentanen Zustand der Zelle, im Zusammenhang mit der ausserordentlich veränderlichen Anodenpolarisation des Aluminiums, über welche schon Streintz und andere Forscher klagten.

Die folgende Tabelle gibt die Resultate der Messungen der auftretenden Klemmenspannungen (Aluminium-Anode) beim Durchleiten von Strömen geringer Intensität. Die Klemmspannungen wurden gemessen mit Spiegelgalvanometer (2000 Ohm Spulenwiderstand, ca. 957,000 Ohm Vorschaltwiderstand). Von einer Bestimmung der auftretenden Anoden- und Kathodenpolarisation wurde Umgang genommen, da Messresultate[1]) über innern Widerstand und Polarisation in ihrer Abhängigkeit von der durchgehenden Stromstärke bereits vorlagen.

[1]) Batorelli. Il nuovo Cimenti, 1901 ser. 5 t. I pag. 112—133.

Spannung der Stromquelle.	Vorschaltwiderstand.	Stromstärke gemessen.	Klemmenspannung gemessen.
ca. 125 Volt	60000 Ohm	0,00172 Amp.	18,84 Volt
	50000 „	0,00210 „	19,2 „
	40000 „	0,00265 „	20,04 „
	30000 „	0,00343 „	20,64 „
	20000 „	0,005 „	22,2 bis 20,4
	10000 „	0,01 „	22,2 „ 24
	2500 „	0,039 „	26 „
	1250 „	0,075 „	30 „
		0,25 „	42 Anfangs bis 38 am Ende
		0,6 „	42 „ „ 36 „ „
		0,9 „	38 „
		1,15 „	37 „
		1,28 „	37,5 „
		1,5 „	38 „
		1,8 „	39 „
		2 „	40 „
		2,35 „	41,5 „
		2,5 „	43 Anfangs; zurück auf 40
		11 „	45 „ „ „ 40
Zelle 38° warm		7 „	34 „
		5 „	32 „
		3,8 „	29 „
		2,05 „	28 „
		1,7 „	27,5 „
		1 „	27 „
		0,7 „	26,8 „
		0,3 „	26,8–27,5

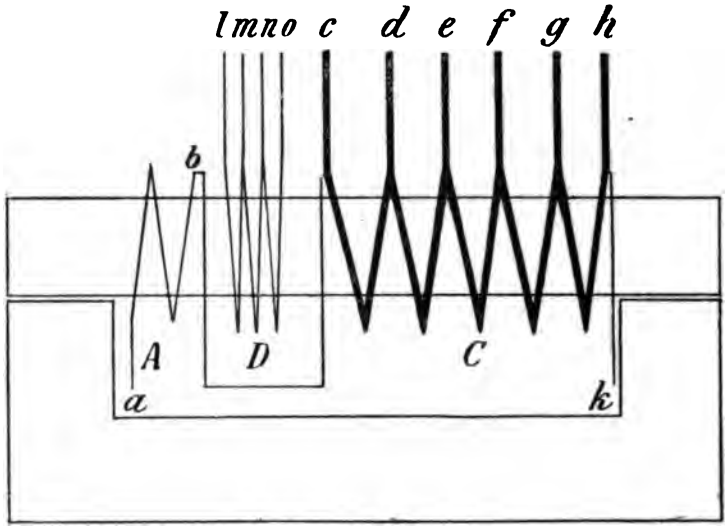
Stromrichtung geändert Klemmenspannung.	Aluminium ist Kathode Stromstärke.
3,6 Volt	0,4 Amp.
3,9 „	0,9 „
4,4 „	2,0 „
5,7 „	5,0 „
6,1 „	6,0 „
6,9 „	8,0 „
7,7 „	9,6 „

Wird nunmehr der Strom gewendet, so steigt der Zeiger des Voltmeters langsam (während ¾ Minuten) bis zum Wert von

28 Volt bei 0,3 Amp.
32 „ „ 2,0 „

Die Zelle ruht während 24 Stunden; beim Einschalten eines Stromes von 0,25 Amp. steigt der Zeiger des die Klemmspannung

Schaltung V.



Die zweite Hälfte der Primärspule wird herausgenommen (die Weglassung derselben ist notwendig wegen Platzmangel) mit C in Serie geschaltet und bei a u. k an die Spannung von 240 Volt gelegt. Zwischen A u. C wird eine Hochspannungsspule D eingeschoben. Dieselbe besteht aus 3 durch 1 cm dicke Scheidewände getrennten Abteilungen. Die Daten dieser selbstgefertigten Spule sind:

Drahtstärke: $0.7\,^{m}/_{m} = 0.385\,^{m}/_{m^2}$

Windungszahl der ersten Abteilung: 622 (l m); Widerstand der ersten Abteilung: 13.6 Ohm.

Windungszahl der zweiten Abteilung: 584 (m n); Widerstand der zweiten Abteilung: 12.0 Ohm.

Windungszahl der dritten Abteilung: 561 (n o); Widerstand der dritten Abteilung: 9.3 Ohm.

Gesamtwindungszahl: 1767; Gesamtwiderstand: 34.9 Ohm.
Gesamtdrahtlänge: 772 m.
Mittlere Länge einer Windung: 43.7 cm.

Es ergibt sich mithin:

Primäre Windungszahl: $154 + 85 = 239$; 1 Windung $= \frac{240}{239} = 1$ Volt

Klemmenspannung	Die Zellen durchfliessende Stromstärke in Amp.
16 Volt	0,012 Amp. bis 0,009 abnehmend
20 „	0,015 „ „ 0,012 „
22 „	0,012 „
24 „	0,018 „ „ 0,016 „
26 „	0,020 „ „ 0,018 „
29 „	0,024 „ „ 0,022 „
31 „	0,028 „
38 „	0,045 „ „ 0,038
41 „	0,060 „ „ 0,055
45 „	0,085 „
48 „	0,105 „
56 „	0,23 „
60 „	0,32 „
61 „	0,5 „
64 „	0,6 „
65 „	0,8 „
65,2 „	1,0 „

Wie sehr die obigen Angaben für die Stromwerte abhängig sind von dem jeweiligen Zustand der Batterie zeigt das Verhalten derselben nach zweitägiger Ruhe.

2 Volt	nach	½	Minuten	0,02	Amp.
„	„	2	„	0,012	„
4 „	„	½	„	0,03 bis 0,04	Amp.
„	„	2	„	0,018	Amp.
6 „	„	2	„	0,025	„
„	„	5	„	0,018	„
8 Volt	unmittelbar nach Einschalten			0,4	„
	nach	2	Minuten	0,028	„
10 „	„	1	„	0,035	„
12 „	„	1	„	0,040	„
14 „	„	1	„	0,060	„
„	„	2	„	0,040	„
16 „	„	1	„	0,080	„
„	„	2	„	0,050	„
„	„	5	„	0,040	„
18 „	„	1	„	0,080	„
„	„	3	„	0,050	„
20 „	„	1	„	0,080	„

Nunmehr wurde durch die Batterie ein starker Strom gesandt:

Stromstärke		Klemmenspannnng			
2	Amp.	nach 2,5	Minuten	60	Volt
„	„	„ 4	„	62,5	„
„	„	„ 15	„	70	„
„	„	„ 30	„	72	„
„	„	„ 45	„	72	„
„	„	„ 2	„	82	„
„	„	„ 5	„	81	„
10	„			91	„

Unmittelbar darauf ergaben sich wieder folgende Werte für die durchgehenden Ströme bei variierter Klemmenspannung:

Klemmenspannung	Stromstärke in Amp.
2 Volt	0,00022 Amp.
4 „	0,00060 „
6 „	0,00097 „
8 „	0,00164 „
10 „	0,00218 „
12 „	0,0027 „.
14 „	0,003 „
16 „	0,0055 „
18 „	0,007 „
20 „	0,009 bis 0,008 Amp.
23 „	0,009 „
27 „	0,016 „
30 „	0,02 „
37 „	0,035 „
42 „	0,055 „
47 „	0,075 „
50 „	0,110 „
60 „	0,22 „
65 „	0,30 „
74 „	0,70 „
75 „	0,80 „

Bezüglich des im Moment des Einschaltens erfolgenden Stromstosses sei auf das früher gesagte verwiesen.

Leitet man nun durch 2 solche hintereinander geschaltete Zellen Wechselstrom, dessen Spannung 2×22 Volt nicht übersteigt, so soll nach Grætz, indem jeweilen diejenige Hälfte einer Periode, für welche Aluminium Anode ist, ausfällt, ein intermittierender und pulsierender Gleichstrom entstehen, dessen Stromstärke die Hälfte beträgt von derjenigen des Wechselstroms (ohne Drosselwirkung). Zur Erzeugung der verschiedenen Spannungsabstufungen diente ein 3 K. W. Transformator (von Brovn und Boveri in Baden), der in entsprechender Weise konstruiert, die verschiedensten Sekundärspannungen abzunehmen gestattete, ohne Spulenvertauschung.

Die hauptsächlichsten Daten des Transformators sind:

Primäre Spannung: 240 Volt.

Periodenzahl . . 40

Primärdraht in 2 Abteilungen à je 154 Windungen.

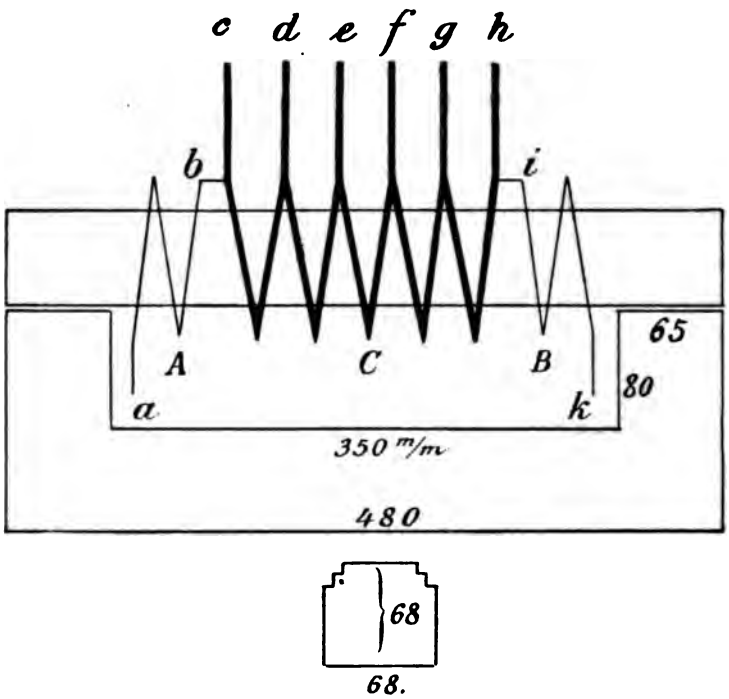
Sekundärdraht: 85 Windungen in 5 gleichen Abteilungen à je 17 Windungen.

Stärke des Primärdrahtes:	$3{,}5^{m}/_{m}$ nackt	$= 9{,}62^{m}/_{m^2}$
„ „ Sekundärdrahtes:	$6{,}5^{m}/_{m} \times 6{,}5^{m}/_{m}$	$= 42{,}25^{m}/_{m^2}$
Widerstand des Primärdrahtes	$2 \times 0{,}12$	= 0,24 Ohm
„ der Sekundärspule		= 0,015 „
Länge des Primärdrahtes		= 66,3 m
„ „ Sekundärdrahtes		= 36,48 m.
Mittlere Länge einer primären Windung		= 43 cm.
„ „ „ sekundären „		= 43 „
l_m = Mittlerer Kraftlinienlänge		= 114 „
Eisenvolumen $\frac{39000}{7{,}8}$		$= 5000$ cm.^{3}
Wirksamer Eisenquerschnitt		= 45 cm.^{2}

Schaltung I.

Das Kupfer der Sekundärwickelung wird mit zur primären Stromleitung benutzt.

Eisengestell 1 : 5.



68.

Primär: 393 Windungen; 240 Volt; 40∼; 1 Windung = 0,61 Volt.

Sekundär abnehmbare Spannungen:

Zwischen	c und d	17	Windungen	=	10,4	Volt
„	c und e	34	„	=	20,7	„
„	c und f	51	„	=	31,1	„
„	c und g	68	„	=	41,5	„
„	c und h	85	„	=	51,8	„
„	a und c	154	„	=	93,9	„
„	a und d	171	„	=	104,3	„
„	a und e	188	„	=	114,7	„
„	a und f	205	„	=	125,1	„
„	a und g	222	„	=	135,5	„
„	a und h	239	„	=	145,9	„
„	a und k	393	„	=	240,0	„

Die Prüfung auf Wirkungsgrad und Spannungsabfall bei induktionsfreier Belastung ergab folgendes Resultat:

Anzapfung	Volt primär	Volt sekundär leer	Volt sekundär belastet	Amp. primär	Amp. secundär	Wirkungsgrad
c—h	240	53,0	47,5	13,4	60	88,6%
c—g	„	42,0	39,0	10,8	„	90,3%
c—f	„	31,0	29,0	8,3	„	87,8%
c—e	„	21,0	20,0	5,7	„	87,7%
c—d	„	11,5	10,5	3,3	„	79,5%

Aus den angegebenen Daten berechnen sich:

Maximale Induktion $\mathfrak{B}_{max} = \dfrac{0{,}9.\ 240.\ 10^8}{4.\ \ 40.\ 393.\ 45} = 7634$ Kraftlinien per cm²

Maximale Kraftlinienzahl $= 7634 \times 45 = 343500.$

Eisenverluste: $W = W_{hyst} + W_{foue} = 79{,}8 + 21{,}5 = 101{,}3$ Watt

a) Hysteresis: $W_{hyst} = \alpha\, \mathfrak{B}^{1{,}6} \sim$ Vol. 10^{-7}

$= 0{,}00245.\ 7634^{1{,}6}\ 40.\ 10^{-7}\ 5000$

$= 79{,}8$ Watt.

b) Wirbelsströme: $W_{foue} = \left(\dfrac{0{,}5.\ 40.\ 7634}{2{,}5.\ 10^6}\right)^2 .\ 5000$

$= 21{,}5$ Watt.

Eisenverluste: berechnet: 101,3 Watt

gemessen: 80,0 „

Wattkomponente des Leerstroms $= \dfrac{101{,}3}{240} = 0{,}42$ Amp. berechnet

$= \dfrac{80}{240} = 0{,}33$ „ gemessen

Wattloser Erregerstrom = für $\mathfrak{B} = 7634$ $\mu = 2000$

$= \dfrac{0{,}8}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\mathfrak{B}_{max}\ l_m}{\mu.\ 393}$

$= \dfrac{0{,}8.\ 7634.\ 114}{\sqrt{2}.\ 2000.\ 393}$

$= 0{,}63$ Amp. (berechnet).

Leerstrom $= \sqrt{0{,}42^2 + 0{,}63^2} = 0{,}76$ Amp. berechnet

$= 0{,}75$ „ gemessen

$\cos \varphi = \dfrac{80}{180} = 0.44$

$\varphi = 63$

Es bedeuten:

GV: Gleichstromspannung in Volt
GA: Gleichstromstromstärke in Amp.
GW: Gleichstrom-Watt
WV: Wechselstrom-Volt
WA: » -Amper
WW^w: » -Watt wirkliche, gemessen mit Wattmeter
WW^s: » -Watt scheinbare.

I. Messreihe.

Gleichstromkreis offen, nur mit Voltmeter belastet:

WV		WA	WW^s	WW^w	GV	cos φ
10		5.6	60	15	3.2	0.25
20	anfangs:	17.0	340	125	16.0	0.37
»	nach 10 Sec.:	9.3	186	75	»	0.40
»	» 1 Min.:	9.0	180	45	»	0.25
»	» 10 »	9.0	180	40	»	0.22
	Nunmehr zurück auf den niederen Spannungswert.					
10		4.3	43	6.5	3.2	0.15
30	anfangs:	15.2	456	237	26	0.52
»	nach 1 Min.:	14.1	423	163	»	0.39
»	» 2 »	13.6	408	137	»	0.33
»	» 3 u. 5 »	13.6	408	137	»	»
41	anfangs:	28	1148	640	38	0.55
»	nach 1 Min.:	20.5	840	435	»	0.52
»	» 2 »	18.8	771	370	»	0.48
»	» 5 »	16.7	685	285	»	0.41
52	anfangs:	36	1872	1150	43	0.61
»	nach 1 Min.:	26	1352	800	»	0.59
»	» 2 »	24	1248	670	»	0.53
»	» 3 »	22	1144	550	»	0.48
	Zurück auf:					
40	anfangs:	13.5	540	260	34	0.48
»	nach 2 Min.:	13.7	548	265	»	0.48
29	anfangs:	8.6	249	65	25	0.26
»	nach 2 Min.:	8.9	258	70	»	0.27
20		5.6	112	12.5	14	0.11
10		2.8	28	2.5	3.0	0.09

Bemerkenswert ist die Abnahme der scheinbaren und wirklichen Watt gegenüber den Anfangswerten, beim Rückgang von höheren Spannungen zu niederen; das cos φ erreicht für die niedrigsten Spannungen die kleinsten Werte. Bisher wurde Wechselstrom von 40 Perioden benutzt; die folgende Messreihe zeigt das Verhalten der Zellen gegenüber Wechselstrom anderer Periodenzahl. Der Wechselstrom wurde an den Schleifringen einer 2-poligen Umformermaschine abgenommen, deren Gleichstromseite mit 120 Volt Gleichstrom gespiesen wurde. Die Tourenzahl der Maschine wurde durch entsprechende Regulierung der Gleichstromspannung und des Nebenschlusses auf das gewünschte Mass gebracht; der abgenommene Wechselstrom passierte einen 1 KW. Transformator mit veränderlichen Sekundärspulen, zum Zwecke der Erzeugung der nötigen Spannung.

II. Messreihe.

WV	WA	WW^s	WW^w	Periodenzahl	GV	cos φ
20	5.5	110	35	40	14	0.32
»	3.0	60	6.3	22	»	0.10
»	2.5	50	—	16	—	—
»	1.7	37	3.7	13	»	0.10
»	1.2	32	3.0	10	»	0.10
26	4.3	112	15.2	25	»	0.13
30	3.5	105	15.0	17	25	0.14
40	6.0	240	50	19	36	0.21
»	5.0	200	43	16	»	0.22

III. Messreihe.

Ladung von 7 hintereinander geschalteter Akkumulatoren (System Pollak) mit dem Gleichstrom der Batterie. (Wechselstrom 40 ∾) Kapazität der Akkumulatoren 22 A.-St. Ausser dem Widerstand der ziemlich langen Zuleitung war kein Vorschaltwiderstand im Ladekreis der Akkumulatoren.

Zeit	WV	WA	WW^s	WW^w	GV	GA	GW	Wirkungsgrad	cos φ
10^h 34 Min.	29	10.6	307	165	18.4	4.0	73.6	44 %	0.53
10^h 40 »	»	9.6	278	152	18.4	3.0	55.2	36 %	0.54
10^h 46 »	»	9.6	278	142	18.2	2.6	47.3	33 %	0.51
10^h 52 »	»	9.6	278	142	18.1	2.5	45.3	32 %	0.51

Temperatursteigerung der Alaunlösung 0.20° C. gemessen, 0.26° C. berechnet.

Ladung der gleichen Batterie mit einem Vorschaltwiderstand von ca. 1.4 Ohm.

Zeit	WV	WA	WW^s	WW^w	GV	GA	GW	Wirkungsgrad	Temp. der Zellen	Cos φ
1 h 55 Min.	41	15.3	627	360	25	3.8	95	27%	19.2° C.	0.57
2 h 10 »	»	15.3	627	370	25.3	3.7	94	26%	19.8° C.	0.59
2 h 28 »	»	15.5	636	430	25.4	3.7	94	22%	20.4° C.	0.67
2 h 40 »	»	16.8	689	450	25.4	3.65	93	21%	20.8° C.	0.66
2 h 55 »	»	17.8	730	465	25.1	3.5	88	19%	21.2° C.	0.64
3 h 40 »	»	19.4	795	525	24.9	3.3	82	16%	23.3° C.	0.66
4 h 00 »	»	19.9	815	550	25.0	3.3	82	15%	23.9° C.	0.67
4 h 15 »	»	21	861	575	25.0	3.1	78	14%	24.6° C.	0.67
4 h 55 »	»	22	904	610	25.0	2.9	72	12%	26.4° C.	0.67

Beim Unterbruch des Gleichstroms:

4 h 55 Min.	42	14.8	621	325	33	0	0	—	—	0.52

Temperaturerhöhung der Alaunlösung gefunden: 7.2° C.
» » » berechnet: 8.3° C.,
ohne Rücksicht auf Verluste durch Strahlung und Leitung und anderweitige Stromarbeit.

Während des dreistündigen Stromdurchgangs ergab sich somit bei abnehmender Drosselwirkung ein dauerndes Anwachsen der wahren und scheinbaren Watt, bei annähernd konstant bleibendem cos φ.

Im Weiteren wurde der Gleichstromkreis verschiedenen Belastungen ausgesetzt mit Hilfe eines Metallrheostaten, bestehend aus 10 2 $^m/_m$ Nickelindrahtspiralen von je 1 Ohm, die einzeln oder gruppenweise hintereinander oder parallel geschaltet werden konnten, sodass der Widerstand sich verändern liess von 10 bis $^1/_{10}$ Ohm in allen Abstufungen.

IV. Messreihe.

WV	WA	WW'	WW''	GV	GA	GW	Wirkungsgrad	cos φ
10	3.0	30	3	3.2	0	0	—	0.10
20	5.5	110	15	14.3	0	0	—	0.14
»	7.1	142	60	9	1.0	9	15%	0.42
»	7.5	150	75	7.9	1.7	13.4	18%	0.50
»	7.6	152	85	7.1	1.9	13.5	16%	0.56
»	8.0	160	88	6.6	2.2	14.5	17%	0.55
»	8.3	166	107	5.9	3.0	17.7	17%	0.64
»	9.4	188	130	4.8	5.3	25.4	19%	0.69
»	12.2	244	195	4.1	9.0	36.9	19%	0.79
»	14.8	296	255	3.9	10.5	41.0	16%	0.87
»	16.5	330	295	3.4	12.5	43.0	15%	0.89
»	24	480	435	1.0	23.0	23	5%	0.90
30	9.0	270	40	25	0	0	—	0.15
»	11.2	336	180	18.8	2.0	37.6	21%	0.53
»	11.5	345	185	17.6	2.2	38.7	22%	0.53
»	12.0	360	193	17.5	2.3	40.3	21%	0.53
»	12.1	363	198	16.8	2.6	43.6	22%	0.54
»	12.3	369	210	16.3	3.0	48.9	23%	0.57
»	12.6	378	230	15.8	3.4	53.7	24%	0.61
»	13.4	402	260	15.0	4.1	62	24%	0.64
»	14.8	444	275	14.4	5.1	73.4	26%	0.62
»	16.0	480	325	12.4	7.2	89	27%	0.68
29	20.5	594	515	11.4	12.5	143	28%	0.86
28	30	840	730	10.2	21.0	214	29%	0.87
27	40	1080	990	8.2	27.0	221	22%	0.91
27	45	1215	1150	8.0	29	232	20%	0.94
27	52	1404	1330	6.0	36	216	16%	0.95
42	17.5	735	400	27	3	81	22%	0.54
»	18.8	790	440	26	4	104	24%	0.55
»	20	840	490	25.8	5.2	134	27%	0.58
»	25	1025	595	25	7.0	175	29%	0.58
41.5	29	1204	900	24	11.8	283	31%	0.71
41	40	1640	1238	21	19.2	403	32%	0.75
39	48	1872	1550	17	28	476	31%	0.83

WV		WA	WW^s	WW^w	GV	GA	GW	Wirkungsgrad	cos φ
38		57	2166	1875	15	34	510	28%	0.87
38		61	2318	2100	13.8	41	566	27%	0.91
37		64.5	2387	2250	13	46	598	26%	0.94
36		75	2650	2500	11	56	616	24%	0.95
51		21	1071	500	38	0	0	—	0.46
»	0-2 Min.	18.5	944	440	40	0	0	—	0.46
»		16.5	842	365	43	0	0	—	0.43
»		22	1122	650	35	4.1	144	22%	0.58
»		23	1173	687	35	5.4	189	27%	0.59
»		25	1275	870	34.5	7.4	254	29%	0.68
»		27	1350	950	31	10.4	312	33%	0.70
»		30	1500	1100	29	14.0	406	37%	0.73
49		39	1911	1375	26	25	650	47%	0.72
46		49	2254	1950	22	42	924	48%	0.86
45		59	2655	2375	19	50	950	40%	0.90
63		21	1333	1000	48	0	0	—	0.75
»		28	1764	1320	43	4.5	194	15%	0.75
»		29	1827	1370	42.5	5.7	242	18%	0.75
»		31	1953	1500	42.0	7.5	315	21%	0.77
62		33	2046	1612	41.5	10.3	428	26%	0.79
»		35	2170	1700	40.0	12.8	512	30%	0.79
»		40	2480	2075	38.0	18.0	684	33%	0.84
58		49	2842	2300	34.0	32.0	1088	47%	0.81
55		63	3465	3000	28.0	49.0	1372	46%	0.86
50		70	3500	3437	24.0	58.0	1392	40%	0.98

Bei Betrachtung obiger Tabellen ergeben sich folgende Gesetzmässigkeiten:

1. Im Wechselstromkreise besteht zwischen Strom und Spannung eine Phasenverschiebung, welche bei Leerlauf (d. h. unbelastetem Gleichstromkreise) am grössten ist und bei steigender Gleichstrombelastung immer mehr zurückgeht.

2. Der maximale Wirkungsgrad nimmt bis zu einem gewissen Grade mit steigender Wechselstromspannung zu;

in unserm Fall wird er erreicht bei einem äussern Nutzwiderstand von ca. 0.5 Ohm ($\cos \varphi = 0.8$).

Bemerkenswert ist die Veränderung im Aussehen der Aluminiumbleche nach länger andauerndem Betriebe bei starker Belastung im Gleichstromkreise. An zahlreichen Stellen wachsen allmählich cylindrische Säulchen (bis 7 $^{m}/_{m}$ hoch und 1 $^{m}/_{m}$ dick) einer weisslich-graulichen Verbindung senkrecht aus den Blechen heraus. Diese Auswüchse haben eine täuschende Ähnlichkeit mit den bekannten Thonerdeausblühungen, die sich im Verlaufe von wenigen Minuten aus Aluminiumblechen unter Einwirkung des Luftsauerstoffs erheben, nach Verletzung der schützenden Oxydschicht durch geeignete Behandlung mit Natronlauge und Quecksilber. Nach den Untersuchungen von K. Norden (Zeitschrift für Elektrochemie, 1899, p. 199) scheint es kaum zweifelhaft, dass auch hier die cylindrischen Säulchen und fadenförmigen Gebilde vorherrschend aus Al_2O_3 bestehen. Je stärker eine Batterie im Verhältnis zu ihrer Grösse beansprucht wird, d. h. je grösser die Stromdichte ist, desto reichlicher bilden sich diese Auswüchse, deren Entstehung keine günstige Prognose gestattet, bezüglich der Haltbarkeit der Zellen, bei andauernder stärkerer Belastung.

Nach mehrtägiger Beanspruchung der Batterie ergaben wiederholte Messungen über Leerlaufsströme abermals andere Resultate als früher:

WV	WA	WW^a	WW^w	GA	$\cos \varphi$
9.6	2.2	21	5	0	0.24
19	4.9	93	22.5	»	0.24
30	7.0	210	52.5	»	0.25
40	10.0	400	105	»	0.26
50	13.5	675	250	»	0.37
	6 Stunden später:				
10	2.2	22	5	»	0.23
20	5.0	100	25	»	0.25
30	7.1	213	55	»	0.26
40	10.0	400	108	»	0.27
51	14.4	734	310	»	0.42

Nach sechswöchentlicher Ruhe:

WV	WA		WWs	WWw	GA	cos q
10	2.3		23	16.7	0	0.73
19.4	24	anfangs;	465	450	»	0.97
19.0	14.4	nach 1 Minute;	273	200	»	0.73
20.0	13.9	nach 2 Minuten;	273	200	»	0.72
19.6	11.3	nach 5 Minuten;	221	140	»	0.63
30.0	23.2	anfangs;	696	520	»	0.75
»	13.7	nach 1 Minute;	411	280	»	0.68
40.0	33	anfangs;	1320	1100	»	0.83
»	22	nach 1 Minute;	880	650	»	0.74
»	15.8	nach 2 Minuten;	632	450	»	0.71
50	32	anfangs;	1600	1400	»	0.87
	21	nach 2 Minuten;	1050	800	»	0.76
	Zurück auf:					
40	12		480	350	»	0.73
30	6.7		201	80	»	0.40
20	4.2		84	29	»	0.34
10	1.9		19	7	»	0.37

Mehrstündige Einschaltung der Batterie zur Bestimmung der Änderung des Leerlaufverlustes ergaben:

WV	WA	WWs	WWw	cos q	Zeit	Temp. der Zellen
42	11.1	466	110	0.24	3^h 13 Min.	15.8° C
41.5	10.9	452	145	0.32	3^h 45 »	16.2° C
»	11.0	456	160	0.35	4^h 15 »	16.6° C
»	11.0	456	180	0.39	4^h 45 »	17.3° C
»	11.0	456	188	0.41	5^h 03 »	17.7° C
42	11.3	475	210	0.44	6^h 03 »	18.6° C

Im Ferneren erschien es von Interesse das Verhalten der Batterie zu prüfen, wenn die Elektrodenoberfläche auf die Hälfte reduziert würde. Ohne daher den Plattenabstand zu verändern wurde je eine Aluminiumplatte und Bleiplatte pro Zelle abgeschaltet; die wirksame Al-Oberfläche betrug nunmehr 12 dm^2; die Bleifläche 11 dm^2.

V. Messreihe.

Gleichstromkreis unbelastet:

WV	WA	WW·	WW·	GV	GA	GW	Wirk. Grad	cos φ
10.6	1.9	20	6	—	—	—	—	0.30
21.6	4.0	86.4	27.5	13	—	—	—	0.32
32	5.0	160	60	26	—	—	—	0.37
44	8.5	374	125	38	—	—	—	0.33
56	13.5	756	460	44	—	—	—	0.61

Gleichstromkreis belastet:

41	12.7	521	365	27.5	2.9	79.8	22%	0.70
43	13.2	568	395	26.5	3.5	93	24%	0.69
41	14.0	574	410	25	4.3	108	27%	0.71
»	16.0	656	460	24	6.5	156	34%	0.70
40	17	680	540	23	8.3	191	35%	0.79
»	20	800	650	22	11.0	242	37%	0.81
39	25	975	870	19	17.2	327	37%	0.89
»	36	1404	1387	16.5	30	495	36%	0.98
38	42	1596	1575	14.8	35	518	33%	0.99
»	49	1862	1775	12.5	41	513	29%	0.96
»	52	1976	1850	12.0	44	528	29%	0.94
36	61	2196	2125	10	50	500	23%	0.97
35	63	2205	2200	9	52	468	21%	0.99
32	9.8	314	220	18.0	1.9	34	15%	0.70
»	10.5	336	250	17.4	2.3	40	16%	0.74
»	11.3	362	270	16.3	2.8	46	17%	0.75
»	12.8	409	330	15.3	4.0	61.2	18%	0.80
»	18.0	576	465	14.0	7.5	105	22%	0.81
»	23.0	736	630	11.7	11.8	138	22%	0.85
31	29	899	775	9.6	18	173	22%	0.86
	32	992	830	9.0	20	180	22%	0.84
»	37	1147	1010	7.0	26	182	18%	0.88
»	44	1364	1175	5.7	32	182	16%	0.87

Die an früherer Stelle erwähnte Beobachtung, dass bei länger dauernder Belastung die Drosselwirkung abnimmt und bei sinkendem Nutzeffekt im Gleichstromkreise die wahren und

scheinbaren Watt im Wechselstromkreise immer zunehmen, findet sich ebenfalls deutlich bestätigt durch nachfolgende Messungen mit einer kleinen Umformerbatterie, die ursprünglich zur Ladung einer 7-zelligen Akkumulatorenbatterie von 22 A. St. Kapazität dienen sollte, sich aber dazu als unbrauchbar erwies. Jede der 4 Zellen der kleinen Batterie enthielt 4 parallel geschaltete Aluminiumbleche und 4 parallel geschaltete Bleiplatten; wirksame Al-Oberfläche einer Zelle = 8.4 dm^2; wirksame Bleioberfläche 8 dm^2; Abstand der Platten ca. 1 cm; Inhalt einer Zelle: 2.5 Liter Alaunlösung.

VI. Messreihe.

Ladung von 7 Akkumulatoren.

WV	WA	WW_A	WW_W	GV	GA	GW	Wirk. Grad	cos φ	Temp. der Zellen	Zeit
30	18	540	400	18.0	2.6	47	12%	0.74	20° C.	9h 4 Min
»	21.5	645	500	17.8	2.0	36	7%	0.77	23° C.	9h 12 »
»	24	720	550	17.8	2.0	36	6%	0.79	27.5° C.	9h 14 »
»	27.5	825	660	17.2	1.9	33	5%	0.80	35° C.	9h 17 »
»	30	900	720	17.0	1.6	27	3%	0.80	39° C.	9h 20 »

VII. Messreihe.

Ladung eines Akkumulators mit ca. 1 Ohm Vorschaltwiderstand.

21	3.2	67	25	15	0	0	0	0.37	22.5° C.	1h 48 »
21.2	8.0	170	150	6.4	3.3	21	14%	0.88	—	1h 50 »
21.0	10.8	226	180	6.1	3.1	19	11%	0.80	—	1h 52 »
»	12.5	262	220	5.8	3.0	17.4	8%	0.84	26° C.	1h 55 »
»	14.0	294	245	5.8	2.9	16.8	7%	0.83	28° C.	2h 00 »
»	16.0	336	290	5.7	2.8	15.9	6%	0.86	30° C.	2h 07 »
20.5	16.5	338	295	5.7	2.6	14.8	5%	0.88	33.5° C.	2h 14 »
20.8	17.5	364	305	5.7	2.6	14.8	4.8%	0.84	36° C.	2h 19 »
20.7	19	393	325	5.7	2.6	14.8	4.6%	0.83	39° C.	2h 26 »
20.7	20	414	350	5.7	2.7	15.3	4.4%	0.84	41.5° C.	2h 31 »
21.0	21.5	451	370	5.9	2.8	16.5	4.4%	0.82	44° C.	2h 36 »
20.8	22	457	380	5.9	2.7	15.9	4.2%	0.83	46° C.	2h 39 »
21.0	23	483	395	5.8	2.7	15.6	4.0%	0.82	50° C.	2h 48 »

Haller Redivivus.

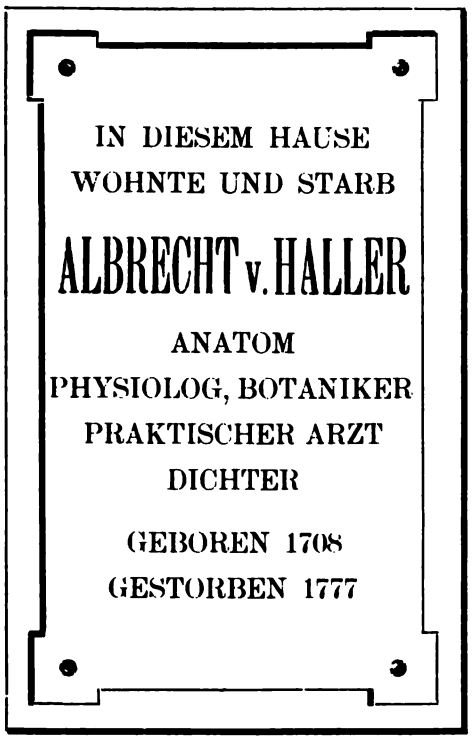
Am 17. Juli 1777, einige Monate vor dem Tode des grossen Berner Gelehrten — Albrecht von Haller — besuchte ihn Kaiser Joseph II. in seiner Wohnung an der Inselgasse zu Bern.

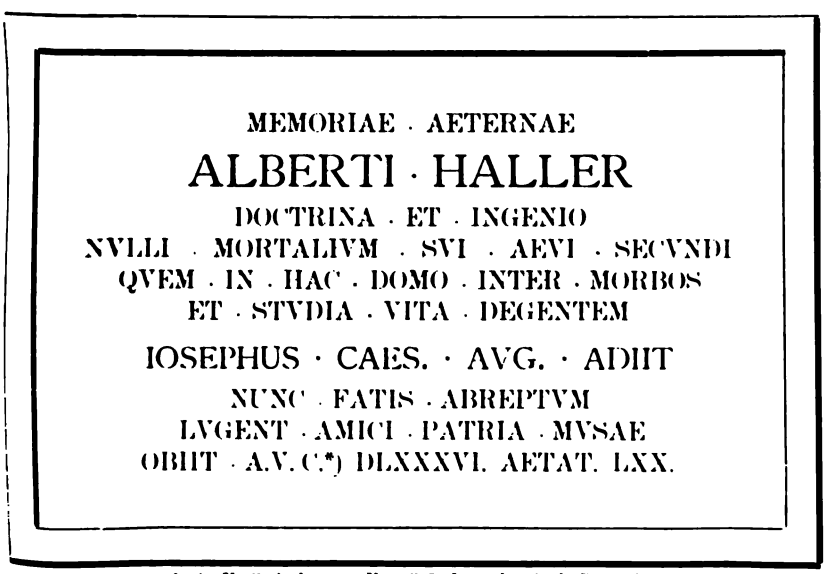
Über diesen Besuch findet sich in einem Wiener Briefe vom 30. Januar 1779 folgender Bericht:

„Haller, niedergedrückt von Alter und Krankheit, lebte ganz auf bei dem Anblicke Josephs. Er hatte Gegenwart des Geistes, Stärke, Heiterkeit und erweckte durch seine lebhafte Unterhaltung bei dem Monarchen ebensoviel Verwunderung als Vergnügen. Er war mitten in seiner Arbeit, als der Kaiser in sein bescheidenes Zimmer trat. Haller sprach zuerst und sagte: Gnädiger Herr! Sie erweisen einem sterbenden Greise zu viel Ehre. Der Kaiser, der ihn ganz mit Papieren und Büchern umgeben sah, fragte gleich, ob ihn die Arbeit nicht zu sehr ermüde, und Haller erwiderte, die Arbeit sei sein einziges Labsal, dadurch allein vergesse er zuweilen seine Gebrechen. „Dichten Sie noch?“ fuhr der Kaiser fort. „Das war meine Jugendsünde!“ antwortete Haller, „Herr von Voltaire allein macht Verse im achtzigsten Jahr.“

„Nun wandte sich das Gespräch auf medicinische Gegenstände, auf praktische Fälle, auf Van Swieten und de Haen; Haller war sehr gerecht gegen die Verdienste dieser grossen Männer, vergass aber doch nicht ganz seiner mit denselben gehabten Streitigkeiten. Sonach kam der Kaiser auf Göttingen, auf die dortige Societät der Wissenschaften und ihre Einrichtung, endlich auf den Zustand der Gelehrsamkeit überhaupt und zumal auf einige deutsche Gelehrte. Haller sprach von diesen Gelehrten mit vieler Billigkeit, auch mit Nachsicht, wo es nötig war, und von sich selbst mit der grössten Bescheidenheit, indess der

Haller's Wohnhaus an der ehemaligen Inselgasse in Bern.





*) A. V. C. bedeutet: Von Gründung der Stadt Bern ab.

Kaiser sich gegen ihn immer auf die liebreichste Art ausdrückte. Dieser merkwürdige Besuch dauerte eine Stunde. Der Eindruck, den er bei dem Monarchen und seiner Gesellschaft zurückliess, war ausserordentlich durch die vollkommenste Achtung für Haller und das unauslöschliche Andenken. Hievon hatte ich zwei Tage nachher die Ehre, in Basel ein Zeuge zu sein. Seine Majestät sprachen von Haller mit dem lebhaftesten Vergnügen, schätzte den Anlass, ihn gesehen zu haben, und sagte oft: „Ja — das ist ein Mann! Wie Wenige sprechen mit einer so männlichen Beredsamkeit und mit so vieler Würde; — wie wenige habe ich gekannt, bei denen ich so ganz den grossen Mann sah und den Mann voll Rechtschaffenheit; — wie wenige so geistvoll in Bildung, Stimme, Geberde und Ausdruck! Nie werde ich diese interessante Stunde vergessen. Wie schade, dass der Verlust dieses grossen Mannes so nahe ist.“ Bald hernach, den 20. September, kam ich in Bern zu dem Herrn von Haller. Er war sehr schwach und noch ganz in der Arbeit. Ich erzählte ihm die liebevollen Worte des Monarchen, die ich so glücklich gewesen war, selbst zu hören. Haller ward gleich wieder lebhaft und schien sehr gerührt. „Ich gehöre kaum mehr zu dieser Welt,“ sagte er, „wenige Dinge haben für mich Reiz und Wert; aber die Güte, die Liebe eines so tugendhaften, so rechtschaffenen Herrschers über viele Völker, die er glücklich machen wird, kann mir nicht gleichgültig sein. Ich liebe den Kaiser aus dem Grunde meines Herzens und verehre seine Denkungsart am Rande meines Grabes.“

Hallers Vaterstadt rüstet sich zur 200. Wiederkehr seines Geburtstages — am 8. October 1908 — ihm ein seiner würdiges Denkmal zu erstellen. Nicht nur in seiner Heimat gedenkt man dieser Feier und auch der Ehrenpflicht sein Wohn- und Sterbehaus zu erhalten, sondern in allen Ländern, deren Nationen Verständnis und Interesse für die Leistungen und Schöpfungen des vielumfassenden Gelehrten und Dichters besitzen.

Auch in seinen Poesien erkennt man den Naturforscher und eine Parallele zwischen ihm und Göthe, der auch in seinen Naturforschungen Dichter blieb, mag ein nicht unnöthiger Beitrag zur Litteraturgeschichte sein.

Haller preist in seinen dem Physiker Staehelin gewidmeten

Gedichte: „Die Falschheit menschlicher Tugenden“ die Naturwissenschaft und Newton in folgenden begeisterten Strophen:

Versenkt im tiefen Traum nachforschender Gedanken
Schwingt ein erhabner Geist sich aus der Menschheit Schranken
— — — — — — — — — — — — — — —
Wie durch unendlicher verborgner Zahlen Reih'
Ein krummgeflochtner Zug gerecht zu messen sei.
Warum die Sterne sich an eigne Gleise halten
Wie bunte Farben sich aus lichten Strahlen spalten
Was für ein innrer Trieb der Welten Wirbel dreht.
Was für ein Zug das Meer zu gleichen Stunden bläht.
Das alles weiss er schon, er füllt die Welt mit Klarheit
Er ist ein steter Quell von unerkannter Wahrheit.
— — — — — — — — — — — — — — —
Den Zug, der alles senkt, den Trieb, der alles dehnt,
Den Reiz in dem Magnet, wonach sich Eisen sehnt,
Des Lichtes schnelle Fahrt, die Erbschaft der Bewegung,
Der Theilchen ewig Band, die Quelle neuer Regung,
Dies lehre, grosser Geist, die schwache Sterblichkeit,
Worin Dir niemand gleicht und alles Dich bereut.
Doch suche nur im Riss von künstlichen Figuren
Beim Licht der Ziffer — Kunst, der Wahrheit dunkle Spuren;
Ins Innre der Natur dringt kein erschaffner Geist;
Zu glücklich, wann sie noch die äussre Schale weist!
Du hast nach reifer Müh und nach durchwachten Jahren
Erst selbst wie viel uns fehlt, wie nichts Du weisst erfahren.“

Göthe, der grimmige Gegner von Newtons Farbenlehre war erbittert über diese Verherrlichung des grossen Physikers und verhöhnte Haller in seinen Gedichten: „Allerdings“ und „dem Physiker“ folgendermassen: „Ins Innre der Natur“ — O du Philister! — „dringt kein erschaffner Geist“, Mich und Geschwister mögt Ihr an solches Wort nur nicht erinnern; Wir denken: Ort für Ort, Sind wir im Innern.“ „Glückselig wenn sie nur die äussre Schale weist!“ „Das hör ich sechzig Jahre wiederholen; Ich fluche drauf, aber verstohlen; Sage mir tausend, tausendmale: — Alles gibt sie reichlich und gern; Natur hat weder Kern — Noch Schale, — Alles ist sie mit einem Male; — Dich prüfe nur allermeist — Ob du Kern oder Schale seist.“

Und sodann im „Ultimatum."

„Wir kennen Dich Du Schalk! — Du machst nur Possen; Vor unsrer Nase doch — Ist viel verschlossen. — Ihr folget falscher Spur; denkt nicht wir scherzen! — Ist nicht der Kern der Natur Menschen im Herzen?"

Göthes Meinung über die Naturwissenschaft erkennt man aus einigen seiner „Sprüche in Prosa." Er sagt dort:

„Es wird eine Zeit kommen, wo man eine pathologische Experimentalkritik vorträgt und alle jene Spiegelfechtereien ans Tageslicht bringt, welche den Verstand hintergehen, sich eine Überzeugung erschleichen und, was das Schlimmste daran ist, durchaus jeden praktischen Fortschritt verhindern. Die Phænomene müssen ein für allemal aus der düstern empirisch-mechanisch-dogmatischen Marterkammer vor die Jury des gemeinen Menschenverstandes gebracht werden."

„Dass Newton bei seinen prismatischen Versuchen die Öffnung so klein als möglich nahm, um eine Linie zum Lichtstrahl bequem zu symbolisiren, hat eine unheilvolle Verirrung über die Welt gebracht an der vielleicht noch Jahrhunderte leiden."

„Der Magnet ist ein Urphænomen, das man nur aussprechen darf, um es erklärt zu haben; dadurch wird es denn auch ein Symbol für alles Übrige, wofür wir keine Worte noch Namen zu suchen brauchen." „Wenn ich die Augen recht ordentlich aufmache, sehe ich so ziemlich Alles, was zu sehen ist."

Im „polemischen Teile" zur Farbenlehre sagt Göthe:

„Wir können uns doch nicht enthalten zu behaupten, dass sich durch Erfahrung und Versuche eigentlich nichts beweisen lässt." Newtons Hauptexperiment nennt er „Muster von sophistischer Entstellung der Natur." [1]) In den Gesprächen mit Eckermann klagt er (1823): „Die mathematische Gilde hat meinen Namen in der Wissenschaft so verdächtig zu machen gesucht, dass man sich scheut ihn nur zu nennen." „Aber

[1]) Nach Göthes eigener Darstellung sagte aber Newton, dass es ganz gleichgültig sei, was für eine Theorie man zur Erklärung dieser Phänomene anwenden wolle; ihm sei es nur um die Thatsache zu thun, dass diese farbebringenden Eigenschaften des Lichtes durch Refraction manifestiert würden und sich eben auch so durch Reflexion, Inflexion u. s. w., manifestierten.

sagen Sie selbst," fuhr er fort, „konnte ich nicht stolz sein, wenn ich mir seit 20 Jahren gestehen musste, dass der grosse Newton und alle Mathematiker und erhabenen Rechner mit ihm in Bezug auf die Farbenlehre sich in einem entschiedenen Irrtum befanden, und dass ich unter Millionen der Einzige sei, der in diesem grossen Naturgegenstande allein das Rechte wisse? Mit diesem Gefühl der Superiorität war es mir denn möglich, die stupide Anmasslichkeit meiner Gegner zu ertragen."

Schopenhauer übertrumpfte in seinem Grössenwahne Göthe. Er schrieb ihm (am 11. Nov. 1815): „Für die eigentliche Theorie Newtons, welche Sie umgestossen haben, haben Sie keine neue gegeben. Dies eben ist meine Arbeit gewesen; in ihr erhält das Publikum ..... die Kenntnis der letzten Ursache und des innersten Wesens aller möglichen Farbe überhaupt, erhält also vollen Ersatz für die Newtonsche Theorie, indem meine wirklich ist, wofür jene sich ausgab."

In seiner Abhandlung „über das Sehen und die Farben" sagt er „in der schattigen Natur der Farbe konnte man gewissermassen die Quelle der Newtonschen Irrlehre suchen, dass die Farben Teile des bei der Brechung zersplitterten Lichtstrahls seien."

In gewohnter Heftigkeit polemisirt Schopenhauer gegen des grossen Physikers Pouillets Darstellung der Farbenlehre mit folgenden Worten: „Da finden wir auf 20 grossen Seiten die ganze Newtonsche geoffenbarte Farbenlehre vorgetragen, mit der Sicherheit und Dreistigkeit, als wäre es ein Evangelium und mit sämtlichen Newtonischen Taschenspielerstückchen nebst ihren Cautelen und Hinterlisten ..... unter gänzlicher Verschweigung der Widerlegung — eine colossale ignorantia elenchi."

Diese Naturphilosophen wussten die Farben nicht anders zu definieren, als nach den Eindrücken die sie auf sie übten, mit Verachtung physikalischer Eigenheiten: Schwingungszahl, Wellenlänge, Brechbarkeit etc. Ob die höchste Blüthe der Newtonschen Versuche: die Spectralanalyse wohl Göthe und Schopenhauer bekehrt haben würde?

Göthe lässt Faust sein naturwissenschaftliches Glaubensbekenntnis in folgende Verse kleiden: „Geheimnisvoll am lichten Tag lässt sich Natur des Schleiers nicht berauben, und was sie

Deinem Geist nicht offenbaren mag, das zwingst Du ihr nicht ab mit Hebeln und mit Schrauben."

Schiller mag wohl missbilligend an diese Worte gedacht haben, als er im „Würtembergischen Repertorium" (1782) folgendes Grabmal für Haller empfiehlt:

„Über dem Sarge zerreisst die Philosophie den Schleier, der über die Natur herabhing. Seine Werke, mit Lorbeer in den Schlangenstab und eine Leyer gebunden, liegen auf dem Sarge umher. Auf der entgegengesetzten Seite weint Hygiäa über sein Medaillon hin."

Die Inschrift heisst:

Corpori leges
Animo officia
Assignavit.

Der Platz ist auf einem Hügel ausser dem Kirchhof."

Schiller, der Regimentsmedicus und Verfasser der 2 Probeschriften: „Philosophie der Physiologie" und „Über den Zusammenhang der tierischen Natur des Menschen mit seiner geistigen" schildert in vollendeterer Poesie als Haller das Studium des Naturforschers, zumal Newtons in der Elegie „der Spaziergang":

„Aber im stillen Gemach entwirft bedeutende Zirkel
Sinnend der Weise, beschleicht forschend den schaffenden Geist.
Prüft der Stoffe Gewalt, der Magnete Hassen und Lieben,
Folgt durch die Lüfte dem Klang, folgt durch den Äther dem Strahl
Sucht das vertraute Gesetz in des Zufalls grausenden Wundern,
Sucht den ruhenden Pol in der Erscheinungen Flucht."

Emil du Bois-Reymond, einer der Begründer der modernen Physiologie, wendet sich in seiner Rectoratsrede („Göthe und kein Ende" 1882) gegen die blinde Verehrung Göthes als Naturforscher mit folgenden Sätzen:

„Mehr als seine eigenen Erfolge nützten, schadete die falsche Richtung, welche er der damals durch die sogenannte Naturphilosophie schon hinlänglich bethörten deutschen Wissenschaft einprägte. Man erinnere sich des argen mit der Wirbeltheorie getriebenen Missbrauches. Weithin verbreitet in den Schriften jener Zeit findet man seine unverkennbare Manier, seine Vorurteile, seine nicht immer unbedenklichen Maximen.

Gerade die Talentvollsten, welche Reichtum der Phantasie, Gedankenfülle und allgemeine Bildung ihm als Jünger zuführten, unterlagen am leichtesten diesem Einflusse. Sogar Johannes Müller war, bis zur gefährlichen Krise, aus der er als objectiver Forscher geläutert hervorging, in Götheschen Meinungen so befangen, dass der künftige Erneuerer der experimentellen Richtung in der deutschen Physiologie den „Versuch" gegenüber dem von Göthe empfohlenen blossen „Schauen" mit den Worten verketzert: „Die Beobachtung schlicht, unverdrossen, fleissig, aufrichtig, ohne vorgefasste Meinung, — der Versuch künstlich, ungeduldig, emsig, abspringend, leidenschaftlich, unzuverlässig."

Dagegen preist du Bois-Reymond den „Dichter" Göthe mit begeisterten Worten, wie es dem Künstler der Rede und Schrift, dem Entdecker eines Götheschen Gedichtes: „Eblis", dem Vater der meisterlichen Novellistin wohl ansteht.

Albrecht von Haller imponiert zunächst durch seine schlichte Charaktergrösse, die frei bleibt von der Selbstverherrlichung Göthes oder Schopenhauers.

Er fordert (in seinen Opera minora Tom. I, p. 131) vom Gelehrten: „Zunächst muss man die Geschichte der Experimente behandeln, dieselbe berücksichtigen mit jener ehrlichen Reinheit, welche ich höher schätze als das Genie."

In den 8 Quart-Bänden seiner „Elemente der Physiologie" findet man die Entwickelung und den Stand der Lebenswissenschaft bis zur zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts actenmässig begründet und die Resultate seiner eigenen Forschung eingeflochten. In den 3 Bänden seiner „Opera minora" teilt er die Ergebnisse seiner späteren Untersuchungen mit, während er im „Methodus studii medici" die gesamte naturwissenschaftlich-medicinische Literatur bespricht und dabei mehr als 4000 Bücher anführt und beurteilt.

Kein späterer Bearbeiter der Physiologie nahm es so genau mit der Geschichte seiner Wissenschaft.

Freilich war auch der Zusammenhang des internationalen Gelehrtenverbandes viel enger als heute, hauptsächlich wegen der gemeinsamen lateinischen Gelehrtensprache. Hierdürch war die Kenntniss der Fachlitteratur erleichtert. So documentirte sich auch schon äusserlich der gelehrte Stand.

Jeder Professor und jeder Student konnte an jeder grossen Universität lehren und lernen.

Jetzt, da man die „tote“ Gelehrtensprache wie einen unnützen Zopf bis auf Doctorendiplome — bisher Urkunden von internationaler Gültigkeit — und Adressen beseitigt hat, machen sich die Folgen der voreiligen Reform fühlbar.

In mindestens 17 Sprachen werden wissenswerte medicinische Werke gedruckt. Auf den internationalen Congressen bemerkt man die Schäden der Sprachverwirrung.

In unserer verkehrsreichen Zeit brauchen wir noch mehr als früher: Ein Verständigungsmittel der hochgeschulten Volksklassen.

Das mittelalterliche Latein hat sich vielleicht überlebt, die Naturwissenschaften streben nach internationaler Verständigung vermittelst der griechischen Sprache. — Auf „Gramm“ und „Meter“ beruht unser Maasssystem, auf der „Graphik“ unsere Verständigung über wissenschaftlich und technisch wichtige Vorgänge, auf der „Klinik“ unser ärztliches Wissen, unsere ärztliche Kunst.

Griechische Sprache und Mathematik sind die Hauptstützen unserer 2 Bildungsgebiete: des philosophisch-historischen und des mathematisch-naturwissenschaftlichen.

Die physikalischen, sodann auch die chemischen Untersuchungsweisen der Lebenserscheinungen wurden um die Mitte des vorigen Jahrhunderts von E. H. Weber, Helmholtz, C. Ludwig, du Bois-Reymond, Brücke, Kühne in ungeahnter Weise vervollkommnet, aber gar manches wurde wiedergefunden, was schon Haller beschrieben. Einige Beispiele mögen dies belegen:

In den Jahren 1854 und 55 waren die medicinischen und auch andere der Universität nahe stehende Kreise zu Wien in Erregung versetzt durch eine wissenschaftliche Fehde zwischen Brücke und Hyrtl, welche besonders von dem letzteren mit grosser Heftigkeit geführt wurde. — Es handelte sich um die sogenannte „Selbststeuerung des Herzens.“

Brücke meinte, dass der Blutstrom, den die linke Herzkammer in die grosse Schlagader wirft, nicht nur die halbmondförmigen Klappen öffnet, sondern dieselben gegen die Mündunger

der Kranzarterien presse, so dass kein Blut in die Herzwand einströme und die Zusammenziehung des Herzmuskels störe.

Hyrtl entgegnete, dass die Halbmondklappen bei den meisten Präparaten gar nicht bis zu den Kranzadermündungen reichen.

Viele bedeutende Physiologen jener Zeit nahmen Partei für und wider Brücke, bis Giulio Ceradini von Mailand 1872 in einer ausgezeichneten Abhandlung den „Mechanismus der halbmondförmigen Herzklappen" historisch und experimentell erklärte und dabei nachwies, dass nicht nur Haller (1739) Hyrtls Messungen gemacht hatte und durch Beobachtungen des schlagenden Herzens physiologisch begründet, sondern dass Haller in seiner historischen Darlegung der Frage Thebesius (1708) die (unrichtige) Theorie vom Schutzverschlusse zugeschrieben, dass aber zu jener Zeit viele Gelehrte sich für und wider diese Anschauung erklärt hätten.

Ähnlich ging es mit der Frage nach der Zusammenziehung der Blutgefässe. Allen Menschen ist wohl die Schamröte und das Erbleichen durch Schreck bekannt. Aber ob auch ohne Gehirnerregung die Gefässe sich verengen können, ist eine in neuerer Zeit, zumal von Goltz behandelte Frage und sowohl Aubert in seiner vortrefflichen Darstellung der Blutgefässinervation wie Milne Edwards, der sonst in seinem 14bändigen Lehrbuche der Physiologie gewissenhaft auf die Quellen unserer Kenntnisse verweist, beschreibt die selbständige Zusammenziehung der Arterien nach dem letzten Herzschlage, ohne einen Gewährsmann zu nennen.

Haller gibt im ersten Bande seiner Elemente der Physiologie eine Reihe von einfachen Versuchen an, durch die er nachwies, dass abgebundene Blutgefässstämme ihren Inhalt in ihre Zweige entleeren.

Dem grossen Anatomen Henle wird die Entdeckung einer elastischen Arterienhaut zwischen der innersten Haut und der Muskelhaut zugeschrieben.

Haller beschrieb in einem eignen § VIII des ersten Bandes seiner Elemente diese „Cellulosa interior." Er kannte die Muskelhülle der Arterien und gibt an, dass C. Gottlieb Ludwig in Leipzig 1739 auch in den Wandungen der Gehirnarterien einzelne Muskelfasern nachgewiesen habe.

Im Jahre 1850 berichtete Eduard Weber zu Leipzig «Übe ein Verfahren, den Kreislauf des Blutes und die Function de Herzens willkürlich zu unterbrechen». Die Physiologen hielte alte Erzählungen von Menschen, die durch blossen Willen sterbe konnten, für unglaubwürdig. Galen berichtet vom Tode eine Sklaven, der in Wut versetzt, sich tötete, indem er auf den Bode ausgestreckt den Atem anhielt. Auch Valerius Maximus erzähl folgende merkwürdige Begebenheit: Coma, der Bruder de Räuberhauptmanns Kleon, wurde gefangen nach Esina gebrach welches den Räubern von den Römern abgenommen worde war. Als der Konsul Rupilius ihn über die Macht und die Al sicht der Flüchtigen gefragt hatte, bat er um Zeit sich z sammeln, verhüllte sein Haupt und indem er sich auf sein Knie stützte und den Atem unterdrückte, verschied er sorgenfre unter den Händen seiner Wächter und vor den Augen des Macht habers. «Mögen sich die Elenden quälen, denen nützlicher ist z sterben, als fortzuleben, mit ängstlichen Vorsätzen, wie sie au dem Leben gehen sollen, mögen sie das Schwert schärfen, Gif mischen, zum Strange greifen, von ungeheueren Höhen herunte schauen, als ob es grosser Vorrichtungen bedürfte, um da schwache Band zwischen Leib und Seele zu trennen. Com brauchte von alledem nichts, sondern fand dadurch, dass er de Atem in der Brust verschloss, seinen Tod.» Appianus erzähl ähnliches vom jüngeren Cato und von einem Haruspex. Der eng lische Arzt George Cheyne hat einen ähnlichen Todesfall beol achtet, giebt aber keine Erklärung des rätselhaften Tode E. Weber erklärte den Tod folgendermassen: «Wird die Brus höhle nach Verschliessung des Kehlkopfes .... verengert, so ... übt die Lungenluft gleichförmigen Druck auf das Herz und di grossen Gefässstämme aus. Weil der Zufluss des Blutes durc die Hohlvenen zum Herzen abgeschnitten ist, wird der Pul augenblicklich sehr klein ..... und bleibt, wenn aus dem leere Herzen kein Blut mehr in die Aorta gelangt, ganz aus.» E. Webe erzählt von sich: «Als ich einmal die Zusammendrückung dc Brust unabsichtlich etwas länger als gewöhnlich, gewiss aber noc keine Minute, fortgesetzt hatte, wurde ich ohnmächtig. Währen dieses bewusstlosen Zustandes waren von den Umstehenden i meinem Gesichte schwache convulsivische Bewegungen bemerk

worden, und als mir die Besinnung zurückkehrte, war das Gedächtnis des Vorgefallenen so vollständig verschwunden, dass ich, ungeachtet mein Puls wieder wie vorher laut gezählt wurde, mich in den ersten Augenblicken nicht erinnern konnte, wo ich war und was um mich vorging.»

Solches Zusammendrücken der Luft in der Brusthöhle geschieht bei vielen Körperverrichtungen: kurz dauernd bei Husten, Niesen, Brechen, oder länger während bei Darmentleerung und Krampfwehen und kann lebensgefährlich werden.

Gerade ein Jahrhundert zuvor hat aber schon Lamure noch vor Haller (wie dieser gewissenhaft angiebt) beschrieben, wie bei der Ausatmung zunächst der Brustkasten verengt wird, dabei nicht nur die Lungen, sondern auch die Vorkammern des Herzens zusammengedrückt werden, wodurch das Blut in den Venen gestaut wird und so die nahe der Brust gelegenen Organe geschwellt werden. Hierdurch erklärt Haller auch die Bewegungen des Gehirns bei der Atmung, die man nicht für möglich hielt.

Donders hat hundert Jahre später sich und Herrn Berlin das Verdienst dieser Beobachtung zugeschrieben.

Angelo Mosso hatte mit Giacomini Gelegenheit, an einem verwundeten Manne die Bewegungen des Gehirns zu beobachten und hat bei Beschreibung dieser interessanten Erscheinungen gewissenhaft auch Hallers Berichte angegeben.

Haller hat hierbei den Einfluss der Atmung auf den Blutkreislauf in den Lungen genau studiert. Er sagt: Beim Atemholen läuft das Blut mit Leichtigkeit aus der rechten Herzkammer in die erweiterte Lunge, daher leeren sich die Hohladern in die Vorkammer und die rechte Höhle des Herzens aus, die in diesem Augenblicke minder widerstehen. Unter dem Ausatmen widersteht die zusammengepresste Lunge dem Blute des Herzens, daher schwellen die grossen Blutadern. Zu ähnlichen Schlüssen kamen ein Jahrhundert. später Poiseuille, danach Quincke mit Pfeiffer und andere.

Eine der Haupterrungenschaften der modernen Anatomie und Physiologie ist die Kenntnis des Baus und der feineren Functionen des Gehirns, und daraus resultierte der Triumph der Gehirnchirurgie.

Hughlings Jackson machte 1870 die überraschende Mitteilung, dass durch Hirnverletzung epileptische Krämpfe entstehen können, während frühere Forscher, wie Astley Cooper (1836), angenommen hatten, dass die Anfälle durch Störungen des Blutlaufs im Gehirn erzeugt werden. Bei den Chirurgen gilt jetzt die «Rindenepilepsie» als eine durch Entfernung drückender Knochen heilbare Krankeit.

Haller handelt aber darüber schon im Jahre 1762 (im Band IV seiner «Elementa») und sagt: der Sitz des schrecklichen Übels (der Epilepsie) wird oft im Gehirn gefunden, wenn dasselbe Pressungen ausgesetzt ist, oder wenn Knochensplitter das Gehirn stechen; oder man fand als Ursache eine bewegliche Bleikugel zwischen der harten Hirnhaut und dem Schädeldache eingeschlossen u. s. w.

Er teilt sogar mit, dass solche Epilepsie dadurch geheilt werden konnte, dass aus dem geöffneten Schädel die reizenden Gegenstände entfernt wurden. Dabei hielt er jedoch, wie alle Forscher bis auf Hitzigs berühmte Entdeckung der motorischen Hirnrindencentren, die Hirnrinde für unerregbar.

Auch im Gebiete der Muskellehre hatte Haller schon überraschende Kenntnisse, die wieder in Vergessenheit gerieten. Im Bande IV seiner «Elementa» erzählt er, dass Bertier (1740) sich vorstelle: der thätige Muskel ziehe sich zusammen, indem das Blut ihn befeuchte, «so wie Wasser einen befeuchteten Strick kürzer macht».

Th. W. Engelmann hat 1873 in ganz analoger Weise die Zusammenziehung des Muskels durch Quellung seiner doppelbrechenden Teile erklärt.

Als merkwürdigste Priorität Hallers habe ich aber folgende gefunden: Der verstorbene Königsberger Physiologe v. Wittich veröffentlichte im Jahre 1857 eine lateinische Habilitationsschrift mit dem (übersetzten) Titel: «einige Experimente zum Beweise von Hallers Lehre der eigenen Muskelerregbarkeit.» Darin führt er als Hauptversuch folgenden an: Er spritzt Fröschen Wasser in die Blutgefässe und sieht sie danach in Krampf geraten.

Haller lehrte ungefähr 100 Jahre zuvor in seinen Elementen: Einspritzung von Wasser in ein lebendes Tier — nicht nur in die Arterien, sondern auch in die Venen — erregt krampfhaftes Zittern der Muskeln.

Er führt als früheren Beobachter Duverney an, den Du Hamel erwähnt habe.

Am wenigsten vermutete man bei Haller Kenntnisse der Physiologie der Sinnesorgane.

Der geistreiche, junge Sinnesphysiologe Th. Beer hat über Bau und Function der Fischaugen 1894 wertvolle Beobachtungen veröffentlicht: «Es herrscht — sagt er — bei den Fischen ein anderes Einstellungsprinzip als im Auge der Landwirbeltiere: Ein glatter Muskel, welcher sich mit seiner Sehne an die Linse, das Objectiv des Fischauges, anheftet, besorgt die Einstellung.... Die Linse wird, wenn das Auge für die Ferne eingestellt werden soll, nach rückwärts gezogen, also der Netzhaut genähert, ganz ähnlich wie in vielen unserer photographischen Apparate zu gleichem Zweck das Objectiv dem lichtauffangenden Schirm genähert werden muss.»

Haller teilt im dritten Bande seiner «Opera minora» seine Beobachtungen über die Accommodation des Fischauges in folgendem Satze mit:

«Die Fische haben einen eignen sehr roten Muskel, welcher seine Blutgefässe aus der Aderhaut empfängt und in dem für ihn bereiteten Ruysch'chen Beutel liegt, den er zusammenziehen und somit das ganze Auge verkürzen kann, so dass der Strahlenkegel von sehr entfernten Puncten doch in der Netzhaut wieder vereint werden kann».

Und sogar vor dem grossen Helmholtz könnte Haller die Priorität beanspruchen in der Vorstellung von der Tonwahrnehmung.

In der 5. Ausgabe der «Lehre von den Tonempfindungen» 1896 findet sich S. 232 folgender allbekannte Satz: «Das wesentliche Ergebnis unserer Beschreibung des Ohres fassen wir demnach dahin zusammen, dass wir die Enden der Hörnerven überall mit besonderen, teils elastischen, teils festen Hilfsapparaten verbunden gefunden haben, welche unter dem Einfluss äusserer Schwingungen in Mitschwingungen versetzt werden können und dann wahrscheinlich die Nervenmasse erschüttern und erregen.»

Haller berichtet im 5ten Bande seiner «Elementa» (pag. 293): Am wahrscheinlichsten hielten es die berühmten Männer: Duverney, Boerhave, de Mairan, Nollet, Cotunnus, Musschenbroeck, dass jene

membranöse Spirallamelle mit ihren zwischen beiden Blättern verlaufenden Nerven . . . . . eine Vorrichtung darstelle, welche unzählige Saiten enthielte: . . . sowohl sehr lange für tiefe Töne passend, als auch sehr kurze mit höchsten Tönen harmonierende und dass durch deren Erzitterungen: der Seele die Töne unterschieden vorgestellt werden . . . . Es sei also die Spirallamelle das wichtigste Hörorgan.

Wer in Hallers Werken sucht, wird noch viele Beobachtungen finden, die späteren Entdeckern unbekannt geblieben sind.

Aber darum darf man die Fortschritte der Physiologie, welche um die zweite Hälfte des vorigen Jahrhunderts anhoben, nicht unterschätzen. Die messenden Versuchsweisen der neueren Physik haben mehrere Zweige unserer Wissenschaft in die Reihe der exacten Fächer gerückt. du Bois-Reymonds Elektrophysiologie machte nach Methode und Resultaten Epoche. Gegenüber den Helmholtz'schen Messungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erregung im Nerven erscheinen, die naturphilosophischen Speculationen von Hallers Zeitgenossen, die er uns mitteilt, phantastisch. Man nahm ein Nervenfluidum an, welches aus den kleinsten Blutgefässen des Gehirns zu den Muskeln und von den empfindlichsten Teilen zum Sitze des Bewusstseins fliesse und stellte sich vor, dass der Strom desto schneller sei, je enger die Röhren. Weiter nahm man an, dass die Herzkraft auch das Fluidum in den Nervenröhren treibe und dass im gleichen Verhältnisse wie ein Nervenröhrchen enger sei als die grosse Schlagader der linken Herzkammer, das Nervenfluidum schneller ströme als das Blut. So berechnete man, von vagen Schätzungen ausgehend, die Geschwindigkeit des Nervenprinzips auf 50 Meter (nach Haller)[1], oder 2500 oder 10800 oder 19200000000 Meter in einer Sekunde. Dabei machte Haller wohlbegründete kritische Betrachtungen darüber, wie ungemein dünn ein in engsten Röhrchen so schnell fliessender Stoff sein müsse und hält ihn für ein dem Feuer ähnliches Element.

Die Function der Nerven hat Haller, vom Standpuncte seiner Irritabilitätslehre aus, vielfach untersucht. Er stellte durch

---

[1]) Durch seltsamen Zufall ist diese Zahl nahezu die von Helmholtz gefundene.

Versuche fest, dass diejenigen Teile, deren Nerven durchtrennt wurden, gefühllos und gelähmt sind. Er fand, dass der periphere gereizte Nervenstumpf die zugehörigen Muskeln zur Zusammenziehung bringt; dass aber durch die umschnürte Nervenstelle kein Reiz hindurch geleitet wird, so dass Reize oberhalb keine Bewegung, unterhalb keinen Schmerz verursachen. So war er ganz nahe der Entdeckung, welche Charles Bell unsterblich gemacht hat: dass verschiedene Nerven die Bewegungs- und die Empfindungs-Antriebe leiten. Aber, obwohl er den Zwerchfellnerven oft prüfte, wollte er doch nicht bemerken, dass dieser ein Bewegungsnerv, aber kein Empfindungsnerv sei. In seinen Elementa physiologiae (Tom. IV, pag. 391) steht der kategorische Satz: «Verum nullus, quod ego norim, nervus datur, qui moveat neque sentiat una.» (d. h.: Es giebt, soviel ich weiss, keinen Nerven, der bewege und nicht zugleich empfinde.) So weist er die im Altertume gültige Lehre von der verschiedenen Wertigkeit der Nerven entschieden zurück.

Haller leitet in seinem akademischen Vortrage: «von den empfindlichen und reizbaren Teilen des menschlichen Körpers» sein berühmtes System mit folgenden Definitionen ein: «Denjenigen Teil des menschlichen Körpers, welcher durch ein Berühren von aussen kürzer wird, nenne ich reizbar.»

„Empfindlich nenne ich einen solchen Teil des Körpers, dessen Berührung sich die Seele vorstellt."

„Unempfindlich nenne ich hingegen die Teile, ... durch die kein Zeichen eines Schmerzes ..... erreget wird."

Er ist stolz darauf nachgewiesen zu haben, dass das „Knochenhäutchen" unempfindlich. Er sagt: „Die Ärzte, Zergliederer und Wundärzte, welche anders denken und ihre Meinung von den Alten her haben, werden mir vergeben, dass ich ihnen hier widerspreche: sie werden das, was ich hier behaupte und das fast wider die Meinung des ganzen menschlichen Geschlechts ist, nicht verwerfen, wenn sie den Ursprung der angenommenen Meinung in Erwägung ziehen."

Den „reizbaren" Muskel hält er aber zugleich für empfindlich, „ob er wohl diese Eigenschaft viel mehr von den Nerven, als von sich selber hat."

Er verwahrt sich ausdrücklich dagegen, Teile für reizbar zu halten, die nur empfindlich sind, obwohl er „die Reizbarkeit von berühmten Männern solchergestalt annehmen gesehen habe, dass sie auf diese Wirksamkeit der Fasern ein fast allgemeines System der Bewegungen in dem menschlichen Körper gebauet, und alle Verrichtungen der Fasern, der Gefässe, der Nerven, der Muskeln, kurz der ganzen menschlichen Maschine von dieser Reizbarkeit einzig hergeleitet haben."

Er verwahrt sich auch energisch gegen die Annahme decentralisierter Seelenteile. Er sagt: „Des Robert Whytts teilbare Seele hat die Notwendigkeit eines Lehrgebäudes veranlasst und den Mann gezwungen sie in so viele Teile zu spalten, als dem Zergliederer Muskeln oder Teile der Eingeweide von dem menschlichen Körper abzuschneiden beliebt hat."

Haller misst abgetrennten Körperteilen auch nicht Spuren seelischer Eigenschaften zu. Er sagt: „Dieser abgeschnittene Finger, diese abgerissene Muskel wird nicht von meiner Seele, nicht von einem Teil derselben bewohnt ..... Mein Wille, mein Gedächtnis, meine Einbildungskraft, mein Vermögen zu urteilen bleiben (auch ohne den Finger) noch vollkommen ..... dieser unverstümmelte Willen aber kann nun nicht mehr in diesem Finger wirken: und gleichwohl bleibt dieser Finger reizbar. Die Reizbarkeit hängt also weder von dem Willen noch von der Seele ab." .... „Die Nerven scheinen nur so viel zur Bewegung der Muskeln beizutragen, dass sie den Willen der Seele auf denjenigen Teil bringen, welcher bewegt werden soll; und dem vermehren und erwecken sie, — diese Vermehrung mag nun geschehen wie sie will — die natürliche Kraft der Fasern, dadurch dieselben sich zu verkürzen streben!"

Der Physiologe Engelmann lässt auch gegenwärtig wieder in ganz ähnlicher Weise auf den Herzmuskel gewisse Herznerven wirken, die er „positiv-inotrope" nennt.

Haller kannte und beschrieb im 8. Bande seiner „Elementa" ganz eingehend die Vererbung, auch von Charaktereigentümlichkeiten von Mutter und Vater durch Ei- und Samenzelle, folgert aber daraus nicht die Verteilung von Seeleneigenschaften auf Zellen.

Reil, der 1796 das „Archiv für die Physiologie" begründete, leitet dasselbe mit seiner berühmten Abhandlung „Von der

Lebenskraft" ein. Dort (S. 83) verwirft er Hallers Einteilung in folgender Auseinandersetzung: „Wenn wir die Empfänglichkeit tierischer Organe für Reiz, nach den Erscheinungen, die der Reiz erreget, Reizbarkeit (irritabilitas), wenn er Bewegungen, Empfindlichkeit (sensibilitas), wenn er Empfindungen erregt, benennen: so fehlt uns eine Benennung für diese Eigenschaft tierischer Organe im allgemeinen." .....

„Wie nennt man die Erregbarkeit in Organen, die weder Muskeln noch Nerven sind?" ..... „Um diesen unnützen Streitigkeiten auszuweichen, werde ich mit dem Worte Reizbarkeit, Erregbarkeit (irritabilitas, incitabilitas) die Empfänglichkeit tierischer Organe für Reiz überhaupt bezeichnen und die specifische Reizbarkeit nach den Organen in welchen sie stattfindet: Nervenreizbarkeit, Muskelreizbarkeit, Reizbarkeit der Gefässe, der Drüsen, des Herzens, des Magens u. s. w. benennen."

Reil hat damit — im Gegensatze zu Haller — eine Decentralisation der Körperorgane proclamiert. Er sagt: „Der ganze Körper besteht aus mehreren grossen Gliedern; jedes Glied wieder aus Muskeln, Gefässen, Nerven; der Muskel wieder aus Häuten, Fasern, Gefässen. Welch eine künstliche und zusammengesetzte Mechanik!"

Johannes Müller warnt in der ersten Auflage seines berühmten Handbuchs der Physiologie (Bd. I, S. 48) davor, Hallers Irritabilitätsbegriff zu verallgemeinern. Er sagt: „Einige verwirrte Schriftsteller haben diesen Begriff von Irritabilität zu einer Formel für willkürliche Fictionen gemacht, so dass man sogar von einer Irritabilität in den Nerven gesprochen hat."

Noch im Jahre 1835 galt für Johannes Müller der dunkle Lebenssatz von Kant: „Die Ursache der Art der Existenz bei jedem Teile eines lebenden Körpers ist im ganzen enthalten, während bei toten Massen sie jeder Teil in sich selbst trägt."

Es ward Licht, als der Gottbegnadete Entdecker Theodor Schwann im Jahre 1838 unter Johannes Müllers Leitung „mikroskopische Untersuchungen über die Übereinstimmung in der Structur und dem Wachstum der Tiere und Pflanzen" vollendet hatte. „Nach Schwanns Entdeckung bestehen alle Gewebeteile der Tiere, anfänglich beim Embryo, überall aus den Pflanzenzellen analogen Zellen."

. . . . . „Die Zellen der Tiere und Pflanzen besitzen als Bildungsteile aller Gewebe und des Keimes selbst ein eigenes Leben innerhalb des Ganzen. Sie entstehen, erzeugen ihresgleichen in sich oder um sich und oft sieht man unter dem Mikroskope mehrere Generationen von Zellen zusammen, die Mutterzellen mit der jungen Brut, den jungen Zellen ausgefüllt und diese wieder noch jüngere Zellen oder junge Kerne enthalten, wie in den Knorpelzellen. Diese Zellen sind nun auch die Träger der wirksamen Kräfte in dem Lebensprozess; sie besitzen eine metabolische Kraft die ihnen naheliegenden Stoffe zu verwandeln; . . . . oft auch verwandeln sich die primitiven Zellen in andere Formen, durch Verlängerung in Fäden, wodurch die Zellgewebefäden entstehen, oder durch Vereinigung mehrerer Zellen zu Cylindern, wie bei den Muskeln und Nerven.“ [1])

Brücke bezeichnete (1861) die Zellen als „Elementarorganismen“, „deren Complication wir zwar insofern nicht mit der der Tiere vergleichen können, als wir bis jetzt kein Recht haben anzunehmen, dass sie sich wieder aus zahllosen, kleinen Organismen zusammensetzen, von denen wir aber immerhin zugeben müssen, dass sie einen höchst kunstvollen Bau darstellen, dessen wesentliche architektonische Elemente unserem Blicke vollständig entzogen sind.“

Wie divergent ist der Weg zu dieser einheitlichen Erkenntnis von demjenigen der dualistischen „Haller'schen Ideen“ von Erregbarkeit und Empfindlichkeit.

Haller schrieb: „Da Bœrhave die Nerven für den ersten wahren Grundstoff des menschlichen Körpers angenommen hatte, so durfte er nicht viel weiter gehen, zu bejahen, dass kaum ein Teilchen des menschlichen Körpers sei, welches nicht empfinde oder sich bewege: und diese Meinung, wider welche ich anderwärts Verschiedenes erinnert habe, ist fast durch ganz Europa angenommen worden.“

„Die einfachen Teile des menschlichen Körpers sind die Nerven, die Schlagadern, die Blutadern, die kleinen Gefässe, die Häute, die Muskelfasern, die Fasern der Sehnen, der Bänder, der Knochen und das zellichte Gewebe.“ . . . . .

---

[1]) Johannes Müllers Handbuch der Physiologie. Bd. IV, S. 45.

„Da die Muskelfaser aus einer Gallerte, oder aus einem Leim und aus erdichtem Grundteilen besteht, so fraget sichs, ob die reizbare Kraft in dem Leim oder ob sie in der Erde ihren Sitz habe? Dass sie eher in dem Leim ihren Sitz haben möge ist wahrscheinlich, weil derselbe eine Neigung sich zu verkürzen hat, und wenn man ihn zieht wieder zurückfährt."

Haller weist Stahls Lehre von der alles erregenden Seele zurück, aber er spricht gar nicht über die Bekenner einer Lebenskraft. Diese ist auch keineswegs immer so definiert worden, dass sie vom biologisch mechanischen Standpunkte aus mit Verachtung zurückgewiesen werden müsste.

Reil sagt (1796) in seiner früher erwähnten Abhandlung: „Lebenskraft deutet das Verhältnis mehr individualisierter Erscheinungen zu einer besonderen Art von Materie an, die wir nur in der belebten Natur, bei Pflanzen und Tieren treffen."

„Physisch wirkt alles in der Körperwelt: auch die belebte organische Materie und alle Kräfte lassen sich zuletzt sämtlich auf Verschiedenheit der Grundstoffe und auf eine einzige allgemeine Eigenschaft derselben, auf Wahlanziehung zurückführen."

„Worte sind willkürliche Zeichen unserer Begriffe und es kommt nur darauf an, den Begriff genau zu bestimmen."

„Alle Hypothesen über die Natur jener (in den Nerven wirkenden) Kräfte sind ebenso unnütz, wie in der physischen Astronomie Hypothesen über die Natur der Schwere."

«Hypothesen können in gewissen Fällen nützlich, ja oft notwendig sein, aber niemals solche, wodurch man die Natur von Grundkräften erklären will. Diese sind Götzen die man dulden kann ..... zum Spielwerke, oder zum Beweise der Geschicklichkeit des Künstlers, welche aber verwerflich werden, sobald man sie zum Gegenstande religiöser Verehrung macht. Immerhin mögen sie noch so grosse Meisterstücke, mit einem noch so grossen Aufwande von Genie verfertigt sein, sie bleiben doch in diesem Falle schädlich. Denn ein Idol ist ein Idol, es mag von einem stupiden Feuerländer geschnitzt, oder aus den Händen eines Phidias hervorgegangen sein.»

Haller will (Bd. IV, S. 514) nach der Ursache der Bewegungsmacht, welche der Muskelfaser innewohnt, nicht forschen, ist aber

überzeugt, dass sie weder mechanische noch physikalische (wie eine tote Faser) Kraft habe. «Vis viva musculo propria est» (S. 453). (Die lebendige Kraft ist dem Muskel eigentümlich.) Den Effect der Muskelbewegung sehen wir: «motus naturam ignoramus» (S. 560). (Die Natur der Bewegung kennen wir nicht.) «Von dem, was sich nicht mit dem Messer oder dem Mikroskop entdecken lässt, wage ich nicht gern Mutmassungen, und enthalte mich, dasjenige zu lehren, was ich selbst nicht weiss,» sagt der charaktervolle Gelehrte und fügt hinzu: «Es ist eine stolze Art der Unwissenheit, andere leiten zu wollen, wo man selbst nichts sieht.»

Er würde sich wohl verwahrt haben, wenn man ihm prophezeit hätte, dass in seinen «Ideen» die Cellularphysiologie oder gar die Theorie der specifischen Sinnesenergien enthalten sei.

Haller beschreibt im fünften Bande seiner «Elementa» genau die Lichterscheinungen, welche durch Druck oder Stoss auf das Auge hervorgerufen werden können. Er sagt: «Es ist ein eigentümliches und nützliches Zeugnis dafür, dass unser Geist ähnliche Sensationen nicht zu unterscheiden vermag, oder die Wirkung einer wenig bekannten Ursuche, der mehr bekannnten zuschreibt. Der Eindruck äusseren Lichts ist der Netzhaut des Auges mehr bekannt als der Eindruck durch einen harten nicht leuchtenden Körper . . . . . Die Eindrücke der Sinne werden durch das Nervenfluidum zum Sitze der Seele geleitet . . . . . Die «secundären Qualitäten» der Körper (Cartesius, Locke etc.) werden «relativo modo» von uns wahrgenommen und als Farben, Töne, Geschmack bezeichnet, die man nach Gestalt, Bau und Molecularbewegung verschieden auffasst. Aber unsere Sinne malen uns nicht die Qualitäten der Dinge.

Wie anders schon sein späterer Gegner Reil: «Ein Reiz kann in einem Organe nur solche Erscheinungen, die der Natur des Organs angemessen sind, erregen.» . . . . .

«Die Erregung ist specifisch in jeder besonderen Gattung von Organen.»

Johannes Müller schuf, unbeeinflusst von Haller und von Reil, seine Sinnesphysiologie. In den Sätzen V und VII des 5. Buches seines Lehrbuchs giebt er die wichtigsten Definitionen seiner Lehre:

«V. Die Sinnesempfindung ist nicht die Leitung einer Qualität oder eines Zustandes der äusseren Körper zum Bewusstsein, sondern die Leitung einer Qualität, eines Zustandes eines Sinnesnerven zum Bewusstsein, veranlasst durch eine äussere Ursache, und diese Qualitäten sind in den verschiedenen Sinnesnerven verschieden, die Sinnesenergieen.» (Bd. II, S. 254.)

«VII. Ob die Ursachen der verschiedenen Energieen der Sinnesnerven in ihnen selbst liegen, oder in Hirn- und Rückenmarkteilen, zu welchen sie hingehen, ist unbekannt, aber es ist gewiss, dass die Centralteile der Sinnesnerven im Gehirn, unabhängig von den Nervenleitern, der bestimmten Sinnesempfindungen fähig sind.» (S. 261.)

Um das Verdienst eines Entdeckers zu beurteilen, muss man sich in die Anschauungen seiner Zeit vertiefen.

«Was ihr den Geist der Zeiten heisst, das ist im Grund der Herren eigener Geist, in dem die Zeiten sich bespiegeln.»

Ein Kind vermag in seiner heimischen Gegend zu geleiten; doch dem Fremdling die Wege so zu beschreiben, dass er nicht fehlgehen kann, ist eine schwere Führerkunst.

Harvey hat 9 Jahre gezögert seine grosse Lehre vom Kreislaufe des Blutes zu veröffentlichen (1628), bis er sicher war, alle Einwände entkräften zu können. Erst hat man seine Lehre bekämpft und später seine Priorität. Noch in den letzten Jahrzehnten hat man drei Männern als den Entdeckern des wichtigsten Lebensvorganges Statuen errichtet: Servets (1553) Standbild in Madrid, rühmt den Spanier, Pisa und Rom verewigten Cesalpino (1583), als wahren Entdecker des Blutkreislaufes; Harveys Monumente aber stehen zu London, zu Hempstead und in seiner Vaterstadt Folkestone.

Dr. Bergson schrieb sogar Dante die Entdeckung des Kreislaufs zu. Wie verführerisch ist es, mit späteren Kenntnissen, verschwommenen Vorstellungen feste Formen zu geben!

Der gewissenhafte Historiker Haller hielt sich von solchen Imputationen frei. Seine Wahrhaftigkeit und Selbstkritik offenbart er in folgenden Sätzen seiner Vorrede zum letzten Bande seiner «Elementa»: «Wenn im langen Werke auch Irrtümliches geblieben ist — und warum sollte dies nicht — so gestehe ich,

dass dies meiner Aufmerksamkeit entgangen ist. Niemals aber möge man glauben, dass ich mit Wissen und Willen dem Leser imponieren wollte, dem zu Liebe ich so grosse Arbeit unternommen habe.»

«Fallere (enim) turpe, errare humanum est.» (p. XXII) «Täuschen ist schimpflich, irren menschlich.»

Glücklich schätzen wolle er sich, wenn sein Leben im Suchen des Wahren für sein Jahrhundert nicht vergeblich gewesen sei.

G. Sidler.

(Eingereicht den 15. September 1902.)

Zur Theorie des Kreises, u. a.

1. Die Paare konjugierter Durchmesser einer Ellipse bilden ein involutorisches Strahlsystem. Wird daher durch den Mittelpunkt O einer gegebenen Ellipse ein beliebiger anderer Kegelschnitt gelegt, so gehen die Sehnen dieses letztern, welche die zweiten Schnittpunkte je eines Paares konjugierter Durchmesser der gegebenen Ellipse mit diesem Kegelschnitte verbinden, durch einen nämlichen Punkt. Nimmt man für diesen zweiten Kegelschnitt einen Kreis, so lässt sich auf diesen Satz eine einfache Lösung gründen der

Aufgabe: Gegeben nach Grösse und Richtung zwei konjugierte Durchmesser AA' und BB' einer Ellipse: man finde die Richtungen der Axen.

Lösung[1]). Wir ziehen (Fig. 1) die Geraden BA' und $B1$, und durch den Mittelpunkt O der Ellipse parallel zu diesen Geraden die Strahlen $O\gamma$ und $O\delta$, so liegt auf diesen Strahlen ein zweites Paar konjugierter Durchmesser der gegebenen Ellipse. Wir legen nun durch O einen beliebigen Kreis, so werde dieser von $O1$ und OB noch in α und β, und von $O\gamma$ und $O\delta$ noch in γ und δ getroffen. Die Kreissehnen $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$ mögen sich in J schneiden, und es sei u v der durch J gehende Durchmesser des Kreises, so liegen die Axen der gegebenen Ellipse auf Ou und Ov.

Um auch *die Grösse der Axen* zu erhalten, ziehe man durch B zu $O1$ eine Parallele, welche Ou in T schneide, und schlage über OT als Durchmesser einen Halbkreis. Die durch B senkrecht zu Ou gelegte Gerade treffe diesen Halbkreis in k, und die durch B parallel zu Ou gelegte Gerade schneide Ok in l, so stellen $Ok = a$ und $Ol = b$ die gesuchten Grössen der beiden Halbaxen dar.

[1]) Vgl.: L. Rippert: Archiv der Math. Neue Folge III, p. 54.

2. Suchen wir den Hilfsatz, auf den die obige Lösung sich stützt, auch zu beweisen, ohne die Theorie der involutorischen Strahlbüschel heranzuziehen. Der folgende Beweis scheint mir einfach genug, um im mathematischen Unterrichte unserer Gymnasien Verwendung zu finden.

Satz: Durch den Mittelpunkt O einer gegebenen Ellipse werde ein beliebiger Kreis gelegt. Ein variables Paar konjugierter Durchmesser der Ellipse schneide diesen Kreis wieder in α und β, so geht die Gerade $\alpha\beta$ durch einen festen Punkt J.

Beweis (Fig. 2): Die halben Axen der gegebenen Ellipse seien $OA = a$ und $OB = b$; wir nehmen dieselben zu Koordinatenaxen, und es sei die Gleichung irgend eines durch den Mittelpunkt O der Ellipse gehenden Kreises

$$x^2 + y^2 = u\,x + v\,y.$$

Wir betrachten zunächst zwei ausgezeichnete Paare konjugierter Durchmesser der Ellipse; 1) die beiden Axen und 2) die beiden einander gleichen konjugierten Durchmesser. Die Axen der Ellipse mögen den Kreis wieder in α und β schneiden, so hat man $O\alpha = u$, $O\beta = v$; die Kreissehne $\alpha\beta$ geht durch den Mittelpunkt M des Kreises.

Ergänzen wir nun AOB zum Rechteck AOBC, und AOB′, wo $OB' = -b$, zum Rechteck AOB′C′, so liegen auf den Strahlen OC und OC′ die zwei einander gleichen konjugierten Durchmesser der Ellipse; es mögen dieselben den Kreis wieder in γ und in δ schneiden, so ist Bogen $\alpha\delta = \alpha\gamma$, und daher steht die Kreissehne $\gamma\delta$ senkrecht zum Kreisdurchmesser $\alpha M \beta$.

Der Strahl $O\gamma$ hat die Gleichung $y = \frac{b}{a}x$, und die Gleichung des Kreises gibt für den Punkt γ

$$x\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right) = u + \frac{bv}{a}.$$ Wir finden somit:

$$\text{Punkt } \gamma \cdots x' = \frac{a(au+bv)}{a^2+b^2}, \quad y' = \frac{b(au+bv)}{a^2+b^2}.$$

und wenn wir b in $-b$ umsetzen:

$$\text{Punkt } \delta \cdots x'' = \frac{a(au-bv)}{a^2+b^2}, \quad y'' = -\frac{b(au-bv)}{a^2+b^2}.$$

Der Schnittpunkt J von $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$ ist die Mitte von $\gamma\delta$, und wir erhalten somit für die Koordinaten von J

$$\text{Punkt J} \cdots x = \frac{x' + x''}{2} = \frac{a^2 u}{a^2 + b^2}, \qquad y = \frac{y' + y''}{2} = \frac{b^2 v}{a^2 + b^2}.$$

Bezeichnen wir mit φ den Winkel AOC, so ist $\operatorname{tg}\varphi = \frac{b}{a}$, und die Koordinaten von J nehmen die Form an

$$\text{Punkt J} \cdots x = u(\cos\varphi)^2, \quad y = v(\sin\varphi)^2.$$

Wir behaupten nun, jede durch den Punkt J gehende Gerade schneide den Kreis M in zwei solchen Punkten α' und β', dass auf den Strahlen O α' un O β' zwei konjugierte Durchmesser der gegebenen Ellipse liegen.

In der Tat, betrachten wir zuerst eine beliebige Gerade $Ax + By = C$, so haben wir für die Schnittpunkte dieser Geraden mit dem Kreise M die Relationen

$$1 + \frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{x}\left(u + v\frac{y}{x}\right) \text{ und } \frac{C}{x} = A + B\frac{y}{x}.$$

$$\text{Somit } C\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) = \left(A + B\frac{y}{x}\right)\left(u + v\frac{y}{x}\right), \text{ d. h.:}$$

$$(Bv - C)\frac{y^2}{x^2} + (Av + Bu)\frac{y}{x} + (Au - C) = 0.$$

Wenn somit (x', y') und (x'', y'') die beiden Schnittpunkte darstellen, so haben wir

$$\frac{y'}{x'} \cdot \frac{y''}{x''} = \frac{Au - C}{Bv - C}.$$

Nun soll die Gerade $Ax + By = C$ durch den obigen Punkt J gehen, so ist $C = Au\cos\varphi^2 + Bv\sin\varphi^2$, und der Ausdruck von $\frac{y'}{x'} \cdot \frac{y''}{x''}$ wird $\frac{(Au - Bv)\sin\varphi^2}{(Bv - Au)\cos\varphi^2} = -\operatorname{tg}\varphi^2$, d. h. wir erhalten

$$\frac{y'}{x'} \cdot \frac{y''}{x''} = -\frac{b^2}{a^2}.$$

Die Strahlen O α' und O β' haben also die Richtungen von zwei konjugierten Durchmessern der gegebenen Ellipse, w. z. z.

3. Als weitere Beispiele des Satzes, *dass wenn durch den Scheitel eines involutorischen Strahlsystems irgend ein Kegelschnitt gelegt wird, die Sehnen, welche die zweiten*

Schnittpunkte dieses Kegelschnittes mit je einem Strahlenpaare verbinden, durch einen festen Punkt gehen, wählen wir:

A) Ziehen wir durch irgend einen Punkt eines gegebenen Kegelschnittes Strahlen parallel zu den Paaren konjugierter Durchmesser dieses Kegelschnittes, so gehen die Verbindungsgeraden der Punkte, wo dieser Kegelschnitt durch ein solches Strahlenpaar wieder geschnitten wird, durch den Mittelpunkt des gegebenen Kegelschnittes.

B) Ziehen wir durch einen Punkt P eines Kegelschnittes zwei zueinander senkrechte Strahlen, die diesen Kegelschnitt wieder in α und β schneiden, so geht die Gerade αβ, wenn jener rechte Winkel um den Scheitel P sich dreht, durch einen festen Punkt J.

Wir können den Beweis von *B* auch analog führen wie beim Satze in 2):

Ein Punkt der Ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ sei $P=(a\cos\varphi, b\sin\varphi)$.

Legen wir durch P erst Parallele zu den Axen, welche die Ellipse wieder in P'' und P' schneiden (Fig. 3), so ist die Gerade P' P'' ein Durchmesser und hat die Gleichung

$$P'P'' \cdots x\,b\sin\varphi + y\,a\cos\varphi = 0.$$

Legen wir jetzt durch P die Tangente und die Normale, so fällt die entsprechende Gerade αβ mit der Normalen P u v zusammen, und wir haben, wenn wir $a^2-b^2=c^2$ schreiben:

$$P\,u\,v \cdots x\,a\sin\varphi - y\,b\cos\varphi = c^2\sin\varphi\cos\varphi.$$

Für den Schnittpunkt J von P' P'' und P u v erhalten wir aus diesen Gleichungen

$$J \cdots x = \frac{c^2 a\cos\varphi}{a^2+b^2}, \qquad y = -\frac{c^2 b\sin\varphi}{a^2+b^2}.$$

Verschieben wir die Koordinatenaxen parallel zu sich selber und legen dieselben durch P, so gehen die Koordinaten von J über in

$$J \cdots \begin{cases} x_1 = \frac{c^2 a\cos\varphi}{a^2+b^2} - a\cos\varphi = -\frac{2\,a\,b^2\cos\varphi}{a^2+b^2} \\ y_1 = -\frac{c^2 b\sin\varphi}{a^2+b^2} - b\sin\varphi = -\frac{2\,a^2 b\sin\varphi}{a^2+b^2}. \end{cases}$$

Irgend eine durch J gelegte Gerade hat jetzt die Gleichung

$$m\{(a^2+b^2)x+2ab^2\cos\varphi\}-(a^2+b^2)y-2a^2b\sin\varphi=0,$$

woraus $$\frac{y}{x}=m+\frac{1}{x}\cdot\frac{2ab(mb\cos\varphi-a\sin\varphi)}{a^2+b^2}.$$

Die gegebene Ellipse hat in unserm neuen Koordinatensystem die Gleichung

$$b^2x^2+a^2y^2+2xab^2\cos\varphi+2ya^2b\sin\varphi=0,$$

woraus $$a^2\frac{y^2}{x^2}+\frac{2ab}{x}\left(\frac{y}{x}\cdot a\sin\varphi+b\cos\varphi\right)+b^2=0.$$

Für die Schnittpunkte α und β der Ellipse mit jener Geraden kommt also

$$a^2\frac{y^2}{x^2}+\frac{(a^2+b^2)\left(\frac{y}{x}-m\right)\left(\frac{y}{x}a\sin\varphi+b\cos\varphi\right)}{mb\cos\varphi-a\sin\varphi}+b^2=0,\ \text{d. h.:}$$

$$\frac{y^2}{x^2}\cdot ab(ma\cos\varphi+b\sin\varphi)-\frac{y}{x}(a^2+b^2)(ma\sin\varphi-b\cos\varphi)$$
$$-ab(ma\cos\varphi+b\sin\varphi)=0.$$

Für die Richtungskoeffizienten $\frac{y'}{x'}$ und $\frac{y''}{x''}$ der Strahlen $P\alpha$ und $P\beta$ gewinnen wir somit $\frac{y'}{x'}\cdot\frac{y''}{x''}=-1$. Diese Strahlen stehen also zueinander senkrecht w. z. z.

Der in B auftretende Punkt J liegt also auf der Normalen des Punktes P und ist der Schnittpunkt dieser Normalen mit dem zu O P in Bezug auf die Axen symmetrischen Durchmesser P' P''. Oder J ist zu P harmonisch in Bezug auf die Schnittpunkte u und v der Normalen von P mit den beiden Axen des gegebenen Kegelschnittes. — Bei der Parabel ist nach Grösse und Richtung $PJ=2Pu$, wenn u der Schnittpunkt der Normalen von P mit der Axe der Parabel.

Wenn P in einen Scheitel A des Kegelschnittes fällt, so ist J zu A in Bezug auf O m harmonisch, wo m das Krümmungszentrum des Scheitels A und O den Mittelpunkt des Kegelschnittes darstellt.

Bezeichnen wir also die den Scheiteln A und B einer gegebenen Ellipse entsprechenden Punkte J mit A und B (Fig. 4), so ergibt sich uns die folgende *Konstruktion* dieser Punkte:

Wir ergänzen AOB zum Rechteck AOBC und fällen aus C auf AB das Lot Cs, so schneidet dieses die Axen in den Krümmungszentren m und n der Scheitel A und B. Ziehen wir nun durch den Fusspunkt s dieses Lotes eine Gerade parallel zu OC, so schneidet diese die Axen in den gesuchten Punkten A und B. Denn OC wird von den Strahlen s (COBB) harmonisch geschnitten und daher haben wir auch (mO, AA) = — 1 und (nO, BB) = — 1, w. s. s.

Zu irgend einem Punkte P der Stammellipse erhält man jetzt den zugehörigen Punkt J auch wie folgt: Die Figur AOBP klappen wir um AO in AOB′P′ um, so sind AJ und BJ respektive parallel zu AP′ und B′P′ und auch der Strahl OP′ geht durch J. Da PJ die Normale der Ellipse APB im Punkte P, so liegt im obigen auch eine neue Konstruktion der Normalen einer Ellipse in einem gegebenen Punkte.

Kehren wir zu den ursprünglichen durch O gehenden Koordinatenaxen zurück, so erhalten wir aus den Koordinaten von J

$$\text{Ort von J} \cdots \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2,$$

und ferner, wenn ξ, η die rechtwinkligen Koordinaten des Punktes P darstellen:

$$\text{Strahl OJ} \cdots \frac{x}{y} = -\frac{\xi}{\eta}.$$

Wenn also P die gegebene Ellipse umläuft, so beschreibt J eine konzentrische ähnliche und ähnlich liegende Ellipse, deren Scheitel A und B wir oben konstruiert haben. Diese Ellipse beschreibt J mit entgegengesetzt gleicher Winkelgeschwindigkeit wie P die Stammellipse, so dass die Anomalien von J stets entgegengesetzt gleich den Anomalien von P sind.

Aus der letzten Beziehung folgt auch: *Wenn der Strahl PJ von einer Axe der Stammellipse reflektiert wird, so ist der reflektierte Strahl parallel zur Normalen der Ortsellipse von J im Punkte J.*

Wenn also auf der Stammellipse der Punkt P so liegt (Fig. 5), dass die Normale von P mit jeder Axe einen Winkel = 45° bildet (oder P ein Berührungspunkt der Stammellipse mit

Fig. 1

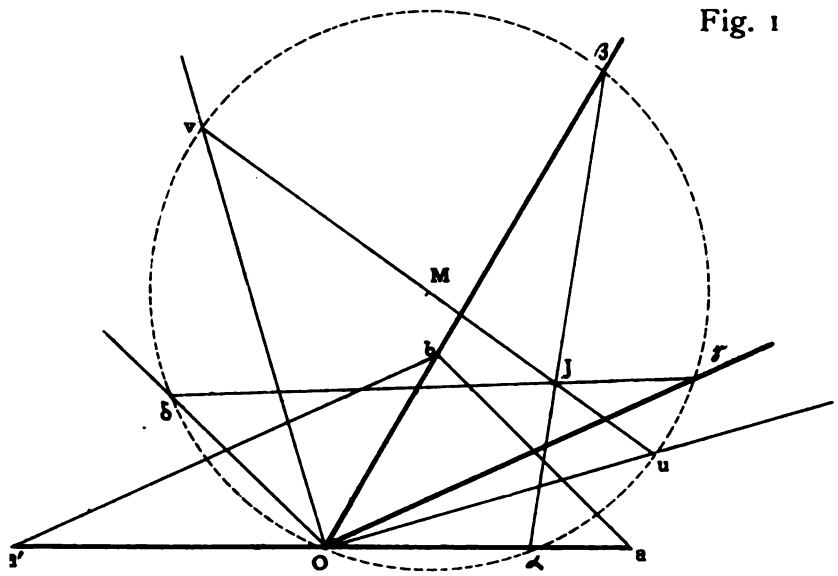
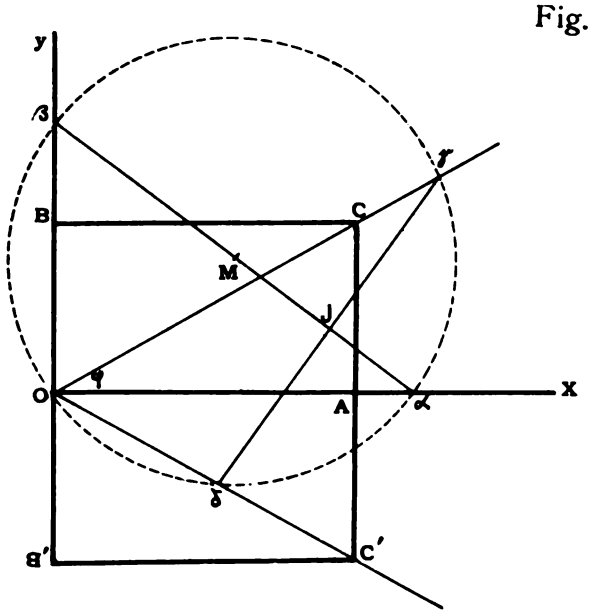


Fig. 2



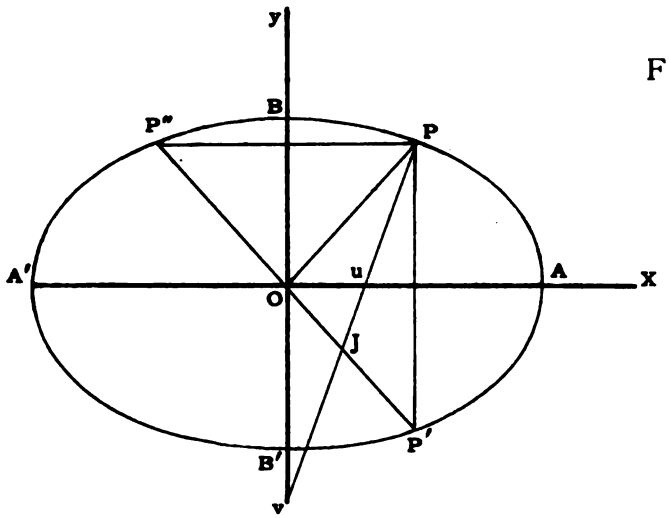


Fig. 3

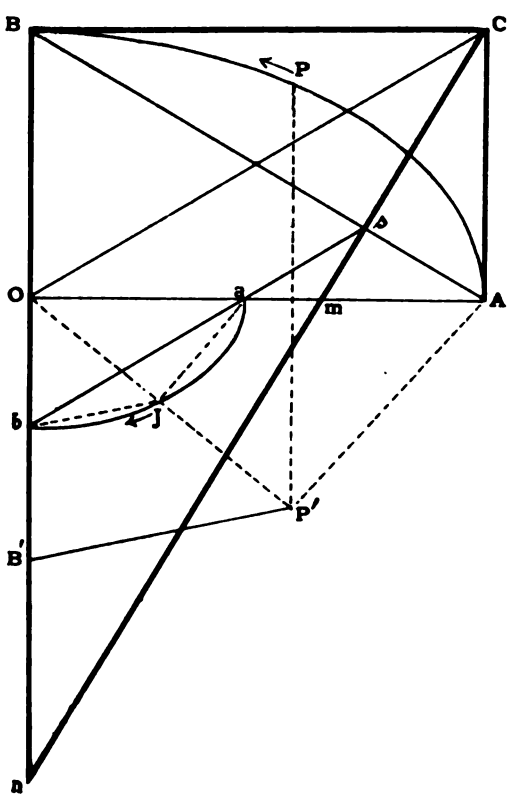
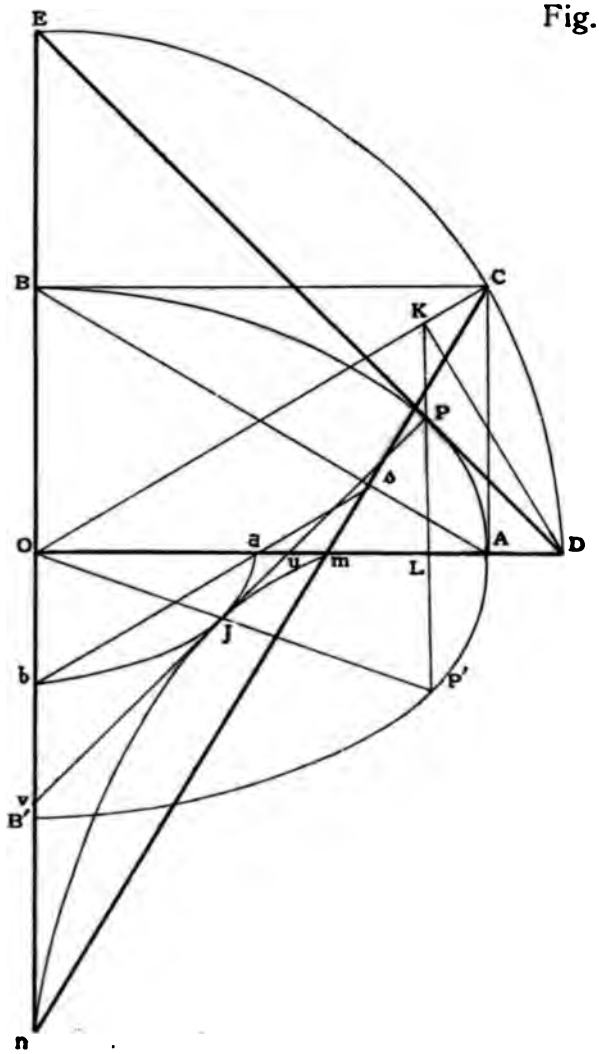


Fig. 4

Fig. 5



wieder in u und in v schneidet, so ist die Gerade u P v die Normale dieser Hyperbel im Punkte P.

In den Endpunkten P und P′ eines Durchmessers sind die Normalen einander parallel. *Ziehen wir daher in einer gleichseitigen Hyperbel parallel zu irgend einem Durchmesser, der die Hyperbel reell schneidet, ein System von Sehnen, oder ein solches System von einander parallelen Sehnen, welche je die beiden Aeste der Kurve schneiden, so erscheinen diese Sehnen von zwei reellen Punkten P und P′ aus je unter rechten Winkeln; diese Punkte P und P′ liegen auf der betreffenden Hyperbel, bilden die Endpunkte eines Durchmessers derselben, und die Normalen in diesen Punkten sind parallel zu dem bezüglichen Sehnensystem. Beschreibt man daher um jene Sehnen als Durchmesser Kreise, so bilden diese Kreise ein Kreisbüschel, das die Punkte P und P′ zu Grundpunkten hat. Betrachten wir dagegen ein System paralleler Sehnen einer gleichseitigen Hyperbel, welche je nur den einen Ast der Hyperbel schneiden, so sind die Punkte P und P′ imaginär, und die um diese Sehnen als Durchmesser beschriebenen Kreise bilden ein Kreisbüschel der zweiten Art, dessen Nullpunkte die Punkte S und S′ sind, wo die zu diesen Sehnen paralleler Tangenten die Hyperbel berühren.* Oder: *In einem Kreisbüschel ist der Ort der Endpunkte eines Systems von einander parallelen Durchmessern eine gleichseitige Hyperbel. Wenn das Büschel der ersten Art, so sind die Grundpunkte P und P′ des Büschels die Endpunkte eines Durchmessers dieser Hyperbel, und die Normalen in diesen Punkten sind parallel zu jenen Kreisdurchmessern; machen wir daher auf einer dieser Normalen P u = P r = P O, wo O die Mitte von P P′, so gehen durch O und respektive u und r die Axen der Hyperbel. Ist aber das Kreisbüschel der zweiten Art, so sind die Nullpunkte S und S′ des Büschels die Endpunkte eines Durchmessers der betreffenden Hyperbel, und die Normalen in S und in S′ stehen senkrecht zu jenen Kreisdurchmessern; machen wir wieder auf einer dieser Normalen S u = S r = S O, wo O die Mitte von S S′, so gehen durch O und respektive durch u und r die Axen der Hyperbel.*

A. Bohren.

(Eingereicht den 6. Oktober 1902.)

Über das Airysche Integral.

Als mathematischen Ausdruck der Intensität der einzelnen Farben im Regenbogen findet Airy[1]) das nach ihm benannte Integral

$$A = \int_0^\infty \cos \frac{\pi}{2}(x^3 - mx)\,dx.$$

Airy wertet dasselbe schon für die Argumente $m = -5{,}6$ bis $m = +5{,}6$ aus, allerdings noch auf umständlichem Wege. Infolge der Bedeutung, die dem Integral in der mathematischen Optik zukommt, ist in erster Linie nach einfachern Auswertungsmethoden gesucht worden. Stokes[2]) bedient sich folgender Formeln

$$A = 2^{\frac{1}{2}}(3m)^{-\frac{1}{4}}\left[R\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) + S\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)\right],$$

worin $$R = 1 - \frac{1\cdot5\cdot7\cdot11}{1\cdot2(72\varphi)^2} + - \frac{1\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13\cdot17\cdot19\cdot23}{1\cdot2\cdot3\cdot4(72\varphi)^4} - + \cdots$$

$$S = \frac{1\cdot5}{1\cdot72\varphi} - \frac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13\cdot17}{1\cdot2\cdot3(72\varphi)^3} + - \cdots$$

und $$\varphi = \pi\left(\frac{m}{3}\right)^{\frac{1}{2}},$$

mit deren Hilfe er ausgedehnte Tafeln berechnet.

Die Wurzelwerte der Gleichung $A = 0$ ergeben sich nach ihm aus

---

[1]) Transact. of the Cambridge phil. soc. 1838. pag. 379.

[2]) Stokes. Math. and phys. papers Cambridge 1883. II vol. p. 332.

$$\frac{\varphi}{\pi} = n - 0{,}25 + \frac{0{,}028145}{4n-1} - \frac{0{,}26510}{(4n-1)^3} + \frac{0{,}129402}{(4n-1)^5},$$

wo $n = 1, 2, 3, 4 \cdots$

und für die Maxima und Minima rechnet er nach einer ähnlichen Formel die 50 ersten entsprechenden Werte von m aus. Für Ausführung von Intensitätsberechnungen[1]) sind die Zahlenwerte des Integrals genügend bekannt; die vorliegende Mitteilung befasst sich auch nicht mit der Beschaffung neuer Zahlenwerte; aber es ist vielleicht von Interesse, zu sehen, wie auch dieses Integral durch Besselsche Funktionen einfach darstellbar ist.

Setzt man

$$\text{I.} \quad \int_0^\infty e^{\frac{i\pi}{2}(x^3 - mx)} dx$$

$$\text{II.} \quad -\int_0^\infty e^{-\frac{i\pi}{2}(x^3 - mx)} dx,$$

so ist $$\int_0^\infty \cos\frac{\pi}{2}(x^3 - mx)dx = \frac{1}{2}(\text{I} + \text{II}).$$

Für das Integral $\int e^{\frac{i\pi}{2}(x^3 - mx)} dx$ wähle man folgenden Integrationsweg: Die Begrenzung eines Kreissektors (mit dem Centrum O, dem Radius R), der durch die x-Axe und eine Gerade, die mit derselben einen Winkel von 30° bildet, begrenzt ist.

Das Integral, über diesen Weg erstreckt, ist nach Cauchy = 0. Längs des Bogens verschwindet es, wenn R unendlich gross wird; somit ist

$\int_0^\infty e^{\frac{i\pi}{2}(x^3 - mx)} dx$ $\int e^{\frac{i\pi}{2}(x^3 - mx)} dx$ längs OB, wenn B unendlich weit vorausgesetzt wird.

$$\int_0^\infty e^{\frac{i\pi}{2}(ix^3 - mxe^{\frac{i\pi}{6}})} e^{\frac{i\pi}{6}} dx$$

$$e^{\frac{i\pi}{6}} \int_0^\infty e^{-\frac{\pi}{2}x^3} e^{\frac{i\pi}{2}mxe^{\frac{i\pi}{6}}} dx.$$

[1]) Pernter, die Farben des Regenbogens. Sitzungsberichte d. Akademie Wien 1886, p. 135.

Entwickeln wir nach Potenzen von m, so erhalten wir eine konvergente Reihe von der Form

$$= e^{\frac{i\pi}{6}} \sum_{r=0}^{\infty} \int_0^{\infty} (-1)^r \frac{\left(\frac{i\pi}{2} m e^{\frac{i\pi}{6}}\right)^r}{\Gamma(r+1)} e^{-\frac{\pi}{2}x^3} x^r \, dx$$

da $$\int_0^{\infty} e^{-\frac{\pi}{2}x^3} x^r \, dx = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\pi}{2}y} y^{\frac{r+1}{3}-1} dy = \frac{1}{3} \frac{\Gamma\left(\frac{r+1}{3}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{r+1}{3}}}$$

so ist $$\int_0^{\infty} e^{\frac{i\pi}{2}(x^3 - mx)} dx = \frac{e^{\frac{i\pi}{6}}}{3} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r \frac{\left[\frac{i\pi}{2} m e^{\frac{i\pi}{6}}\right]^r \Gamma\left(\frac{r+1}{3}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{r+1}{3}} \Gamma(r+1)}.$$

Setzt man in

$$\Gamma(a) \cdot \Gamma\left(a + \frac{1}{n}\right) \cdots \Gamma\left(a + \frac{n-1}{n}\right) = (2\pi)^{\frac{n-1}{2}} n^{-an+\frac{1}{2}} \Gamma(na)$$

$$a = \frac{r+1}{3} \text{ und } n = 3, \text{ so ist}$$

$$\Gamma\left(\frac{r+1}{3}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{r+2}{3}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{r}{3}+1\right) = 2\pi 3^{-r-\frac{1}{2}} \Gamma(r+1)$$

und

$$I = \frac{2\pi}{3^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{-\frac{1}{3}} e^{\frac{i\pi}{6}} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{\Gamma\left(\frac{r+2}{3}\right) \Gamma\left(\frac{r}{3}+1\right)} \left[\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{i m e^{\frac{i\pi}{6}}}{3}\right]^r.$$

Zerlegen wir die Reihe in 3 Partialreihen, entsprechend den Werten von r, die durch 3 dividiert, die Reste 1, 0, — 1 ergeben, so folgt

$$I = \frac{2\pi}{3^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{-\frac{1}{3}} e^{-\frac{i\pi}{6}} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\lambda}}{\Gamma(\lambda+1) \cdot \Gamma\left(\lambda+1+\frac{1}{3}\right)} \left[\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{m}{3}\right]^{3\lambda+1}$$

$$+ \frac{2\pi}{3^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{-\frac{1}{3}} e^{\frac{i\pi}{6}} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\lambda}}{\Gamma\left(\lambda+\frac{2}{3}\right) \Gamma(\lambda+1)} \left[\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{m}{3}\right]^{3\lambda}$$

$$+\frac{2\pi}{3^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{-\frac{1}{3}} i\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{(-1)^{\lambda}}{\Gamma\left(\lambda+\frac{1}{3}\right)\cdot\Gamma\left(\lambda+\frac{2}{3}\right)}\left[\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{2}{3}}\frac{m}{3}\right]^{3\lambda-1}.$$

Das Integral II erhält man aus I, indem man i durch $-i$ ersetzt. Führt man die Besselsche Funktion

$$\overset{a}{J}(x)=\sum_{\lambda=0}^{\infty}(-1)^{\lambda}\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{a+2\lambda}}{\Gamma(a+\lambda+1)\cdot\Gamma(\lambda+1)}$$

ein, und bedenkt man, dass $\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, so ergibt sich

$$A=\frac{1}{2}(I+II)=$$

$$=\frac{\pi}{3}\left(\frac{m}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{\overset{\frac{1}{3}}{J}\left[\pi\left(\frac{m}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\right]+\overset{-\frac{1}{3}}{J}\left[\pi\left(\frac{m}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\right]\right\}.$$

Spezialfälle

$$m=0 \qquad \int_0^{\infty}\cos\frac{\pi}{2}x^3\,dx=\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{2^{\frac{2}{3}}3^{\frac{1}{2}}\pi^{\frac{1}{3}}}$$

$$m=3 \qquad \int_0^{\infty}\cos\frac{\pi}{2}(x^3-3x)\,dx=\frac{\pi}{3}\left[\overset{\frac{1}{3}}{J}(\pi)+\overset{-\frac{1}{3}}{J}(\pi)\right] \text{ etc.}$$

Wenn auch die vorliegenden Ausdrücke nicht so einfach sind wie die, die bei der Darstellung der Fresnelschen Integrale durch Besselsche Funktionen auftreten, so sind sie doch von einigem Interesse.

J. H. Graf.

Die Ueberschwemmungen des Seelandes und die Korrektionsversuche an der Aare und Zihl im XVIII. Jahrhundert.

(Vortrag gehalten an der Versammlung der bern. naturforsch. Gesellschaft in Neuenstadt im Juni 1902.)

Die ganze Geschichte des Elends und der Kalamitäten, welche die Ueberschwemmungen der Aare im Seeland verursachten, ist noch nicht geschrieben. Thatsache ist, dass die Klagen bis weit in das Mittelalter zurückreichen. Unter den *Schauenburg'schen Karten*, welche sich in der Bibliothek des eidgenöss. Generalstabs in Bern befinden, existirt eine, die die Gegend zwischen den drei Seen, zwischen Zihlbrugg, St. Johannsen und Landeron bei einer grossen Ueberschwemmung darstellt; *alles scheint ein See zu sein*, Sugiez ist ganz im Wasser. Der Plan enthält ein Gradnetz, kann also aus dem Ende des XVI. Jahrhunderts oder Anfang des XVII. stammen. Die Kalamitäten müssen besonders mit *dem Beginn des XVIII.* Jahrhunderts gross gewesen sein. Am 7. Dez. 1702 wurde ein Kredit von 500 Thalern bewilligt, um die Arbeiten an der Zihl bei Brügg anzufangen und bis zur Aare fortzuführen. Es datirt vom 30. Mai 1704 ein „Plan und Grundriss von der Zihl etc." von *Samuel Bodmer*,[1]) *dem bekannten Stücklieutenant*, den er mit Hülfe seiner beiden Disciplen *Emanuel und Samuel Oth* ausgeführt hat. Er war »von der Oberkeit befelchnet aufzusetzen und in Grundriss zu legen«. Der Plan wollte zweierlei, *einmal einen neuen Durchbruch der Zihl bei Bürglen*, sodann *einen neuen Durchbruch von einer Aar zur andern, um vom Wirbel aus das Häftli abzuschneiden*. Im September 1704 wurde eine Kommission bestimmt, um einen Augenschein abzuhalten.

[1]) J. H. Graf. Der Kanderdurchstich im Berner Oberland. Schweiz. Rundschau 1892. Graf. Gesch. der Math. u. Naturw. in bern. Landen, III S. 85.

Wohl eine Folge desselben sehen wir darin, dass Bodmer und seine obgenannten Gehülfen einen viel grösseren Plan aufstellten, datirt vom 16. Nov. 1704. Dieser Plan sieht vor:

1) einen geraden Durchbruch bei Bürglen,

2) zwei Durchschnitte bei Gottstadt,

3) einen grossen Aaredurchschnitt bei Büren.

Die ganze Länge der Zihl von Nidau bis zur Einmündung in die Aare, in der sogenannten «Höll», wurde auf 28922 Klafter bestimmt, der Fall beträgt auf diese Länge 20 Fuss 5 Zoll, somit meint Bodmer, hat die Zihl Gefäll genug, die oberen Wasser um ein Namhaftes zu fällen. Vom grossen Wirbel bis gen Büren habe die Aare 4 Fuss 10 Zoll Gefäll, vom Wirbel bis Meyenried, wo die Zihl in die Aare gelangt, 3 Fuss 4 Zoll, also von da bis Büren, d. h. auf eine Distanz von 24,000 Fuss betrage der Fall nur 1½ Fuss. Das Gefäll der Aare von Büren bis Solothurn, d. h. auf einer Distanz von 40,000 Fuss, sei nur 6 Fuss, so dass also das ganze Gefäll von Nidau bis Solothurn 27 Fuss 11 Zoll betrage. Hingegen, sagt nun Bodmer, «steige die Aare in Solothurn bei «Wassergrössenen» auf 17 Fuss, und wenn noch die 6 Fuss Gefäll von Büren nach Solothurn dazu geschlagen werden, so müsse in einem solchen Fall notwendigerweise die Aare mit der Zihl auf eine Höhe von 23 Fuss zurückgeschlagen werden, was bei der Zihl bis nach Brügg hinaufreiche und bei der Aare die grossen Ueberschwemmungen im Seeland verursache. Wenn nun der grosse Durchschnitt bei Büren gemacht werde, der das Häftli abschneide, so werde es dem Wasser ein Grosses helfen, indem es geschwinderen Lauf bekäme, als wenn es in dem grossen Umgang laufen müsste.»

Diesem ausserordentlich wichtigen und ingeniösen Plan, der einen an sich richtigen Vorschlag, welcher fast 160 Jahre später ausgeführt werden sollte, brachte, ist die Horizontallinie (Niveaulinie) der Wasserhöhe bei Nidau und diejenige der grossen Wasserhöhe bei Solothurn beigegeben.

Bodmer spricht von drei Grundrissen, es muss aber einer verloren gegangen sein.

Diesem *wichtigsten Korrektionsvorschlag* machte Büren energisch Opposition und so wurde ein Jahr darauf beschlossen (8. Nov. 1705) «die Vergredung der Aare soll unterlassen werden». Man wollte

sich eben weiter mit kleinen Palliativmittelchen behelfen. 1718 wird ein neuer Ausbruch der Aare zwischen Dotzigen und Büren gemeldet; die von Orpund reichen eine Bittschrift ein, um die Zihl ableiten zu lassen. 1721, im Frühling, brach die Aare bis Niederworben aus, die Wasser gingen bis an die Fenster, und 30 Jucharten des besten Landes wurden zu Grunde gerichtet. Nun war die Not wieder gross. Am 12. März wurde eine eigene *Aaredirektion* eingerichtet[1]), die Mitglieder waren Venner *Rot*, die *Rathsherren Steiger. Thommann*, alt *Stiftsschaffner Düntz* und alt *Landvogt Kirchberger*. Geometer *Reinhard* wurde beauftragt, einen neuen Plan zu entwerfen. Einige Grienräumungsarbeiten wurden unter *Schweizer* vorgenommen. Am 10. November 1722 trafen neue Klagen von Dotzigen und Büetigen ein, welche wieder unzählige Augenscheine, aber weiter nichts hervorriefen. Die Aaredirektion gelangte an ihren Schluss. Ende 1733 drang bei der grossen Ueberschwemmung das trübe Aarewasser durch die Zihl bis in den Bielersee, d. h. die Zihl wurde durch die Wassermassen der Aare so zurückgestaut, dass die Zihl aufwärts floss. Aus dem Jahr 1743, November, datirt ein neuer «Plan des Aaren-Runss von Arberg bis Buettigen-Einung, in Grund gelegt von *Stephan Kocher* von Büren». Im Frühling 1749 traten neue verheerende Ueberschwemmungen ein. Rathsherr Major *Tillier* erhielt den Befehl, die Klagen wegen der Ueberschwemmungen der Gegend des Murten-, Neuenburger- und Bielersees und der Aare in Untersuchung zu ziehen. Ueber das Ganze soll ein *Generalsystema* abgefasst werden, insbesondere sei das Niveau aller Orte genau festzustellen. Des Weitern hatte er den Auftrag, «vernünftige und alte» Leute der dortigen Gegend über die Angelegenheit anzuhören und ihre Meinung zu erkunden. Alle bisherigen Akten wurden ihm zugestellt. Da wäre nun Gelegenheit gewesen, ein rationelles Korrektionsprojekt aufzustellen und durchzuführen, aber die *Idee des Generalsystema*, ein Gedanke, der ja bei der Juragewässer-Korrektion in grossartiger Weise zur Ausführung kam, scheiterte kläglich. Tillier nivellirte mit schlechten Instrumenten und fand als Gefäll von Nidau bis Meyenried 63 Fuss, also fast das Dreifache des Bodmer'schen Resultates von 1704. Sein Gedanke war, es fehle bei Nidau, darum besserte er dort

[1]) Nach dem Rezept: « Ist der Verstand am Ende schon,
Macht man eine Kommission! »

die alten Kanäle aus und machte eine Reihe neuer kleinerer Kanäle, so dass Nidau zu einem kleinen Venedig umgestaltet wurde. Kosten 5000 Kronen. Die Arbeiten wurden 1758 beendigt, *ihr effektives Resultat war Null.* Während dieser Arbeiten brachte das Jahr 1751 wieder besonders grosse Ueberschwemmungen. Die Tillier'schen Arbeiten werden durch zwei Pläne illustrirt: 1. Plan vom Lauf der Zihl 1749/50, wo, wie schon angedeutet, neue Graben, Oeffnung alter Graben, Wegräumen von Grieninseln, Tieferlegen des Zihlbettes vorgeschlagen werden. Eine grössere Ausgabe betitelt: „Plan der Zihl von Nidau bis Meyenried und der Aare von Dotzigen bis Büren von *Anton Tillier*, Major, und *Alb. Knecht*, Kommissarius", bestimmt die Länge der Zihl von Nidau bis Meyenried auf 3640 Klftr. und den Fall wie schon gesagt auf 63′ 5″ 2‴.

Die neue grosse Ueberschwemmung von 1760 veranlasste die Regierung den Wasseringenieur *de Riraz* zu konsultiren; derselbe fasste die Sache im Grossen und die Korrektion der Gewässer im Zusammenhang auf. Sein Vorschlag ging vorerst dahin, *vom Pfeidwald bis Schwadernau ein neues geradliniges Zihlbett zu graben.* Das Resultat war, dass die Anfertigung neuer Pläne angeordnet wurde, so von Geometer *Brenner*, Juli 1763, kopirt von *Küpfer*, Jan. 1765. Der Plan der *Aare vom Lysswald* an ist besonders deshalb interessant, weil die enormen Verwüstungen angegeben sind, die die vorige Ueberschwemmung im Gefolge hatte. Das Jahr 1771 brachte neue grosse Ueberschwemmungen. Der Wasseringenieur *Mirani* wurde konsultirt, sein Vorschlag ging ebenfalls dahin, ein neues gerades Zihlbett vom *Pfeidwald bis Schwadernau* ausheben zu lassen. Ferner soll der Schuttkegel weggeräumt werden, den die Scheuss in das Zihlbett bei Nidau geworfen hatte. Besonders wertvoll aber ist der «Plan der Zihl und der Aare» von *Hebler*, städtischem Werkmeister aus dem Jahre 1775. Er will 1) einen geradlinigen Durchstich der Zihl von Gottstadt an, 2) ein neues Bett für die Aare beim Häftli und 3) ein neues Zihlbett vom Häftli nach der Reiberen Allmend unterhalb Büren. Seine Idee ist also zuerst die Aare geradlinig zu legen, dasselbe mit der Zihl zu thun und die letztere *geradlinig* und *von der Aare abgesondert* erst unterhalb Büren in die Aare zu leiten. Kosten 87,060 Kronen.

Dass einem solchen durchgreifenden Projekt Widerstand geleistet wurde, ist für sich klar. Büren opponirte, weil es für seinen Wasserzoll fürchtete, auch hätte das neue Zihlbett zum grössten Theil durch Gebiet des Bistums Basel gelegt werden sollen, alles Gründe, die die Regierung am 14. Febr. 1776 veranlassten, vom Projekt zu abstrahiren. Das gleiche Jahr 1776 brachte eine neue grosse und allgemeine Ueberschwemmung, die Veranlassung zu neuen Expertisen gab und Heblers Projekt wieder in den Vordergrund stellte. Allein aus der Gegend selbst erwuchs ihm der heftigste Gegner; *Pagan, Landschreiber von Nidau*, bekämpfte es auf die bitterste Weise und stellte die Behauptung auf, dass an allen Uebelständen die Mühle und Walke bei Brügg schuld sei. Angesichts dieser Opposition verzichtete Hebler schwachmüthig auf sein Projekt, er schloss sich den Pagan'schen Ideen an; so wurde mit einem Kostenaufwand von 8015 Kronen die grosse Kiesbank bei Brügg durchstochen, was einige Zeit half, nachher ging das alte Elend von neuem an! Das letzte Plandokument aus dem XVIII. Jahrhundert ist ein Plan der Zihl und des Aare-Flusses von Schwadernau und Busswil bei Büren, gezeichnet von *Fr. Schumacher*. Geometer, 1789. Dieser Plan kommt auf die alte Bodmer'sche Idee zurück, beim Häftli einen Zihl- und einen Aarekanal zu graben. Interessant ist die Anlage einer grossen Schutzschwelle in der dortigen Gegend.

Alle diese Pläne wurden aber nicht verwirklicht, es fehlte der grosse einheitliche Gedanke, welcher das geniale Werk des XIX. Jahrhunderts wie ein rother Faden durchzieht. Die Zeit war noch nicht zur Lösung der Aufgabe reif, und die Dulderzeit der dortigen Bewohner noch nicht zu Ende. Wohl ragen aus der Kleinlichkeit jener Periode einzelne Männer wie *Bodmer, Rivaz, Mirani, Hebler*, weit hervor, aber ihrem Gedankenflug konnte man nicht folgen, es blieb dem vorigen Jahrhundert vorbehalten unter Mithülfe des Bundes, der Kantone und Gemeinden die Jahrhunderte alte Plage der dortigen Gegend zu wenden und eine Aera neuer Entwicklung zu inauguriren.

(Die angeführten Pläne sind im Staatsarchiv Bern; man vergl. auch das Seeland der Westschweiz und die Korrektion seiner Gewässer. Eine Denkschrift von Dr. J. R. Schneider, Bern 1881.)

J. H. Graf

Notizen
zur
Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaft der Schweiz.

Nr. 61 Fortsetzung der Briefe von Micheli an Joh. Jakob Huber und Herrn Bavier in Basel.

A Monsieur Huber le fils a Basle.

Au Chateau d'Arbourg le 2 janv. 1754.

Monsieur,

Il me paroit par celle que vous m'avez fait l'honneur de m'ecrire le 29 Dec^{e} dernier que vous ne combattez guére ma these sur la parfaite sphericité du globe de la terre, car vous vous y bornez a m'objecter sur un article de ma lettre ou pour vous faire voir que la superficie de la terre au niveau des mers n'etait pas la limite de la gravité mais bien le centre de la Terre je vous marquais qu'on pourroit eprouver dans une mine d'Ardinghem sous le niveau de la mer que la pression de l'air y suivroit la loy de la gravité qui augmentoit toujours à mesure que l'on s'approchoit du centre de la Terre et qu'on pourroit encore eprouver dans la mer par la chute d'un corps la meme augmentation. Or vous m'objectez là-dessus, *je ne sais pas d'où vous tirez cette loy la gravité n'augmente pas comme vous pensez. . . . — Les experiences des Academiciens de Perou prouvent que cela n'est pas.*

Je ne vous ai pas specifié, Monsieur, en quoi consistoit cette augmentation parceque nous n'en avons pas des regles bien justes et que les experiences que l'on a faites jusquà présent avec le Baromètre et peut etre encore celles qu'on a faites sur la chute des corps sont fort imparfaites mais quoiqu'imparfaites et meme discordantes elles s'accordent toutes à convenir d'une progression d'hauteur d'air depuis le niveau de la mer jusqnau sommet de l'atmosphere pour chaque ligne du Barometre comme vous le pouvez voir au Ch. 4, Liv. 5. Tom 2 Voiage de Perou, d'où par consequent il sensuit une diminution d'hauteur d'air à mesure qu'on descend plus bas sous un tel niveau et par conseq^{t} un accroissement de la gravité pour chaque ligne du baromètre comme je l'ai dit.

Ainsy si pour obtenir (en montant du bord de la mer audessus) une ligne de diminution au baromètre, il faut monter 80 pieds, il en

faudra descendre moins pour la rencontrer d'augmentation et toujours ensuite de moins en moins.

Mais quand meme cette loy de progression n'aurait pas ici lieu et que l'accroissement de la gravité se feroit dessus et dessous le niveau de la mer toujours egalement d'une ligne pour 80 pieds. Cela n'empecheroit pas que le centre de la Terre ne fut toujours la limite de la gravité puisque les corps les plus pesans tombent vers ce centre autant qu'il est possible qu'il en puisse approcher.

Ainsy l'attraction du centre de la Terre se trouvant de la cause qui opère la pression de l'air sur le baromètre, comme je vous l'ai fait voir, Mr. dans ma precedante, et cette attraction agissant ainsy par un tel moien sur toute la Terre au niveau des mers avec force égale, puisque le baromètre y marque partout 28 pouces, cette force egale temoigne donc partout une distance egale jusques à son principe qui est le centre de la Terre, puisque toute vertu d'attraction diminue par l'eloignement de sa cause et augmente par sa proximité.

D'ailleurs la colonne de l'atmosphere de l'air superieure aux mers, etant par tout egale en poid et en hauteur ainsy que nous en convenons il en resulte encore de là une nouvelle preuve de ma proposition, car si l'attraction du centre de la Terre qui est la cause de la pesanteur de l'air se trouvoit moins forte sous l'equateur qu'au cercle polaire la colonne de l'air sous l'equateur y etant d'egale hauteur y peseroit moins et presseroit par consequent moins le baromètre, mais puisqu'elle le presse egalement comme au cercle polaire la pesanteur y est donc la même et la distance au centre de la Terre par consequent la même.

Il s'ensuit donc clairement de là que le globe de la Terre est parfaitement sphèrique au niveau des mers, car d'abord qu'il est demontré comme je viens de le faire, que la distance de ce niveau des mers au centre de la Terre est partout la même, la parfaite sphericité du globe dont il s'agit s'ensuit manifestement.

Ainsy vous concluez, Monsieur, si vous voulez bien me permettre de vous le dire un peu legerement, que je dois juger que le baromètre ne peut pas servir à indiquer les differentes distances du centre de la Terre, mais qu'il indique uniquement la difference des hauteurs du fluide dont il est environné, puisque en mesurant avec cet instrument la hauteur et le poids d'un pareil fluide au niveau des mers est consequemment la sphericité de la Terre comme je l'ai dit.

Je renvoie au surplus à repondre pour une autre fois au reste de l'honneur de la votre et me borne dans celle-ci à vous prier d'agréer mes complimens au sujet de la nouvelle année et de me croire tres parfaitement, Monsieur, votre tres humble et tres obeissant serviteur

MICHELI DU CREST.

A Monsieur Baviere a Basle.

Au Chateau d'Arbourg, 15 janv. 1754.

Monsieur,

J'ay reçu le Maupertuisiana que vous m'avez renvoié, de même que la cire et les epreuves de la planche du therme dont je vous remercie du tout et prie Mr Albert Louvis de vous rembourser de la cire. Quant à la question que je vous ai proposé sur le baromètre vous me permettrez de vous dire que dans vos diverses lettres que j'ai reçues de vous sur ce sujet vous ne m'en donnez pas l'explication suffisante.

Il s'agit de savoir si dans un tuiau de 4 lignes de diametre interieur le mercure s'y soutient plus haut et de combien que dans un tuiau d'une ligne et demie ou d'une ligne un quart de diametre, je n'ignore pas que le tuiau large de 4 lignes à l'inconvenient des bulles d'air qui se glissent facilement en haut et par conseqt qu'il n'est pas convenable pour le transport, mais cela n'empêche pas qu'on ne doive pas connoitre la difference de l'exhaussement afin de juger ce qu'il y auroit lieu d'ajouter au dessus de l'autre pour raison de sa petitesse ou de cette attraction des parois du verre que le Docteur *Desaguliers* appelle attraction de cohésion.

Il me paroit donc que Mr *Huber*, qui a en quelque façon pris la tâche de perfectionner cet instrument, pourroit tres bien faire à Bale ses experiences sur un tuiau de 4 lignes, sur un de 3, sur un de 2, sur un d'une ligne $^1/_2$ et sur un d'une ligne $^1/_4$ afin de voir de combien ils seront plus hauts les uns que les autres.

Or je crois qu'il faudra s'en tenir apres cela pour l'usage à celui qu'on pourra remplir tout formé courbé par le bas et telle par le haut, ainsy que je l'ai vu pratiquer jusques à celui d'une ligne $^1/_4$ si je ne me trompe. Pour cet effet on ne le pose un peu incliné sur une table et l'on met dans la bouteille qu'on bouche avec bouchon environ un pied de mercure que l'on chasse à petits grains ainsy jusqu'au haut du tuiau, puis on le tient sur le feu pour en purger l'air et apres cela on réitère l'operation jusquà ce quil soit plain. Il faut auparavant tenir les barometres vides dans le fourneau pendant 24 heures, le sommet placé au plus chaud et la sortie à peu pres au moins, afin de les bien purger d'humidité et que le mercure en soit aussy bien purgé et bien purifié. Vous savez Mr au surplus une manière de purifier le mercure, ainsy je n'ajouterai rien à cet égard.

Il ne me paroit point necessaire de soulder deux tuiaux l'un à l'autre pour les comparer puisque cela se peut faire aisément en les mesurant avec une règle de 3 pieds de Roy, l'une après l'autre.

Le variable ou le terme moien du barometre d'ici est à 26 pouces 6 lignes $^1/_2$ et il est actuellement là aujourdhui à 10 heures du matin que j'ecris la presente à celui que j'ai de votre façon.

Le plus haut terme ou je l'ai vu a été à 27 pouces 2 lignes $^1/_4$ et le plus bas à 25 pouces 10 lignes $^3/_4$ et par consequent tout son mouvement est ici de 15 lignes $^1/_2$.

On ne sauroit d'ailleurs, Monsieur, exactement mesurer avec la ficelle que vous m'avez envoiée puisquelle s'etend plus ou moins suivant l'humidité et suivant qu'on le tire plus ou moins fort.

J'ai l'honneur d'être tres parfaitement au surplus, Monsieur, votre tres humble et tres obeissant serviteur

MICHELI DU CREST.

A MONSIEUR BAVIERE A BASLE.

Au chateau d'Arbourg, le 23 janv. 1754.

Monsieur,

J'ay reçu celle que vous m'avez fait l'honneur de m'ecrire du 19 et ou vous me faites part de vos observations du barometre dont il resulte trois lignes de difference du lieu de votre observation à la mienne, or il vous est aisé de savoir combien vous êtes elevé au dessus du Rhin dans son etat moien et à moi combien je le suis de meme au dessus de l'Aar au pied du Chateau et de conclure par consequent la quantité de pieds de pente tant pour l'Aar que pour le Rhin depuis Aarburg jusquà Bale en vertu d'une regle determinnée par des experiences combien il faut de pieds pour operer au Barometre une ligne de diminution.

Le barometre fut ici lundi passé 21 presque au superlatif, car il y montat jusquà 27 pouces 2 lig. $^1/_8$ et je ne l'ai jamais observé plus haut que jusquà 27 pouces 2 lignes $^1/_4$ et comme vous avez sans doute observer le votre pour lors bien exactement il vous sera facile de voir si les 3 lignes de pente s'accordent.

La presente est principalement pour vous prier de me faire refaire une autre copie de ma reponse au 4e tome des leçons de physique de Mr l'Abé *Nolet* celle que vous aviez eu la bonté de me faire faire fut par moi communiquée il y a bien longtems à Mr le Docteur *Zelmater* (Seelmatter)[1]) et l'ayant redemandée il y a un mois parceque j'en avois besoin elle s'est trouvée egarée sans qu'il ait pu la retrouver jusquà present, c'est pourquoi je vous prie de m'en faire faire une autre sur de papier double de celui-ci et dans cette lettre est une demie facille, puis vous en faire paier par Mr *Louris* et me l'envoier par le messager.

Je vous prie de m'excuser si je ne repond pas si tost sur l'arte des calculs de la planche parceque j'ai de la besogne à quoi je travaille que je ne saurois quitter, mais bientost je reprendrai cette affaire là. En attendant je vous prie de bien faire mes complimens à Mr *Huber* et de lui dire de ma part que puisqu'il ne me repond point sur l'article de la sphericité de la Terre controversé entre nous c'est qu'apparemment il desespère de pouvoir me convaincre par de bonnes raisons.

Je m'attendois qu'il m'auroit objecté l'observation des pendules tant de fais reiterée sous l'equateur, ou entre les tropiques et de la quelle Mr *Newton* et Mr *Huygens* et Mr *Maupertuis* et tant d'autres après

---

[1]) Wahrscheinlich *Samuel A. Seelmatter*, der 1751 zu Basel mit der Diss. Sistentem morbos circa Tobinium familiares in 4° den med. Doctor sich erworben hat.

eux ont conclu l'applatissement du coté des poles et le renflement sous l'Equateur, mais tous cela seulement en peinture ou en fiction, car le pretendu raccourcissement d'environ une ligne qu'il faut faire au pendule sous l'équateur pour qu'il batte les secondes comme à Paris, est vrai, mais il ne prouve pas le renflement ou l'elevation de 12 à 14,000 toises de plus à la mer sous l'equateur qu'au pole puisqu'il est clair par le barometre que la pesanteur est egale dans l'un et dans l'autre et si parfaitement egale que s'il s'en manquoit seulement 80 pieds on s'en apercevroit au baromètre par une ligne de moins qu'ainsy il n'y a point de parallèle à faire n'y d'opposition à recevoir d'une experience contre l'autre, quand même la conclusion qu'on tire du pendule se trouveroit fondée sur quelque apparence de verité, mais lors qu'on l'examine de près, on n'y decouvre d'autre appui que l'opinion de ces illustres personages et sans qu'ils aient même fait les recherches suffisantes et faciles en semblable cas pour se bien assurer de la veritable cause de ce phenomène qui me paroit provenir de l'humidité ou des vapeurs qui sortent de la Terre en plus grande abondance entre les tropiques que dans le climat de Paris et dans le climat de Paris plus qu'au cercle polaire, et qui epaississant necessairement davantage entre les tropiques qu'à Paris, doivent exiger le raccourcissement dont il s'agit.

Et pour s'en convaincre mettez en Eté à Bale une pendule bien reglée sur le tems moien dans une cave, puis tirez au bout de 8 jours et voiez si elle n'aura pas pour lors retard considerablement. Si elle se trouve avoir retardé, comme je ne doute pas, n'y aura-t-il pas lieu de dire qu'il faut aller bride en main sur ces experiences.

J'ay l'honneur d'être tres parfaitement Monsieur votre tres humble et tres obeissant serviteur

Micheli de Crest.

A Monsieur Baviere a Bale.

Au Château d'Arbourg, le 9 fevrier 1754.

Monsieur,

J'ay tenté l'experience que vous desirez avec la plus grande larme d'hollande que vous m'avez envoiée dans un gobelet d'eau bien gelée autour et j'avois pris des pincettes pour en casser le bout, mais le bout se trouva si ferme qu'il cassa le gobelet et la glace meme en voulant le casser ce dont je ne pus venir à bout, je mis meme le bout de cette larme dans une fente de planches et je ne pus pas venir à bout de le casser.

Ainsy je renonçai à l'entreprise qui auroit été d'ailleurs inutile, parce que pour juger de l'effet dans la glace, il auroit falu avoir une autre larme de même grosseur par la casser dans l'air, et encore en ce cas difficilement on peut faire un juste parallele, puisque suivant que la larme se reffroidit plus ou moins vite, apres etre faite et plus ou moins est grand son effet. Je fis ensuite l'experience de ce que vous apellez

Par consequant donc Monsieur ma preuve du barometre etant mill fois plus sensible et plus sure qu'aucune des plus sures de celles qu'o peut lui opposer, la pretendue sureté que vous croiez voir dans votr proposition parceque j'etois sure de la verité de ma proposition et mill fois plus incertaine que celle que je crois voir dans la mienne.

Quant au 2me article dont vous me demandez l'explication en ce termes.

«D'ou vient qu'un barometre plongé dans l'eau ne doit être en foncé que de 13 lignes 1/2 pour que le mercure y monte d'une ligne. J repond que je ne vois pas ny ne peux meme concevoir le raport direc ou indirect que cette question peut avoir avec celle dont il s'agit, car j ne me sers pas dans ma these du barometre pour connoitre ou pou mesurer la pesanteur de l'eau, mais seulement la pesanteur de l'air ains comme il ne convient point d'entre mesler ici des questions etrangere sans necessité puisque cela ne serviroit qu'à embrouiller la question don il s'agit et à la faire perdre de vue, c'est pourquoi je vous prie de n pas trouver mauvais que je me dispense d'y repondre jusqu'à ce qu vous m'en fassiez voir la liaison indispensable et par consequant l necessité.

Quant à ce que vous m'aprenez d'ailleurs, Monsieur, dans votr lettre sur les experiences nouvelles que vous avez faites sur le lumineu de votre barometre dont vous dites n'avoir pas absolument chassé tou l'air du sommet, je soupçonne que le mercure dont vous vous etes serv renfermoit encore de l'humidité ou bien que la point en dedans du som met du tuiau n'etoit pas bien arrondi ou bien qu'il y pourroit s'etr introduit en le souldant de la fumée de la lampe, ou bien que le tuia n'estoit pas bien sec ou bien lisse, car tout cela sont des obstacles qu peuvent retenir de l'air dans cette parties. Cependant je crois en etr venu au bout à plusieurs barometres, d'ailleurs puisque l'on en vient bout dans les thermometres de mercure, pourquoi n'en viendroit on pa à bout dans les barometres.

Il y a bien apparence aù surplus que les divers mercures dont je m suis servi quoiqu'en apparence moins fluide avoient tous la meme pesan teur puisqu'ils avoient la meme dilatation. Ce plus ou moins de fluidit qui m'a ainsy paru me fut contesté et ne supposait d'ailleurs pour so effet que des globules plus ou moins polis. Or peut etre que la manier dont j'avois purifié les autres mercures avoit pu contribuer à les rendr tels, je me souviens pas si j'ai pour lors pesé ou non, mais je me flatt de le pouvoir savoir par la suite.

Ce que vous ne savez peut etre pas, Monsieur, à l'egard des glo bules du mercure c'est qu'ils sont conpressibles et meme avec un tre petit poids, au lieu que ceux de l'eau ne le sont point du tout.

J'ay l'honneur d'etre tres parfaitement, Monsieur, votre tres humbl et tres obeissant serviteur MICHELI DU CREST.

A Monsieur Baviere.

Monsieur

J'ay trouvé une planche gravée ou le terme moien du Barometre du *St. Godard* combiné par 3 années consecutives d'observation est de 21 pouces 7 lig. 1/4, cela ne suppose pas une bien grande elevation, il est vrai que l'observation du sommet n'y est pas mais qu'elle reste à faire or qu'elle est la plus haute montagne de toute la Suisse c'est ce que vous m'obligerez m'apprendre si vous le pouvez savoir surement, d'ailleurs je me recommande toujours fortement à vos bons offices s'il se peut pour les livres demandez par ma derniere, j'ai l'honneur d'etre au surplus tres parfaitement, Monsieur, votre tres humble et tres obeissant serviteur Micheli du Crest.

A Monsieur Baviere a Bale.

Au Chateau d'Aarbourg, le 3 mars 1754.

Monsieur,

J'ay recu hier au soir celle que vous m'avez fait l'honneur de m'ecrire du 1er de ce mois, avec le 1er tome des *Acta Helvetica* imprimé à Bale en 1751, dans lequel se trouve la table de progression du barometre suivant les diverses hauteurs calculée par Mr *Bouguer* et que Mr *Bernoulli* a mise au jour dans un memoire contenant diverses reflexions sur la physique generale, memoire qui en annonce la suite dans le 1er volume futur, et qui sans doute n'a pas encore paru, puisque dans votre lettre vous me demandez mon avis, savoir s'il ne conviendroit pas d'inserer dedans quelque chose sur le mercure et sur le degré de chaleur necessaire pour faire eclore les œufs, vers à soye, et sur celui du sang humain ; vous ajoutez encore Mr dans votre lettre qu'un ami vous a preté seulement pour 8 jours ce livre d'ou il s'ensuivroit à la lettre que je devrois vous le renvoier mercredi prochain; cependant ce ne doit pas etre un livre rare à Bale puisqu'il est imprimé en 1751, et que le second tome annoncé n'est peut-etre pas encore sous la presse, ainsy je crois devoir expliquer sainement la chose et attendre à vous renvoier ce livre mercredi prochain en 8 jours, afin que si dans l'intervalle vous pouviez m'avoir du libraire la table imprimée du barometre seulement, et me l'envoier je pusse me dispenser de la copier, et si vous ne le pouvez pas faire, il me reste le tems de faire moi meme cette copie.

Je serais curieux, Monsieur, d'avoir une explication de vous 1° sur le titre du livre, *Acta Helvetica*, qui me paroit supposer que votre Academie ou Université a le droit de s'enoncer au nom de toute la Suisse ce que j'ai de la peine à croire et que je ne vois point d'ailleurs soutenu par des dissertations inserées dans ce 1er tome de la part d'aucun Docteur de Zurich ny de Berne ny d'aucun autre canton ou Ville libre du corps helvetique.

Leipsik n'est pas moins je crois une université que votre ville, cependant ils s'y sont contentez du titre d'*Actes de Leipzich* dans ceux

qu'ils ont mis au jour jusques à present. Pourquoi donc ne pas les imiter à Bale en semblable cas.

2° La table en question porte pour titre: *Table des hauteurs des Montagnes du Perou par l'abaissement du Mercure dans le Barometre par Mr. Bouguer* et cependant on n'y voit pas une seule hauteur de montagne qui y soit nommée, n'y meme que l'on puisse deviner, et l'on voit d'ailleurs que ce n'est autre chose qu'une table de progression de la marche du barometre suivant les diverses hauteurs.

Je suis bien eloigné d'ailleurs Monsieur, d'applaudir aux eloges que Mr Bernoulli donne en cette occasion à Mr Bouguer, car je suis bien persuadé que Mr Bouguer sait bien dans sa conscience que tout cet ouvrage barometrique a été mal fait et ne peut etre par consequent que fort incertain. En faut-il d'autre preuve que celle qu'il en donne lui-meme en ne le publiant pas de son chef? y a-t-il du mysterieux en semblable cas qui puisse autoriser la non-publication.

Je suis persuadé que Mr Bouguer et les autres de sa compagnie ont emploié vingt fois plus de tems pour calculer peut-etre en vain cette table, qu'il ne leur en auroit falu pour faire les operations necessaires pour la bien fonder.

1° Ils n'etoient point pourvus de bons barometres, et ils n'en avoient pas la vingtainquieme partie de ce qu'il leur en faloit, pour faire comme il faut les observations, car ils en avoient tout au plus entr'eux tous, deux ou trois qui ne s'accordoient point ainsy qu'il est clair par la relation des Espagnols.

2° Ils n'ont point suivi les observations *gradatine* comme il le faloit depuis le bord de la mer jusqu'à Caraburu, l'un des points de leur base, et le fondement de leurs mesures geometriques en hauteur, car disent les Espagnols pag. 108, si nous provenons à determiner la hauteur du terrain où nous mesurames la meridienne au dessus de la superficie de la mer à 100 toises près c'est plus qu'il ne nous faut.

En effet 100 toises d'erreur de plus ou de moins en ce cas se trouvoient un rien pour la reduction des triangles à leur juste valeur, mais fesoient un objet de grande importance pour la question dont il s'agit, car il peut y avoir 200 toises d'erreur comme 100 sur l'elevation ou l'abaissement de ce fondement au dessus du niveau de la mer puisqu'ils ne l'ont mesurée ny par le barometre, ny par la geometrie, mais seulemt conclüe en vertu d'une progression imaginaire, savoir si elle etoit arithmetique ou geometrique et qu'elle ne peut pas tres bien etre ny l'un ny l'autre.

Nachtrag zu „Haller redivivus“ von H. Kronecker.

Unserem ausgezeichneten Literarhistoriker, Herrn Prof. Dr. Walzel, verdanke ich die Belehrung, dass Goethe im Jahre 1782 die auf Seite 209 und 210 angeführte Stelle aus Faust noch nicht gedichtet hatte.

Es wäre also eher anzunehmen, dass Goethe Schillers Ausspruch habe entwerten wollen.

Inhalts-Verzeichnis.

	Seite der Sitzungs-Berichte	Seite der Abhandlungen
Jahresbericht	II	
Jahresrechnung pro 1901	XV	
Mitgliederverzeichnis	X	
Bohren, A., Dr. phil., Lehrer auf der Rütti.		
Über das Airysche Integral		236
Brückner, E., Prof. Dr.,		
Die Beziehung zwischen Schichtung und Bänderung der Gletscher	VII	
Zur Entstehung des schweiz. Jura und seiner heutigen Formen	XI	
Epstein, L.,		
Wanderungen durch den Tiergarten	V	
Fischer, E., Prof. Dr.,		
Demonstration von zwei mit Basidiosporen von Melampsorella Caryophyllacearum infizierte Weisstannen	VIII	
Graf, J. H., Prof. Dr.,		
Die Ueberschwemmungen des Seelandes und die Korrektionsversuche an der Aare und Sihl, im achtzehnten Jahrhundert	VII	240
Daniel Hubers trigonometrische Vermessung des Kantons Basel (1813—1824), mit Porträt und Dreiecks-Netz		1
Notizen zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaft in der Schweiz . . .		245
Krebs, A., Dr. phil., Seminarlehrer.		
Konstruktion gleichschenkliger Dreiecke mit Hilfe von Kurven höherer Ordnung (mit Tafeln) . .		80
Gross, Dr. med. in Neuenstadt,		
Ueber prähistorische Verhältnisse der Petersinsel	VII	
Gruner, P., Dr. phil., Gymnasiallehrer und Dozent,		
Ueber neue Sterne	VII	
Heffter, A., Prof. Dr.		
Demonstration einiger Pfeilgifte	VIII	

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Kissling, E., Dr. phil., Sekundarlehrer und Dozent,		
Demonstration einer Flügeldecke einer Rhina aus der Molasse der Baichlen	V	
Mitteilung über einen Fund von Murmeltierskeletten	V	
König, E., Dr. phil., Gymnasiallehrer und Dozent,		
Die Umformung von Wechselstrom in Gleichstrom	VI	
Elektrische Strom- und Spannungsresonanz . .	VIII	
Beiträge zu dem Problem der elektrochemischen Umformung von Wechselstrom in Gleichstrom durch Aluminium-Elektrolyt-Zellen (Figuren im Text) .		17
Kronecker, H., Dr. Prof.,		
Albrecht von Hallers physiologische Prioritäten .	VI	
Haller Redivivus (Figuren im Text) . . .		20
Nachtrag dazu		25
Pflüger, E., Dr. Prof.,		
Vergleichende Anatomie des Säugetierauges . .	VI	
Sidler, G., Dr. Prof.,		
Zur Theorie des Kreises u. a.		22
Studer, Th., Dr. phil. Prof.,		
Die Rasse der St. Bernhardshunde	V	
Faunistisches von der Petersinsel	VII	
Ueber eine noch jetzt lebende Urform des Pferdes .	VIII	
Tschirch, A., Dr. phil. Prof.,		
Demonstration einiger Ex libris von A. von Haller .	VI	

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

(Fortsetzung von Seite 2 des Umschlags.)

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 6: Mollusken. Zusammengestellt von Prof. Dr. Th. Studer, Dr. G. Amstein und Dr. A. Brot. Preis 60 Cts.

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 9: Crustacea. Von Dr. J. Henscher etc. 35 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V 4: *Heraldik und Genealogie.* Bearbeitet von Jean Grellet und Maurice Tripet. Bern 1895. 68 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50.

Fascikel V 6 a–e: *Architektur, Plastik, Malerei.* Zusammengestellt von Dr. B. Haendcke. Bern 1892. 100 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 6 e: *Leibesübungen.* Turnen, Fechten, Reiten, Wassersport etc. Zusammengestellt von Alois Landtwing. 165 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel V 9 a b: *Landwirthschaft.* Zusammengestellt v. Prof. F. Anderegg u. Dr. E. Anderegg. Bern 1893. Heft 1—3. 258 S. 8° à Fr. 3.—
Id. „ 4 „ „ —.60
Id. „ 5 und 6 „ „ 2.—

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Forstwesen. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1894, 160 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Jagd. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. 77 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Fischerei. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1898, 65 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V 9 d: *Schutzbauten.* Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1895. 136 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9 g β: *Mass und Gewicht.* Bearbeitet von F. Ris, Direktor der eidgen. Eichstätte. Bern 1894. 36 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V 9 g γ: *Post- und Telegraphenwesen.*
Postwesen. Zusammengestellt von der Schweizer. Oberpost-Direktion.
Telegraphenwesen. Zusammengestellt von E. Abrezol, Inspektor der Central-Telegraphenverwaltung. Bern 1895. 113 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9 g ε: *Bankwesen, Handelsstatistik, Versicherungswesen.* Zusammengestellt von W. Speiser, Basel, Dr. Geering und Dr. J. J. Kummer. Bern 1893. 207 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel V 9 b β: *Schweizerische Eisenbahn-Litteratur 1830-1901.* Mit Anhang: Verzeichniss der in der Eisenbahn-Aktensammlung (Bd. 1-8, neue Folge Bd. 1-15) abgedruckten Aktenstücke 1850-1899. Bearbeitet von Carl Stehler. Bern 1902. 539 Seiten. Preis Fr. 5.—

Fascikel V 9 j: *Alkohol und Alkoholismus.* Zusammengestellt von Otto Lauterburg, Pfarrer in Neuenegg, E. W. Milliet, Direktor der eidgen. Alkoholverwaltung, und Antony Rochat, Pfarrer in Satigny. Bern 1895. 183 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 10 e γ: *Die christkatholische Litteratur der Schweiz.* Zusammengestellt v. Dr. F. Lauchert. Bern 1893. 32 Seiten 8°. 60 Cts.

Fascikel V 10 e α: *Bibliographie der evangelisch-reformirten Kirche in der Schweiz.* Heft 1: Die deutschen Kantone. Zusammengestellt von Dr. G. Finsler. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 10 e: *Die katholisch-theologische und kirchliche Litteratur des Bisthums Basel* vom Jahre 1750 bis zum Jahre 1893. Zusammengestellt von Pfr. Ludwig R. Schmidlin in Biberist.
Heft 1 und 2 à Fr. 3.—

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Bibliographie der schweizerischen Landeskunde.

Unter Mitwirkung der hohen Bundesbehörden, eidgen. und kant. Amtsstellen und zahlreicher Gelehrter

herausgegeben von der

Centralkommission für schweizerische Landeskunde.

In deutscher und französischer Ausgabe.

Bis jetzt erschienen:

Fascikel Ia: *Bibliographische Vorarbeiten der landeskundlichen Litteratur und Kataloge der Bibliotheken der Schweiz.* Zusammengestellt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1894. 69 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel I b, enthaltend: *Bibliographie der Gesellschaftsschriften, Zeitungen und Kalender der Schweiz,* von Prof. J. L. Brandstetter in Luzern. 380 Seiten. Preis Fr. 3.—

Fascikel II a: *Landesvermessung und Karten der Schweiz, ihrer Landstriche und Kantone.* Herausgegeben vom eidgen. topographischen Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1892. 193 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II b: *Karten kleinerer Gebiete der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf, Bern 1892. 164 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II c: *Stadt- und Ortschaftspläne, Reliefs und Panoramen der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1893. 173 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II d, enthaltend: *Generalregister, Ergänzungen und Nachträge zu den Fascikeln II a—c* (Landesvermessung, Kataloge der Kartensammlungen, Karten, Reliefs und Panoramen). Im Auftrage des eidgen. topograph. Büreaus redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. 220 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel III: *Landes- und Reisebeschreibungen.* Ein Beitrag zur Bibliographie der schweizer. Reiselitteratur, 1479—1890. Zusammengestellt von A. Wäber, Bern. 462 Seiten 8°. Preis Fr. 4.—

Fascikel IV 3: *Balneologie und Climatotherapie.* Versuch einer schweiz. Bibliographie der Litteratur auf den Gebieten des Badewesens, der Heilquellen, der climatischen Kurorte u. s. w. Von B. Reber in Genf. 130 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel IV 6: *Die Fauna der italienischen Schweiz.* Redigirt von Prof. Dr. A. Lentecchia. Como 1894. 19 Seiten 8°. Preis 50 Cts.

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica:* Heft 2: Seenfauna. Zusammengestellt von Prof. D. F. Zschokke. Bern 1897. 30 Seiten. 60 Cts.

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 3: Säugethiere. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer-Sigwart. Bern 1900. 119 Seiten. Fr. 2.—

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 4: Vögel. Zusammengestellt von Prof. Dr. Theophil Studer. Bern 1895. 57 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 5: Reptilien und Amphibien. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer. 39 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 5a: Fische. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer-Sigwart. Bern 1900. 99 Seiten. Preis Fr. 1.50

(Fortsetzung auf Seite 3 des Umschlags.)

Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1903.

Nr. 1551-1564.

Redaktion: J. H. GRAF.

BERN
Druck und Verlag von K. J. Wyss
1904.

506
N283

Jahresbericht

über die

Thätigkeit der bernischen Naturforschenden Gesellschaft

im Vereinsjahr 1902/1903.

Hochgeehrte Herren!

Im abgelaufenen Vereinsjahr wurden 11 ordentliche Sitzungen abgehalten, welche im Durchschnitt von 33 Mitgliedern und 5 Gästen besucht waren. Es beteiligten sich dabei folgende Herren durch Vorträge oder kleinere Mitteilungen und Vorweisungen: Baltzer (2), Brückner (1), Dick (1), Graf (1), Ed. Fischer (1), Gross (1), Gruner (2), Heffter (1), E. König (1), Mai (1), Studer (4) und Strasser (1).

Von diesen Mitteilungen entfallen auf;

Zoologie und prähistorische Forschung 7, Geologie 2, histor. Landeskunde 1, Botanik 1, Physik 1, Meteorologie 1, Chemie 1, Pharmakologie 1 und Entwicklungsgeschichte 1.

Eine der erwähnten 11 Sitzungen wurde als auswärtige Sitzung in Neuenstadt abgehalten. An derselben sprachen die Herren Th. Studer über «Faunistisches von der Bieler-Insel», J. H. Graf über «Ueberschwemmungen vom Seeland» und H. Gross über «prähistorische Verhältnisse der Bielerinsel». An die Sitzung schloss sich ein gelungener Ausflug nach der Petersinsel und nach Erlach; an letzterem Ort wurden unter der kundigen Führung des Herrn Propper aus Biel interessante alte Baudenkmäler in Augenschein genommen.

Die Sitzung vom 22. November 1902 war dem Andenken an Herrn Dr. Edmund von Fellenberg gewidmet. Herr Th. Studer entwarf ein treues Lebensbild des Verstorbenen und Herr Baltzer schilderte speziell dessen Tätigkeit als Geologe.

Herrn Prof. Dr. L. Fischer wurde zur Feier seiner 50jährigen Mitgliedschaft in der bernischen naturforschenden Gesellschaft im Dezember 1902 eine Adresse überreicht. An der Jahresversammlung der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Genf war unsere Gesellschaft durch die Herren Steck und Strasser offiziell vertreten.

Die Zahl der ordentlichen Mitglieder betrug zu Anfang des Jahres 144.

Für das neue Vereinsjahr sind gewählt worden: Zum Präsidenten Herr Prof. Dr. J. H. Graf, zum Vizepräsidenten Herr Prof. Dr. A. Heffter.

Der abtretende Präsident:

Strasser.

Nachdem erklärt wird, wie im allgemeinen eine Zunahme des Ionengehaltes der Atmosphäre eine Erniedrigung des elektrischen Potentialgefälles zur Folge hat, und wie desshalb die beiden luftelektrischen Beobachtungsmethoden: Messung des Potentialgefälles nach **Exner**, Bestimmung des Zerstreuungsvermögens der Luft nach **Elster** und **Geitel** einander ergänzen, wird die Beeinflussung dieser beiden Erscheinungen durch die verschiedenen meteorologischen Faktoren in Kürze besprochen und die am plausibelsten erscheinenden Hypothesen auseinandergesetzt. Insbesondere wird die jährliche Periode hauptsächlich auf Rechnung der mit den Jahreszeiten verschieden tief in die Atmosphäre dringenden ultravioletten Sonnenstrahlung gesetzt, ebenso die tägliche Periode mit den, durch die Sonnenwärme bewirkten, aufsteigenden Luftströmen (die eventuell auch den Staub der untern Schichten mit sich reissen) in Zusammenhang gebracht, ferner auf die Wolkenbildung als Kondensationsprodukt um die negativen Ionen hingewiesen, und endlich noch der grosse Gehalt positiver Ionen im Föhn und in Räumen mit stagnierender Luft nach den bisherigen Prinzipien der Ionentheorie erklärt.

2. Für das Vereinsjahr 1903/1904 wird der Vorstand gewählt:
   Herr Prof. Dr. J. H. Graf zum Präsidenten.
   Herr Prof. Dr. A. Hefter zum Vizepräsidenten.
3. Der abtretende Präsident, Hr. H. Strasser, verliest den **Jahresbericht** über das Vereinsjahr 1902/1903. Derselbe wird von der Gesellschaft genehmigt.
4. Die vom Kassier, Hrn. Bernh. Studer, vorgelegte **Rechnung über das abgelaufene Rechnungsjahr** wird genehmigt und verdankt.
5. Hr. Th. Steck erstattet den **Jahresbericht über die Bibliothek der bern. naturf. Gesellschaft.**

988. (Auswärtige) Sitzung vom 24. Mai 1903.

Vormittags 10 Uhr im Grossrats-Saal in Solothurn.

Gemeinschaftlich mit der solothurnischen naturf. Gesellschaft.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 50 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **J. H. Graf** spricht über: **Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf** (speziell sein Berliner Aufenthalt).
2. Hr. Schuldirektor **Keller** spricht über: **Die Betätigung Werner Munzingers bei der Aufsuchung von E. Vogel.**
3. Hr. **Th. Studer** spricht: **Über den Ursprung des Bernhardiners** (mit Vorweisungen).

Nach Schluss der Sitzung Besichtigung des neuen Museums in Solothurn, treffliches Mittagsmahl in der Krone, gemeinsamer Spaziergang durch die Verena-Schlucht und freundliches Zusammensein mit den Mitgliedern der Schwestergesellschaft.

989. Sitzung vom 24. Oktober 1903.

Abends 8 Uhr im geologischen Institut.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 52 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **A. Baltzer** spricht über: **Die Lakkoliten der Berner Alpen,** eine neue Ansicht über die Natur der alpinen Granitkerne. (Mit Projektionen).

Lakkolithen sind in den Alpen, abgesehen vom Adamello, noch fast nicht beobachtet worden; im Aarmassiv wurden in der sogenannten zentralen Granit-Gneisszone bisher meistens alte archaeische Lagermassen angenommen; der Vortragende hat nun im Westflügel des Aarmassivs zwei deutliche Lakkolithen nachgewiesen, die er als **Aletschlakkolith** und **Gasterenlakkolith** bezeichnet, ersteren ca. 30 Km. langen, nach dem über 4000 m hohen Aletschhorn, letztern ca. 13 Km. langen nach dem Gasterental benannt. Es sind dies in der Streichrichtung des Gebirges langgestreckte eiförmig bis ellipsoidische Granit-Rücken, welche aus Phylliten hervortreten, durch tiefe Gletschertäler zum Teil herrlich entblösst und aufgeschlossen sind.

Solche Aufschlüsse stellen das matterhornartige Bietschhorn, das Nesthorn, das majestätische Aletschhorn dar und wurden deren Verhältnisse an zum Teil geologisch colorierten Lichtbildern erläutert.

Die Lakkolithennatur ergiebt sich aus dem Parallelismus des Granitsalbandes mit den angrenzenden Schiefern, aus der teilweise erhaltenen Schieferkappe (Aletschhorn), aus den Gängen in den Flanken und in der Kappe. Besonders charakteristisch sind mehrfache vom Vortragenden aufgefundene Schollenkontakte, d. h. Vorkommnisse von massenhaften Schollen der Phyllite im Granit, mit Kontaktmineralien. Der regelmässige Querschnitt dieser Lakkolithen lässt den Gedanken an Stöcke nicht aufkommen.

Nach dem Vorgang der Amerikaner denkt man bei Lakkolithen zunächst an die bekannten intrusiven Brodlaibformen oder Planconvexlinsenartigen Intrusivgebilde von oft gruppenförmiger Anordnung, indessen hat die neuere Lakkolithenforschung in Amerika bereits auch Typen mit geneigter oder komplizierter gestalteter Basis, reihenförmiger Anordnung, in die Länge gezogenem Umriss und möglicherweise an Faltung geknüpfte Formen erkannt. Man kann also einen Gruppen- und einen linearen Reihentypus unterscheiden.

Die Lakkolithen des Aarmassivs bezeichnet der Vortragende als den gefalteten Typus, indem er annimmt, dass benachbarte lineare Lakkolithen unterirdisch durch Faltung zusammenhängen können. Die Entstehung wird mit der jung-palaeozonischen Faltung (vor Absatz des Verrucano) in Zusammenhang gebracht. Wer die weite Ausdehnung, die dem Begriff Lakkolith hier gegeben wird, nicht für zweckmässig hält, kann die Bezeichnung Intrusivlager anwenden.

Die Installation stand wohl mit Zerrüttungszonen und Holräumen in Verbindung; die Anwendbarkeit der Assimilationshypothese ist weiter zu prüfen; sofern der Granit ein primäres, nicht gespaltenes Magma wäre, findet sie kaum Anhaltspunkte. Da im Verrucano die Granite als Gerölle vorkommen, so wird der Lakkolithen Alter als präpermisch angenommen.

Über das Alter der wenig untersuchten sericitischen Gneisse, Phyllite etc. lässt sich mangels von Anhaltspunkten nur sagen, dass sie palaeozoisch, präcambrisch oder archaeisch sein können. Ob das ganze Massiv ein Lakkolith ist oder aus vielen Einzellakkolithen von ungefähr gleichem Alter besteht, bleibt zu untersuchen. Die gneissig-schichtige Beschaffenheit im mittleren und östlichen Teil wird

auf **primäre** Druckmetamorphose im langsam erstarrenden Magma, nur zum geringen Teil auf Dynamometamorphose zurückgeführt.

Auch das Gotthardmassiv ist lakkolithischer Natur und vermutlich sind Lakkolithen in der Schweiz weit verbreitet.

Der Forschung bleibt noch ein weites Feld offen.

990. Sitzung vom 7. November 1903.

Abends 8 Uhr im Physik-Zimmer des freien Gymnasiums.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 30 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **Rud. Huber** spricht über: **Elektrische Resonanz bei Strömen hoher Frequenz.**

Von der Entstehung des elektrischen Funkens, als der Quelle elektrischer Schwingungen, ausgehend, besprach der Vortragende die Abhängigkeit der beim Funkenübergang wirksamen Energie von der Kapazität der Konduktoren; hierauf zeigte er, dass die oscillatorische Entladung von Kondensatoren eine Folge der Selbstinduktion ist. Nachdem der Begriff der Dämpfung und die Konstanz des Dämpfungsverhältnisses erläutert worden, ergab sich, dass die scheinbaren Energieverluste als transversale Wellenbewegung des Lichtäthers aufzufassen seien. Der Vortragende wies auf die elektromagnetische Lichttheorie Maxwells hin und besprach im weiteren die Differentialgleichung, welche sich für den Stromfluss und Verlauf der elektrischen Schwingungen in einem Leiterelement ergibt, und welche ihre analoge Gleichung in der theoretischen Akustik findet. Wie in dem einen, so findet auch in dem andern Gebiet Resonanz der stehenden Wellen statt, und es entspricht dem Maximum und Minimum der Verdichtung in der Akustik, ein Maximum und Minimum der Spannung in der Elektrizität. Durch Spulen, welche einer Viertelswellenlänge entsprachen, konnte die elektrische Resonanz zur Anschauung gebracht werden, und zwar geschah die Einstellung des sogenannten «Thomsonschen Kreises» auf die richtige Wellenlänge durch verändern der Selbstinduktion. Dies gab die Veranlassung zur Besprechung der Methode, welche in der Funkentelegraphie zur Abstimmung der Empfängerstation auf die ankommenden Wellen angewendet wird. Die objektive Darstellung der stehenden elektrischen Wellen geschah in der von Seibt angegebenen Weise.

Im Anschluss an den Vortrag über Resonanz wurden noch einige Hochspannungsversuche demonstriert, wie diejenige über Impedanz, eine Folge der Extraströme, welche bei Wechselströmen hoher Freguenz auftreten, ferner Konduktorwirkungen im Hochspannungsfelde.

2. Hr. **Rud. Huber** demonstriert einen sog. **japanischen** oder **magischen Spiegel.**

991. Sitzung vom 14. November 1903.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 36 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **M. Volz** spricht über einige Gruppen der **Fauna Sumatras.**

Der Vortragende hielt sich mehrere Jahre auf jener fernen Insel auf, während welcher Zeit er ziemlich umfangreiche zoologische Sammlungen anlegte, die er dem bernischen, naturhistorischen Museum zum Geschenk machte. Einzelne der Tiergruppen sind vom Vortragenden genau untersucht und die Ergebnisse werden demnächst in zoologischen Fachschriften veröffentlicht. Vorläufig sprach Dr. **Volz** über die von ihm untersuchten Fische und Reptilien. Die ersteren sind in Sumatra, wie überhaupt auf den Inseln des malayischen Archipels sehr zahlreich, sowohl was Arten — als was Individuenzahl anbelangt. Vom Vortragenden wurden 78 sumatranische Arten gesammelt, von denen 19 bisher nur von andern Inseln oder dem asiatischen Festlande bekannt waren; 9 Arten, von denen eine der Repräsentant einer neuen Gattung ist, sind für die Wissenschaft vollständig neu. Der Vortragende gibt eine Schilderung der ichthyologischen Verhältnisse in den grossen, brackwasserhaltigen Ästuarien an der Nordostküste der Insel Sumatra, beschreibt von einigen Arten die Fangmethoden und die Verwendung, erzählt von verschiedenen biologisch extravaganten Fischen, die das feste Land erklettern können und lange Zeit im Stande sind, ohne Wasser zu leben, von andern, dass sie lebendige Junge gebären und von dritten, dass sie vermögen auf gewisse Distanzen Wasserstrahlen zu spucken und auf diese Weise kleine Tiere zu sich hinunter ins Wasser zu spühlen.

Von Reptilien brachte Dr. **Volz** 16 verschiedene Arten Eidechsen (wovon eine Art für Sumatra neu ist) und 23 Arten Schlangen (zwei neu für die Insel) mit. Auch hier wurde weniger auf die Systematik als auf die Biologie eingegangen. Es gab Schilderungen von gefangenen Riesenschlangen und von kleineren Schlangen aller Art. Dabei wurde betont, dass die Gefährlichkeit im allgemeinen in Europa überschätzt wird, obschon es gelegentlich auch unangenehme Vorkommnisse geben kann. Der Vortragende wies z. B. eine Schlange vor, die unter dem Kopfkissen seines Bettes gefangen wurde.

2. Hr. **Erich Fischer** spricht über die **Klippschliefer**, jener auf Afrika und die Mittelmeerländer Asiens beschränkten kleinen Gruppe der an manche Nagetiere erinnernden Tiere, welche die Gebirge des Kaplandes, Syriens und der Sinai-Halbinsel bevölkern. Von der Lebensweise dieser Tiere ausgehend, zeigte der Hr. Vortragende, wie eine Menge der nur den Hyraciden zukommenden anatomischen Eigentümlichkeiten als extreme Anpassungen an die Lebensbedingungen aufgefasst werden müssen, er zeigte, wie diesen Tieren durch Ausbildung einer Falte im Auge, eines sogenannten Umbraculums, welches die Pupille teilweise verschliessen kann, ein scharfes Sehen im Dunkeln ihrer Schlupfwinkel, wie auch im hellsten Tageslicht ermöglicht wird, wie die Klippdachse durch die eigentümliche Ausbildung ihrer Sohlenschwielen zu geschickten Kletterern wurden, die auch senkrechte Flächen ohne Schwierigkeit überwinden können, und wie ihnen durch die merkwürdige Differenzierung ihres Darmkanals die vollständige Ausnutzung des sich bei ihren felsigen Wohnplätzen nur spärlich findenden Futters gewährleistet wird. Andere Eigentümlichkeiten im anatomischen Bau der Hyraciden zeigen sie uns aber als Tiere

von ausserordentlich altertümlicher Organisation. Nachdem Hr. Fischer ausgeführt hatte, dass es früheren Forschern nie gelungen war, die Verwandtschaft der Klippschliefer, welche Charaktere verschiedener Säugetierordnungen in sich vereinigen, mit den anderen Säugetieren festzulegen, wies er, zum teil auf eigenen Untersuchungen fussend, nach, dass man nach den Resultaten der vergleichend anatomischen, palaeontologischen und embryologischen Arbeiten über diese Tiere, die Klieppschliefer als relativ wenig veränderte Nachkommen einer längst untergegangenen Gruppe alttertiärer Tiere auffassen müsste, welche die gemeinsamen Vorfahren der Huftiere und gewisser Nager waren.

3. Hr. **Th. Studer** bespricht und demonstriert eine Anzahl menschlicher und tierischer Knochen, welche im äussersten Süden Patagoniens, in Feuerland, gefunden worden sind. Dieselben müssen als Überreste von **Neomylodon listaei** angesprochen werden.

992. Sitzung vom 5. Dezember 1903.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 14 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **O. Rubeli** spricht: **Über den Bau der Zitze des Rindes.**

Der die Zitze des Rindes von ihrer Basis bis zur Spitze durchziehende Gang besteht aus einem oberen, bedeutend erweiterungsfähigen, za. 8 cm. langen Abschnitt, Milchzisterne, Receptaculum lactis genannt, und einem unteren, engern, za. 1 cm. langen und von der Zisterne auf die Zitzenaussenfläche führenden Abschnitt, dem Strich- oder Zitzenkanal, Ductus papillaris. Vielfach wird angenommen, dass bei der Drüsentätigkeit die abgesonderte Milch in der Zisterne angesammelt werde. Referent betont, dass diese Ansicht nicht richtig sein kann und bespricht unter Vorweisung von Präparaten und Zeichnungen die hier vorhandenen Apparate, welche die Lichtung des ganzen Ganges gewöhnlich zum Schwinden bringen, sodass die Milch an dieser Stelle nicht stagnieren kann. Diese Apparate bestehen in dem Bereiche der Zisterne aus einem stark entwickelten Venennetz in Verbindung mit besonderer Ausbildung und entsprechender Anordnung des elastischen Gewebes und im Bezirk des Strichkanales aus einem ansehnlichen Schliessmuskel. Gewöhnlich sind nun die Venen mit Blut gefüllt und drängen die einwärts von ihnen liegenden, mit zahlreichen Falten versehenen Zisternenwände aneinander. Sobald jedoch eine auf reflektorischem Wege erfolgende Entleerung derselben hervorgerufen wird, kann die Milch aus den Hohlräumen der Drüse in die Zisterne einfliessen. Der Verschluss des Strichkanales ist vorzüglich und andauernd und wird normaler Weise nur durch positiven oder negativen Druck (Herauspressen der Milch, Melken und Ansaugen der Milch) unterbrochen.

Hier anschliessend erwähnt Herr Prof. Dr. Guillebeau, dass der Bakteriengehalt der Milch, die dem Euter in kleinen Quantitäten rasch aufeinanderfolgend entzogen werde, sehr verschieden sei. Der-

selbe sei anfangs gering und nehme in jeder folgenden Probe zu. Hieraus ist zu entnehmen, dass die allgemein verbreitete Ansicht einer Einwanderung der Bakterien in die Milch durch den Strichkanal hindurch nicht richtig ist und dass der bakteriologische Befund mit den morphologischen Ergebnissen vollkommen übereinstimmt.

2. Hr. **A. Einstein** spricht über: **Die Theorie der magnetischen Wellen.**

993. Sitzung vom 19. Dezember 1903.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 24 Mitglieder und Gäste.

Demonstrationsabend.

1. Prof. **Ed. Fischer** demonstriert Exemplare von **Myrmecodia echinata**, die Herr Dr. E. Kissling in Sumatra gesammelt und dem hiesigen botanischen Institut geschenkt hat. Diese Pflanze wird bekanntlich zu den sog. myrmekophilen oder Ameisen-Pflanzen gerechnet. Ihre knollenförmig angeschwollene Stengelbasis ist nämlich von Hohlräumen durchsetzt, welche von Ameisen bewohnt werden. Während sich aber bei anderen Ameisenpflanzen, z. B. gewissen Cecropia-Arten, bestimmte Eigentümlichkeiten der Pflanze nachweisen lassen, die als Anpassungen an die Ameisenbesiedelung angesehen werden können, ist das hier nach dem heutigen Stand unserer Kenntnisse nicht der Fall; man nimmt vielmehr an, dass den Hohlräumen von Myrmecodia eine andere Bedeutung für die Pflanze zukommt (nach Treub würde es sich um ein Durchlüftungssystem handeln), und dass die Ameisen die Hohlräume nur als einen günstigen Unterschlupf benützen, ebenso wie sie irgend welche andere Hohlräume gelegentlich besiedeln.

2. Hr. **Th. Steck** demonstriert **Sphingiden**, welche von Hrn. Dr. Göldi in Pará unserem Museum als Depositum übergeben wurden.

3. Hr. **E. Kissling** weist **Sandkrystalle** von Fontainebleau und solche von Süd-Dakota vor. Ferner Edel-Opale von Neu-Süd-Wales.

4. Hr. **A. Baltzer** zeigt den Gips-Abguss eines **Meteoriten**, welcher in Chervettaz, Kt. Waadt, am 30. Nov. 1901 niedergefallen ist.

5. Hr. **Bernhard Studer-Steinhäuslin** demonstriert eine kleine **Sammlung von Pilzen aus den Pfahlbauten**, die dem Landesmuseum in Zürich entnommen waren und einem zürcher Botaniker zu einer Arbeit über die Pfahlbautenflora Material bieten sollten. Dem Sprechenden war der Auftrag geworden, die Bestimmungen der Arten auf ihre Richtigkeit zu begutachten. Die Pilze bestanden aus verschiedenen Spezies von Polyporus, Lenzites, Daedalea u. s. w. In Anbetracht der grossen Schwierigkeit, Pilze zu bestimmen, die durch Jahrhunderte langen Aufenthalt im Wasser oder in der Erde einen grossen Teil der zur Bestimmung ins Gewicht fallenden Eigenschaften eingebüsst haben, glaubt der Sprechende, von eigentlichen Bestimmungen absehen und sich auf Mutmassungen beschränken zu sollen.

27. *Engelmann,* Dr., Apotheker in Basel 1874
28. *Farner,* Dr. A., Apotheker 1899
29. *Fischer,* Dr. phil. Ed., Professor der Botanik, Bern . . 1885
30. *Fischer,* Dr. L., Honorar-Professor, Bern 1852
31. *v. Freudenreich,* Dr. E., Bern 1885
32. *Friedheim,* Dr. Prof., Bern 1897
33. *Geering,* Ernst, Dr. med., Reconvillier 1898
34. *Gerber,* E., Lehrer, Florastrasse 17, Bern 1902
35. *de Giacomi,* J., Dr. med., Arzt und Privatdozent, Bern . 1889
36. *Girard,* Prof. Dr. med., Arzt in Bern 1876
37. *Graf,* Dr. J. H., Professor der Mathematik, Bern . . 1874
38. *Gressly,* Alb., Oberst, Maschinen-Ingenieur, Bern . . 1872
39. *Grimm,* J., Präparator, Bern 1876
40. *Gruner,* Dr. Paul, Gymnasiallehrer und Dozent, Bern . 1892
41. *v. Grünigen,* Lehrer, Bern 1902
42. *Guillebeau,* Professor Dr., Bern 1878
43. *Gurwitsch,* Dr., Priv. Doc., Anat. Institut 1902
44. *Haaf,* C., Droguist, Bern 1857
45. *Haas,* Dr. med., Sigismund, Arzt in Muri bei Bern . . 1890
46. *Häni,* Rud., Dr. med., Arzt in Köniz 1900
47. *Hartmann,* Dr. phil., Mathemat. a. Eisenbahndepartement, Bern 1898
48. *Heffter,* Dr. A. W. A., Prof. der med. Chemie u. Pharmakologie 1899
49. *Held,* Leon, Chef des eidgen. topograph. Bureaus, Bern . 1879
50. *Helgers,* cand. phil., Bern 1902
51. *Hellmann,* Boris, stud. phil., Bern 1903
52. *Huber,* Dr. G., Professor der Mathematik, Bern . . 1888
53. *Huber,* Rud., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1891
54. *Hug,* Otto, Dr. phil., Bern 1897
55. *Hugi, E.,* Dr. phil., Assistent am geolog. Institut, Bern .
56. *Isenschmid,* Moritz, Dr. phil., Bern 1903
57. *Jacky,* Ernst, Dr. phil., Bern 1901
58. *Jadassohn,* Dr. Prof., Bern 1897
59. *Jenner,* E., Entomolog, hist. Museum, Bern . . . 1870
60. *Jonquière,* Dr. med. Georg, Arzt in Bern 1884
61. *Juillerat,* Lehrer am Technikum Biel 1902
62. *Käch,* P., Sekundarlehrer in Bern 1880
63. *Kesselring,* H., Lehrer an der Sekundarschule in Bern . 1870
64. *Kissling,* Dr. E., Sekundarlehrer und Privatdozent, Bern . 1888
65. *Kobi,* Dr., Rektor der Kantonsschule Pruntrut . . . 1878
66. *Kocher,* Dr., Professor der Chirurgie, Bern . . . 1872
67. *von Kostanecki,* Dr., Professor der Chemie, Bern . . 1896
68. *König,* Ed., Dr. med., Bern 1903
69. *König,* Emil, Dr. phil., Gymnasiallehrer u. Dozent, Bern . 1893
70. *Körber,* H., Buchhändler in Bern 1872
71. *Kraft,* Alex., Besitzer des Bernerhofs, Bern . . . 1872
72. *Kraemer,* Prof. Dr., Bern 1903
73. *Krebs,* A., Dr. phil., Seminarlehrer in Bern . . . 1888
74. *Kronecker,* Dr. H., Professor der Physiologie, Bern . . 1884
75. *Kummer,* Dr. med. J., Arzt in Bern 1890
76. *La Nicca,* Dr. med. R., Arzt in Bern 1899
77. *Lanz,* Dr. Em., Arzt in Biel 1876

78. *Leist*, Dr. K., Lehrer an der Sekundarschule in Bern . 1888
79. *Lerch*, M., Professor Dr. in Freiburg 1898
80. *v. Lerber*, A., Dr. med., Arzt in Laupen 1898
81 *Lindt*, Dr. med., W., Arzt und Dozent in Bern . 1888
82. *Lory*, C. L., Rentier in Münsingen 1894
83. *Lüscher*, E., Dr. med. in Bern 1895
84. *Lütschg*, J., gewesener Waisenvater in Bern . . . 1872
85. *Mai*, Dr. Jul., P.-D. der Chemie 1902
86. *Meisser*, Benedikt, Dr. med., Bern 1903
87. *Mooser*, W., Dr., Belpstrasse 71, Bern 1901
88. *Moser*, Ch., Professor Dr. in Bern 1884
89. *Müller*, Emil, gew. Apotheker in Bern 1882
90. *Müller*, Professor Dr., P., in Bern 1888
91. *v. Mutach*, Alfred, von Riedburg, Bern 1865
92. *Müzenberg*, Dr. med. Ernst, Spiez 1885
93. *Nanny*, Dr. Wilhelm, Arzt in Mühleberg 1890
94. *Nicolet*, L., Pharmacien, St. Imier 1892
95. *Pfister*, J. H., Mechaniker in Bern 1871
96. *Pulver*, G., Vorsteher in Hindelbank 1891
97. *Ris*, F., Lehrer der Physik am städtischen Gymnasium . 1869
98. *Rosenmund*, Oberst, Ingenieur, Bern 1902
99. *Rothen*, G., Sekundarlehrer, Bern 1900
100. *Rothenbühler*, Dr., Sekundarlehrer in Bern. . . . 1896
101. *Rubeli*, Dr. O., Professor in Bern 1892
102. *Sahli*, Professor Dr. H., Bern 1875
103. *Sauter*, Dr. J., Ingenieur, Bern 1900
104. *Schaehtler*, Jacques, Tiefbau-Ingenieur, Bern . . . 1903
105. *Schaffer*, Prof. Dr., Kantonschemiker, Bern . . . 1878
106. *Schapiro*, Dr. J., Bern 1900
107. *Schlachter*, Dr., Gymnasiallehrer, Bern 1884
108. *Schmid*, Dr. W., Oberst, Oberinstruktor der Artillerie, Bern 1891
109. *Schneider*, Otto, Assistent am botan. Institut, Bern . . 1903
110. *Schönemann*, Dr., Bern 1902
111. *Schürch*, Otto, Dr. phil., Zahnarzt, Langnau . . . 1898
112. *Sidler*, Dr., Honorar-Professor, Bern 1856
113. *v. Speyr*, Dr. Prof., Direktor der Waldau . . . 1898
114. *Spiess*, Otto, Dr., Assistent in Trappes (France) . . 1901
115. *Stäger*, Rob., Dr. med., Bern 1898
116. *Steck*, Th., Dr. phil., Konservator am Naturhist. Museum Bern 1878
117. *Steiger*, Hans, Oberstlieutenant, Bern 1897
118. *Steinegger*, Rud., Dr., I. Assistent, Liebefeld . . . 1902
119. *Stooss*, Max, Professor Dr. med., Arzt in Bern . . 1883
120. *Strasser*, Dr. Hans, Professor der Anatomie, Bern . . 1872
121. *Strelin*, Alexander, Dr. med., Arzt, Bern 1898
122. *Streun*, G., Dr., Sekundarlehrer, Bern 1898
123. *Studer*, Bernhard, sen., Bern 1844
124. *Studer*, Bernhard, Apotheker, Bern 1871
125. *Studer*, Dr. Theophil, Professor der Zoologie, Bern . . 1868
126. *Studer*, Jakob, Sekundarlehrer, Bern 1903
127. *Studer*, Wilhelm, Apotheker in Bern 1877
128. *Tambor*, J., Dr. phil., Prof., Laboratorium, Bern . . 1894

129. *Tanner*, G. H., Apotheker in Bern 1882
130. *Tavel*, Professor Dr. E., Bern 1892
131. *Thomann*, Dr., Apotheker in Bern 1901
132. *Tièche*, M. cand. med., Bern 1903
133. *Truninger*, E., Zäzilienstrasse 44, Bern 1901
134. *v. Tscharner*, Dr. phil. L., Oberst, Bern 1874
135. *Tschirch*, Dr. A., Professor der Pharmakognosie in Bern . 1890
136. *Valentin*, Ad.. Professor Dr. med., Arzt in Bern . . 1872
137. *Vögeli*, H., Dr. med., Thun 1898
138. *Volz*, Walther, Dr. phil., Bern 1903
139. *Volz*, Wilhelm, Apotheker in Bern 1887
140. *Wäber-Lindt*, A., Bern 1864
141. *Walthard*, Max, Dr. med. Prof., Arzt in Bern . . . 1894
142. *v. Wattenwyl-v. Wattenwyl*, Jean, Oberst, Bern . . 1877
143. *Würth*, Theoph., Sekundarlehrer, Bern 1903
144. *Wüthrich*, Dr. phil. E., Direktor der Fabrik Neuenegg . 1892
145. *Wyss*, Dr. G., Buchdrucker in Bern 1887
146. *Wyttenbach-v. Fischer*, Dr., Arzt in Bern 1872
147. *Zeller*, R., Dr. phil., Geolog, Bern 1893
148. *Zimmermann*, K. W., Prof. Dr., Bern 1903
149. *Zumstein*, Dr. med., J. J., in Marburg 1885

Mitgliederzahl auf 31. Dezember 1903: 149.

Im Jahre 1903 ausgetreten:

Andreæ, Phil., gew. Apotheker in Bern.
Gosset, Phil., Ingenieur in Wabern.
Marti, Lehrer an der neuen Mädchenschule in Bern.
Renfer, H., Dr. Prof. an der Handelsakademie St. Gallen.
Wilhelmi, A., Dr., Thierarzt in Bern.

Im Jahre 1903 gestorben:

Kaufmann, Alfr., Dr. phil. und Gymnasiallehrer in Bern.
Pflüger, Dr. Prof. in Bern.
v. Tscharner-de Lessert, Oberst, Bern.
Thiessing, Dr., Redaktor, Bern.

Korrespondierende Mitglieder:

1. *Flesch*, Dr. M., Arzt in Frankfurt 1882
2. *Gasser*, Dr. E., Professor der Anatomie in Marburg . . 1884
3. *Graf*, Lehrer in St. Gallen 1858
4. *Grützner*, Dr. A., Professor in Tübingen 1881
5. *Hiepe*, Dr. Wilhelm, in Birmingham 1874
6. *Imfeld*, Xaver, Topograph in Hottingen 1880
7. *Krebs*, Gymnasiallehrer in Winterthur 1864
8. *Landolf*, Dr., in Chili 1881
9. *Lang*, Dr. A., Professor in Zürich 1876
10. *Leonhard*, Dr., Veterinär in Frankfurt 1870
11. *Lichtheim*, Professor in Königsberg 1881
12. *Metzdorf*, Dr., Prof. der Landw. Schule in Proskau, Schles. 1870
13. *Petri*, Dr. Ed., Professor der Geographie in St. Petersburg 1883
14. *Regelsperger*, Gust., Dr., rue la Boétie 85, Paris . . 1883
15. *Rothenbach*, Lehrer am Lehrerseminar in Küssnacht . . 1871
16. *Wälchli*, Dr. med. D. J., Buenos Ayres 1873
17. *Wild*, Dr. Professor, in Zürich 1859

Neu aufgenommen im Jahre 1903.

1. *Einstein*, Alb., Mathematiker a. d. Patent-Amt, Bern.
2. *Hellmann*, Boris, stud. phil., Bern.
3. *Isenschmid*, Moritz, Dr. phil., Bern.
4. *König*, Ed., Dr. med., Bern.
5. *Kræmer*, Prof. Dr., Bern.
6. *Meisser*, Benedikt, Dr. med., Bern.
7. *Schachtler*, Jacques, Tiefbau-Ingenieur, Bern.
8. *Schneider*, Otto, Assistent am botan. Institut, Bern.
9. *Studer*, Jakob, Sekundarlehrer, Bern.
10. *Tièche*, M., cand. med., Bern.
11. *Volz*, Walther, Dr. phil., Bern.
12. *Würth*, Theoph., Sekundarlehrer, Bern.
13. *Zimmermann*, K. W., Prof. Dr., Bern.

Rechnung der bernischen naturforschenden Gesellschaft pro 1902.

Einnahmen.

An Jahresbeiträgen	Fr.	1120.—
An Eintrittsgeldern	»	55.—
An Zinsen	»	112.55
An ausserordentlichen Einnahmen	»	290.—
	Fr.	1577.55

Ausgaben.

Passiv-Saldo letzter Rechnung	Fr.	312.95
Mitteilungen	»	977.35
Bibliothek	»	43.05
Sitzungen	»	114.—
Lesezirkel	»	227.15
Verschiedenes (Haller-Denkmal Fr. 250)	»	381.90
	Fr.	2056.40

Bilanz.

Ausgaben	Fr.	2056.40
Einnahmen	»	1577.55
Passiv-Saldo	Fr.	478.85

Reservefonds.

Saldo auf 31. Dezember 1901	Fr.	1800.—
Beitrag an das Haller-Denkmal I. Rate	»	250.—
Saldo auf 31. Dezember 1902	»	1550.—

Koch-Fundus.

Ist im Jahre 1902 unverändert geblieben mit	Fr.	500.—

Vermögens-Etat.

Das Vermögen der bernischen naturforschenden Gesellschaft besteht auf 31. Dezember 1902 in dem Reservefonds	Fr.	1550.—
Kochfundus	»	500.—
	Fr.	2050.—
Weniger dem Passiv-Saldo obiger Rechnung	»	478.85
Demnach netto	Fr.	1571.15
Auf 31. Dezember 1901 betrug das Vermögen	Fr.	1987.05
Auf 31. Dezember 1902 beträgt dasselbe	»	1571.15
Es ergibt sich demnach eine Verminderung um	Fr.	415.90

Der Kassier:

B. Studer-Steinhäuslin.

Genehmigt in der Sitzung vom 2. Mai 1903.

P. Gruner.

Uber die neueren Dämmerungserscheinungen.

(Vorgetragen am 31. Januar 1903.)

Der Ausbruch des Mont Pelée auf der Insel Martinique am 8. Mai 1902 liess erwarten, dass die in die Luft geschleuderten Staubmassen abnorme Dämmerungserscheinungen hervorrufen würden.

Schon Ende Mai wurden solche Beobachtungen in tropischen Gegenden gemacht. Vom 16. Juni bis Ende Juni wurden eigentümliche Abendröten in *Hamburg* gesehen, bei denen die gelben und orangeroten Töne vorherrschten[1]). Ende Juni wurden derartige auffallende Erscheinungen in England konstatiert, in *Sunderland* speziell am 26. Juni[2]). Anfangs Juli traten diese interessanten Phänomene auch in der *Schweiz* auf. Nach brieflichen Mitteilungen, die ich der Güte von Herrn *F. A. Forel* in Morges verdanke, zeigten sich solche charakteristische Färbungen des Westhimmels, die, in gelben Nüancen beginnend, durch intensive Purpurfärbungen ins Orange übergehend, erst 1½ bis sogar 2 Stunden nach Sonnenuntergang erloschen, am 6.–9. Juli, 23.—28. Juli, 14.—22. August, 21. September, 13. Oktober, 24. Oktober. — Unterdessen wurden auch in *China*, im Observatorium von *Zi-Ka-Wei*, eigentümliche Rötungen beobachtet, vom 14.—18. September[3]).

Mit *Ende Oktober* scheinen aber erst die wahren vulkanischen Dämmerungserscheinungen in den verschiedensten Teilen Europas

[1]) A. Stentzel. Vulkanische Dämmerungserscheinungen. Das Wetter, 19. Jahrg., 7. S. 156.

[2]) T. W. Backhouse. Vulcanic Dust Phenomena. Nature. No. 1730. Vol. 67. p. 174.

[3]) Diese Angaben verdanke ich der gütigen Mitteilung von Direktor Billwiler in Zürich.

aufgetreten zu sein, und sich seither *periodisch alle Monate wiederholt zu haben* (Ende November [?], Ende Dezember, Ende Januar). In *Athen* notiert *Eginitis*[1]) auffallende, intensive Rotfärbungen am 25., 26., 27. Oktober, dann am 2., 3., 5., 6., ferner am 23., 24., 25., 27., 29. November; in den nächstfolgenden Tagen war nichts besonderes mehr zu sehen. In *Paris* traten unerwartet die glühenden Dämmerungsfarben am 28. Oktober auf; am 30. Oktober erteilten sie abends dem dichten Nebelschleier eine seltsame Lilafärbung (ähnliche Färbung des Nebels habe ich auch in Bern beobachtet, ohne indes das Datum der Erscheinung zu notieren). Die violett-roten Nüancen wurden noch am 3., 9., 12., 14., 18. November beobachtet; in den darauffolgenden Tagen war trotz hellen Abendhimmels nichts wahrzunehmen[2]). In *Bordeaux* notiert *Esclangon*[3]) die abnormen Färbungen am 28., 29., 30. Oktober; sie nahmen abends am 1., 2. und 3. November an Intensität ab und traten dann nicht mehr auf, während sie bei der Morgendämmerung am 5., 8. und 11. November noch schön zu sehen waren. In *Sunderland* beginnen die Rötungen erst am 30. Oktober wirklich prächtig zu werden und erreichen ihren Höhepunkt am 1. November, an welchem Abend der Westhimmel eine intensiv feurige Orangefärbung zeigte. Auch in der *Schweiz* treten die intensiven rotglühenden Tinten am 28., 29. und 30. Oktober auf. Herr *F. A. Forel* teilt in der «Gazette de Lausanne» mit, dass am 29. Oktober, nachdem die Sonne um 5 Uhr 18 Min. untergegangen war, der Abendhimmel noch um 6 Uhr 35 Min. feuerrot erschien, und dass die letzten, einer Brandröte zu vergleichenden Färbungen, erst nach 6 Uhr 50 Min. erloschen.

Weitere abnorme Dämmerungserscheinungen werden von Herrn *F. A. Forel* am 12.—14. November, am 18.—24. Dezember und am 6.—8. Januar 1903 (morgens) beobachtet. Die Dezember- und Januar-Färbungen weisen insofern eine Änderung gegen

---

[1]) D. Eginitis. Sur les crépuscules rouges observés à Athènes C. R 135. 23, 1080—81.

[2]) Diese Angaben verdanke ich der gütigen Mitteilung von Direktor Billwiler in Zürich.

[3]) E. Esclangon. Sur les récentes lueurs crépusculaires. C. R. 135 20, 846—848.

früher auf, als die Purpurtinten nun durch hellere Töne «fleur de pêcher» ersetzt sind.

Auf die Periodicität der Erscheinungen und ihren möglichen Zusammenhang mit dem Neumond aufmerksam gemacht, widmete ich in letzter Zeit diesen Dämmerungsphänomenen grössere Aufmerksamkeit und füge hier in Kürze meine Beobachtungen in *Bern* bei:

18. Dezember. Der Himmel war tagsüber von einem dichten Wolkenschleier bedeckt, der erst gegen Abend stellenweise zerriss und ein eigenartiges Schauspiel gewährte: Zwischen den düster-schwarzen, vom Winde gejagten Wolken erglänzte der Abendhimmel in intensiv leuchtendem violettrot, dessen Ausdehnung eine beträchtliche Höhe über dem Horizonte erreichte.

22. und 23. Dezember waren die Dämmerungsfarben von ganz ungewohnter Intensität und Dauer. (Auch in Sunderland trat am 22. Dezember der orangefeurige Abendhimmel *von neuem* auf.)

23. Dezember. 5 Uhr: Erste Rötungen. — Am Westhorizonte breiten sich 2 übereinandergelagerte, zarte, hellgelbe Streifen aus, unten schmutzig rot, oben dunstig; darüber in einiger Höhe ein zarter Rosaschimmer auf dem klaren Abendhimmel. Im Laufe der nächsten 10 Minuten nimmt die Intensität und die Ausdehnung dieses Schimmers ganz bedeutend zu, so dass um 5 Uhr 10 Min. der Westhimmel in weitestem Gebiet von einem geradezu blendenden Purpursegment erfüllt ist. Die darunter befindlichen Horizontalstreifen nehmen ebenfalls an Intensität zu und erscheinen von unten nach oben: feuerrot, purpur, orange. Um 5 Uhr 15 Min. ist eine merkbare Abnahme des Purpursegmentes zu konstatieren; es sinkt hinter den Horizontalstreifen herunter und scheint sich mit ihnen zu verschmelzen, wobei die Färbungen dieser Streifen immer intensiver und satter werden. Um 5 Uhr 20 Min. ist das Purpurlicht untergegangen, der Westhorizont erscheint von einem breiten Glutstreifen umsäumt, unten tief purpurrot, gegen oben in Orangetönen ausklingend. Die Spuren dieser Rötung, die einem ungeheuren, intensiven Feuerherd ähnlich sieht, sind noch gegen 6 Uhr wahrzunehmen.

22. Januar 1903. Der ziemlich klare Abendhimmel zeigt eine allgemeine Rötung, die noch um 6 Uhr Spuren hinterlässt.

23. Januar. Schneefall.

24. Januar. Die den Westhimmel erfüllenden Cirro-Cumuli zeigen gegen 5½ Uhr schöne Purpurreflexe.

25. Januar. Bei teilweise bewölktem Himmel ist nur eine schwache Rötung zu konstatieren.

26. Januar (Beobachtung erst von 6 Uhr abends an). Um 6 Uhr zeigen sich noch violettrote Schimmer am Westhimmel, die Horizontalstreifen zeigen noch um 6 Uhr 15 Min. eine schwache Glut, deren Spuren noch um 6 Uhr 20 Min. sichtbar sind.

27. Januar. Morgens schwache Rötung. Abends prächtige Entfaltung des Purpurlichtes. 5 Uhr 15 Min.: Sonnenuntergang. 5 Uhr 40 Min.: Erstes Auftreten des Purpurschimmers, der sich rasch ausbreitet und erhellt. 5 Uhr 45 Min.: Intensives Purpurlicht. 5 Uhr 55 Min.: Untergang des Purpurlichtes, das sogar kupferrote Nüancen aufweist. Der Westhorizont weist ziemlich intensive Glutstreifen auf. 6 Uhr 5 Min.: Der ganze Horizont, nicht nur im W., sondern auch im S. und N. und besonders im O. an der Stelle der Gegendämmerung erscheint in einem matten violetten Schimmer. 6 Uhr 15 Min.: Am West-Himmel erscheint eine zweite, sich nicht sehr hoch erhebende Rötung, das zweite Purpurlicht, welches erst gegen 6 Uhr 25 Min. definitiv verschwindet. Um 6 Uhr 30 Min. sind noch Spuren der horizontalen Glutstreifen sichtbar.

28. Januar. Morgens schöne Dämmerung, mit normal entwickeltem Purpurlicht, 7 Uhr 30 Min. bis 7 Uhr 40 Min. — Abends sind die Färbungen von derselben Schönheit wie am 27., ihre Dauer jedoch etwas kürzer, ein zweites Purpurlicht erscheint nicht. Das erste Purpurlicht entwickelt sich wundervoll von 5 Uhr 40 Min. bis gegen 6 Uhr. Es erscheint anfangs scharf abgegrenzt gegen die orangefarbigen Horizontalstreifen, die nach 6 Uhr den feurigen Glutzustand annehmen, aber schon gegen 6 Uhr 15 Min. erblassen.

29. Januar. Morgens wieder normale Dämmerung. Abends sehr schwach entwickeltes, sich nur wenig über den Horizont erhebendes Purpurlicht von 5 Uhr 45 Min. bis gegen 6 Uhr. Die

Horizontalstreifen zeigen nicht sehr intensive Rötung und erblassen um 6 Uhr 15 Min.

30. Januar. Morgens wieder normale Dämmerung. Abends fast genau dieselbe Erscheinung wie am 29., nur sind die Färbungen etwas intensiver, erblassen schon gegen 6 Uhr 10 Min.

31. Januar. Morgens dieselbe Dämmerung wie zuvor. Abends, bei ausserordentlich klarem Abendhimmel, der nur am Horizont etwas streifenförmig gelagerten Dunst zeigt, *auffallendes Ausbleiben des Purpurlichtes.* Die Horizontalstreifen am West-Horizont zeigen kaum eine gelbrote Färbung und sind um 6 Uhr 10 Min. vollständig verschwunden.

1. und 2. Februar. Dichter Schneefall.

3., 4. und 5. Februar. Jeden Abend fast genau dieselbe Erscheinung: Die Sonne geht gegen 5 Uhr 25 Min. unter, die Horizontalstreifen des Westhimmels bilden sich normal aus, anfangs in sehr matten Farben; schon um 5 Uhr 50 Min. sind die ersten Spuren eines Rosaschimmers wahrzunehmen, der sich um 5 Uhr 55 Min. zu einem schönen, nicht sehr intensiven und nicht sehr ausgedehnten Purpursegment entwickelt. Um 6 Uhr 5 Min. ist das Purpurlicht untergegangen und die Horizontalstreifen nehmen eine lebhaftere Färbung an, bald mehr orange bald mehr purpurfarbig. Um 6 Uhr 20 Min. erblasst die Erscheinung.

E. Baumberger, Basel.

Beiträge zur Kenntnis der Kreidebildungen auf dem Tessenberg und im Jorat (Bernerjura).

Von dem einst kontinuierlichen Kreidemantel im Juragebirge sind nur in den Synklinalen Überreste von der Denudation verschont geblieben. So sind im St. Immertal und namentlich längs des Bielersees mehrere Schichtserien der untersten Kreide genau bekannt.[1]) Aber auch in den Synklinalen des dazwischen liegenden Gebietes sind Kreidebildungen nachgewiesen[2]); Detailangaben über diese letztern fehlen fast vollständig. Die nachfolgenden Zeilen liefern einen kleinen Beitrag zur genauern Kenntnis dieser untercretacischen Sedimente; meine Angaben betreffen die *Tessenberg-Synklinale* und ihre östliche Fortsetzung, den *Jorat*.

Auf dem Tessenberg (Plateau de Diesse), im Tal von Orvin, ebenso in der Gaichtermulde bedecken mächtige neoglaciale Ablagerungen alle ältern Bildungen. Natürliche Aufschlüsse dieser letztern sind längs den Talseiten, die durch die Portlandsedimente gebildet werden, zu erwarten. Es ist aber mit Ausnahme von Prêles weder die sonst in analog gebildeten Kreidesynkli-

[1]) Vgl. hierüber die diesbezüglichen Arbeiten von Greppin, Gilliéron, Rollier und Baumberger.

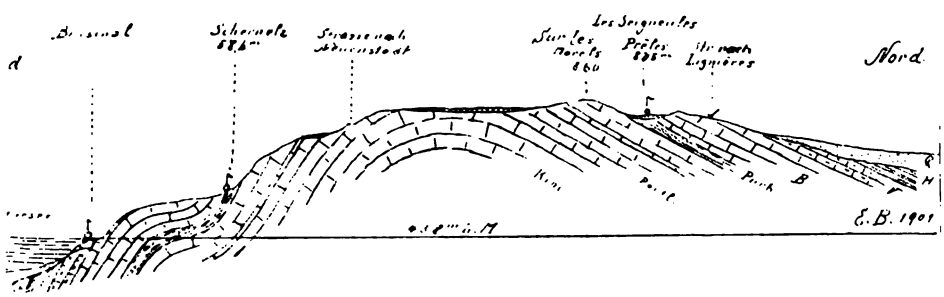
[2]) Über Kreiderelikte in hochgelegenen Synklinalen nördlich vom Chasseral, vgl. Rollier: Structure et histoire géol. du Jura central. Mat. pour la Carte géol. de la Suisse. VIIIe livr. 1er supplément. 1893. Pag. 120, 127. Ferner Carte géol. des environs de St-Imier, von demselben Autor. 1893.

nalen stets vorhandene Purbeckcombe, noch der Berrias-Valangiengrat mit der talwärts folgenden Hauteriviencombe nachzuweisen. Der schon erwähnte Quartärmantel und mancherorts reichlich aufgehäufter Gehängeschutt haben auch am Rande der Synklinale das Relief der cretacischen Bildungen gänzlich eingedeckt.

I. Tessenberg.

Die Angliederung der untern Kreide an die Juraformation, welche durch die Purbeckfacies der Portlandstufe vermittelt wird, ist auf dem Tessenberg einzig am Nordflügel der Seekette (Fig. 1) zu beobachten und zwar nur zwischen Lignières und Prêles. Letztgenannte Ortschaft liegt zum grossen Teil (Dorfstrasse) auf Purbeck. Eine breite Purbeckcombe (Les Seigneules der Karte [1]) lässt sich westwärts bis weit in den Wald

Fig. 1.



Profil durch die Seekette. Bipschal-Prêles.
1 : 25000

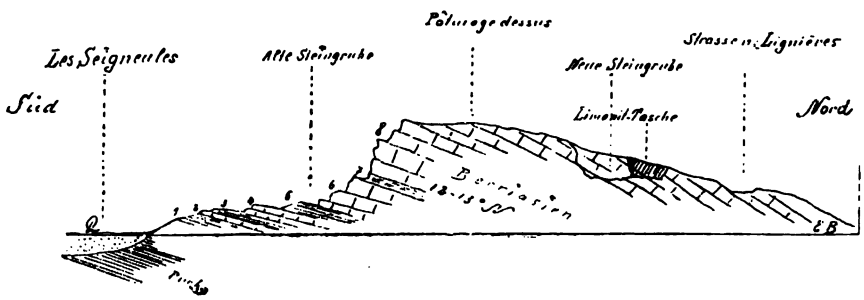
hinein mit Leichtigkeit verfolgen. Sie ist reichlich mit glacialem Schutt versehen; daher hebt sie sich als fruchtbarer Landstreifen vorteilhaft ab von dem magern Weideland über den Portlandkalken einerseits (Sur les Morels) und über der untersten Kreide andrerseits (Pâturage dessus). Das etwa 1 km östlich von Lig-

[1] Siegfriedblätter Nr. 134 und 135; ferner E. Baumberger, Geologische Karte der Umgebung von Twann. Mitteilungen der bernischen naturforschenden Gesellschaft 1894.

nières, am Rande des Torfmoores auftauchende Erosionsrelikt «La vieille Roche» ist der westlichste Aufschluss der Kreidesedimente am Nordflügel der Seekette. In der neuangelegten Steingrube am Südende desselben ist das Purbeckien aufgeschlossen.

Auf der «Pâturage dessus» bei Prêles gestatten zwei kleinere Steinbrüche einen Einblick in die Zusammensetzung des hier zu Tage tretenden Kreidemantels (Fig. 2). Der südlichere Auf-

Fig. 2.



Kreideprofil der „Pâturage dessus" bei Prêles.

schluss liegt in den untern, der nördlichere in den obern Berriasschichten. In ersterem stehen an:

1. Gelber, bröckeliger Mergelkalk, sichtbar	0.50 m
2. Hellgelbes Kalkband, nach oben allmählich übergehend in	0.20 m
3. hellen bröckeligen Mergelkalk mit Gastropoden (Nerineen, Pterocera Jaccardi, Pict. et Camp.)	0.50 m
4. Heller Marbre bâtard, auf der Westseite mächtiger	0.50—1.00 m
5. Grauer Mergelkalk mit Gastropoden	1.00 m
6. Kompakter weisser Marbre bâtard; nur die unterste Bank (0,5 m) ist geblich	2.50 m

7. Gelblicher, bröckeliger Mergelkalk mit:
   Terebratula valdensis, de Lor.
   Natica valdensis, Pict. et Camp.
   Trigonia spec. (caudata nahe stehend);
   ferner verschiedene unbestimmbare Gastropoden 0.50 m
8. Weisser Marbre bâtard, messbar 3.5—4.00 m

Dieser etwa 10 m mächtige Schichtenkomplex reiht sich ein in die Zone der «grauen, oolithischen Kalke und Mergel» der Berriasstufe mit jurassischem Habitus.[1])

Die reine zoogene Kalkfacies des Marbre bâtard (10—15 m), welche sich nach oben an die vorhin genannte Zone anschliesst, bildet grösstenteils die direkte Unterlage für die dünne Humusschicht der «Pâturage dessus». In den obern Schichten ist die kleine, neue Steingrube angelegt worden.[2]) Der weisse Marbre bâtard ist vollständig oolithisch, enthält stellenweise reichlich Nerineen und lieferte mir an bestimmbaren Fossilien ausser den genannten Gastropoden eine *Lucina spec.* und *Chama gracilicornis*, Pict. et Camp.

In der S. W. Ecke dieser Grube ist eine *Limonittasche* angeschnitten worden. Eckige Trümmer eines stark limonitischen Kalkes und solche des Marbre bâtard sind in rostgelbe Mergel eingebettet. Mergel und limonitische Kalke entstammen der *limonitischen Facies* des Valangien, die im ganzen nördlichen Jura in ihrer Entwicklung an die obern Schichten des Calcaire roux gebunden ist. Das Material lieferte folgende Fossilien, von denen die spezifisch bestimmten überall in diesem Niveau vorkommen:

Nautilusfragment.
Terebratula Carteroni, d'Orb.
Terebratula valdensis, de Lor.
Pholadomya elongata, Münst.
Lima dubisiensis, Pict. et Camp.
Cardium spec.
Trigonia spec.

[1]) Vgl. E. Baumberger, Über Facies und Transgressionen der untern Kreide am Nordrande der mediterrano-helvetischen Bucht. Wissenschaftliche Beilage zum Bericht der Töchterschule Basel 1901. Pag. 14.

[2]) Das Baumaterial für das neu erstellte Reservoir der Wasserversorgung von Prêles stammt aus dieser Grube.

Gegenwärtig ist die Tasche sichtbar auf eine Länge von 3,5 m (NS Richtung) und bis auf die Tiefe von 1,5 m. Sie dürfte vielleicht der Überrest einer einst viel grössern Tasche sein, die dann infolge der Abtragung der Berriaskalke bis auf das jetzige Niveau zum grossen Teil verschwunden ist. Es ist in diesem Falle nicht ausgeschlossen, dass die Tasche über dem jetzt noch sichtbaren Valangienmaterial auch Hauteriviensedimente enthielt. Indessen sind reine Valangientaschen auch denkbar. Im einschliessenden Berriasgestein sind Gleiterscheinungen und normale Mergeleinlagerungen, welch letztere Parallelverschiebungen der Schichten erleichtern, nicht zu beobachten. Die Kontaktfläche zwischen Füllungsmaterial und Berriaskalk ist leider nicht freigelegt.

Wir stehen hier vor der Tatsache, dass die interessante Erscheinung jüngerer Kreidesedimente in Höhlungen älterer Kreidegesteine auch in *wenig geneigten Schichten* auftritt. Das tektonische Moment scheint also für die Entstehung der Taschen doch nicht die grosse Bedeutung zu haben, welche wir früher, gestützt auf das Studium analoger Erscheinungen am Südflügel der Seekette[1]), anzunehmen geneigt waren. Die Entstehung der vorliegenden Tasche ist kaum auf Dislokationserscheinungen zurückzuführen.

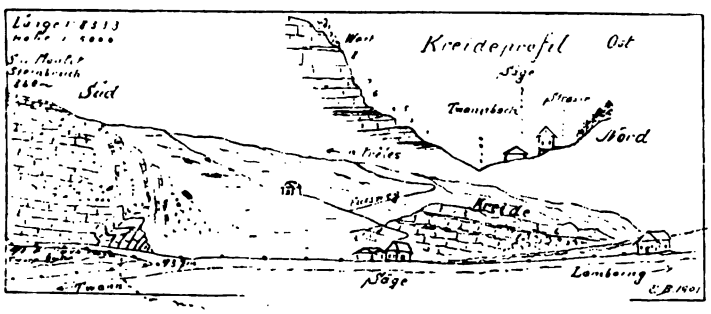
Am nördlichen Ausgang der Twannbachschlucht, bei der Säge von Lamboing[2]), findet sich ein weiterer Berriasaufschluss. Wir beobachten folgende Schichtserie (vgl. Fig. 3 Seite 11):

---

[1]) Die Literatur hierüber findet sich zusammengestellt in: Schardt et Baumberger, Etudes sur l'origine des poches hauteriviennes dans le Valangien inférieur. Bull. soc. vaud. sc. nat. T. 31. 1896. *Neuere Arbeiten:* Louis Rollier: Deuxième supplément à la description géol. de la partie jurassienne de la Feuille VII de la Carte géol. de la Suisse. 1893. G. Steinmann, Über glaciale Stauchungserscheinungen (sog. Taschen) am Bielersee. Neues Jahrbuch f. Mineralogie I. 1899. Rollier et Juillerat, Sur une nouvelle poche sidérolithique à fossiles albiens. Arch. des sc. phys. et nat. Genève 1902.

[2]) E. Baumberger, Die geolog. Verhältnisse am linken Ufer des Bielersees. Mitteilg. d. naturf. Ges. Bern 1894. Pag. 175.

Fig. 3.



Berrias bei der Säge von Lamboing.

1. Rostgelb anwitternder Mergelkalk, sichtbar	0.80 m
2. Hellgrauer, rostfleckiger, bröckeliger Mergelkalk mit Gastropoden und einzelnen Bivalven	0.5--0.80 m
3. Oolithischer, rostgelber Kalk	0.7—0.80 m
4. Hellgrauer, oolithischer Mergelkalk	0.40 m
5. Oolitische, gelbliche Mergel mit: Tylostoma Laharpi, Pict. et Camp. Nerineen Terebratula valdensis, de Lor.	0.40—0.50 m
6. Weisser Mabre bâtard	2.50 m
7. Gelbe, bröckelige Mergel mit: Terebratula valdensis, de Lor. Nerinea Etalloni, Pict. et Camp. Natica Sautieri, Coq. Natica Pidanceti, Pict. et Camp. Natica Leviathan, Pict. et Camp. Tylostoma Laharpi, Pict. et Camp. Reptomulticava Gillieroni, de Lor.	0.80 m
8. Weisser, schlecht geschichteter Marbre bâtard, sichtbar	8.00 m

Da, wo die untersten Kreide-Schichten das Bett des Twannbachs durchqueren, finden sich in den harten, gelben Mergeln nesterweise auftretende, sehr homogen zusammengesetzte Kalk-

knollen, ähnlich wie in Schicht Nr. 2 des Goldbergprofils bei Vingelz[1]) (Biel).

Das Profil bei der Säge von Lamboing ist mit dem von Prêles identisch.

Auffällig an diesem Kreideaufschluss sind seine relativ tiefe Lage und das schwache nördliche Einfallen der Schichten (6—8° N), verglichen mit der etwa 1200 m weiter westwärts bei Prêles anstehenden Schichtserie. Diese Anomalien dürften sich erklären lassen durch die am nördlichen Ausgange der Twannbachschlucht zu beobachtenden Stauchungserscheinungen im obern Jura. Auf «Sur Moulet» fallen die Plättchenkalke des Portlandien nur 5° N. Nicht wesentlich grösser ist die Neigung der Felsgesimse, die von der Brücke aus, wo Ligerz- und Twannstrasse sich vereinigen, zu sehen sind.

Bei normalem Nordfallen müssten diese Gesimse an der Halde zwischen Brücke und Kreideaufschluss wieder im Relief hervortreten. Wir sehen dieselben zurückgesunken. Bei der Brücke sind die dickbankigen Kalke, die dem Kimeridgien angehören dürften, stark gestaucht. Auf der linken Seite der Strasse sind diese Erscheinungen, wie zu erwarten, ebenfalls zu beobachten, obschon sie sich wegen der starken Bewaldung weniger leicht verfolgen lassen. In der ganzen obern Hälfte der Schlucht sind längs der Tessenbergstrasse ebenfalls interessante Stauchungen wahrzunehmen[2]); tiefer im Gewölbe scheinen dieselben nur ganz bestimmte Schichtenkomplexe betroffen zu haben; denn an vielen Stellen lässt sich beobachten, dass die Schichten höher gelegener Niveaux ganz normal verlaufen.

II. Jorat.

Das enge Tälchen dieses Namens stellt die natürliche Verbindung dar zwischen dem Tessenberg und dem Tal von Orvin. Östlich der Twannbachschlucht wird der Rücken der Seekette breiter; letztere tritt im Jorat ausserordentlich nahe an die Spitz-

[1]) E. Baumberger. Fauna der untern Kreide im westschweizerischen Jura. Dissertation 1902.

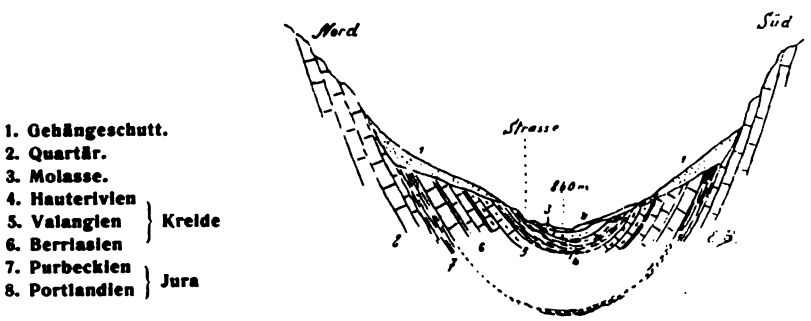
[2]) Es ist schon in einer frühern Notiz über diese Gegend darauf aufmerksam gemacht worden. Vergl. meine Arbeit über das linke Ufer des Bielersees. 1894 pag. 185 und Skizzen.

bergkette heran. Im Jahr 1899 ist durch das genannte Tälchen eine Strasse gebaut worden, wobei die untere Kreide am Südschenkel des Spitzberggewölbes an mehreren Stellen angeschnitten worden ist.

Früher waren die Aufschlüsse äusserst spärlich. Trotzdem hat Gilliéron schon das Purbeckien[1]), das Berriasien[2]), die Hauterivienmergel und Blockmaterial des Pierre de Neuchâtel (Hauterivienkalke) signalisiert. Rollier[3]) erwähnt 1893 nur das Berriasien, und ich habe 1894 ebenfalls nur diese Stufe nachweisen können[4]).

Durch den erwähnten Strassenbau sind namentlich Berriasien und Hauterivien aufgeschlossen worden.

Fig. 4.



Jorat. 840 m ü. M.

A. Berriasien und Valangien. An 3 Stellen sind die charakteristischen Berriasgesteine frei gelegt. Etwa 500 m östlich der Ziegelhütte beobachten wir die obern Berriasschichten[5]),

[1]) G. Maillard. Etude sur l'étage Purbeckien dans le Jura. Dissertation. Zürich 1884. pag. 8.

[2]) V. Gilliéron. Etude stratigraphique de l'Urgonien inf. du Landeron. 1869. Pag. 112, 114, 122.

[3]) L. Rollier. Jura central. loc. cit. pag. 121.

[4]) E. Baumberger. Geolog. Verh. am Bielersee. loc. cit. pag. 175. Geolog. Karte der Umgebung von Twann. 1894.

[5]) Von hohem Interesse ist das Vorkommen des südlichen Geranium nodosum L., welches sich an der gegenüberliegenden Halde findet.

« Allgemeine Erscheinung: etwas über Mittelgrösse, ziemlich langgestreckt, kräftig und gut bemuskelt. Die Rückenhöhe beträgt im Mittel beim Rüden 55—60 cm, bei Hündinnen 50—55 cm.

Kopf: Der Körpergrösse entprechend, in der Gesamterscheinung trocken, zwischen den Ohren von genügender Breite, ohne plump zu sein; Schädel nur wenig gewölbt, meist ohne, beziehungsweise nur mit schwach angedeuteter Mittelfurche. Die Backen verlaufen seitlich in ganz sanfter Rundung und ohne hervorzustehen, nach vorn. Der Oberkopf geht mit schräg verlaufendem, nicht scharf abgesetztem Stirnabsatz in den keilförmig zugespitzten, langen und trockenen Schnauzenteil über. Der Fang ist kräftig, die Lippen straff, trocken und gut anschliessend, Nasenrücken gerade und parallel zur Verlängerungslinie der Stirn verlaufend; Gebiss sehr kräftig und scheerenartig scharf übereinandergreifend, nicht überbeissend. Die Ohren sind mittelgross, am Grunde breit, hoch angesetzt; sie werden stehend getragen und sind, in scharfe Spitze auslaufend, nach vorn gestellt. Kippohr, d. h. Ohr mit überhängender Spitze, kommt vor.

Die Augen sind mittelgross, mandelförmig, etwas schräg liegend und nicht vortretend; möglichst dunkel von Farbe.

Hals kräftig mit gut entwickelten Muskeln, mittellang ohne lose Kehlhaut oder Wamme, in der Erregung hoch aufgerichtet, sonst gerade getragen.

Rumpf: Brust tief, aber nicht zu breit, Rippen flach, Bauch mässig aufgezogen. Rücken gerade und kräftig entwickelt, die Rückenlänge soll das Mass der Schulterhöhe übertreffen. Lenden breit und kräftig, Kruppe lang und leicht abfallend.

Rute buschig behaart; sie reicht bis zum Fersengelenk und bildet am Ende häufig einen seitlich gebogenen Haken. In der Ruhe in sanftem Bogen herabhängend getragen, wird die Rute in der Erregung und Bewegung stärker gebogen und gehoben, doch soll die Hebung nicht über die senkrechte hinausgehen.

Vorhand: Schultern schräg gestellt, flach anliegend, gut bemuskelt; Unterarm von allen Seiten gesehen gerade. Hinterhand: Keulen breit mit kräftigen Muskeln; Oberschenkel ziemlich lang und von der Seite gesehen, schräg zum Unterschenkel stehend; Sprunggelenk kräftig; Hintermittelfuss nicht zu lang.

Pfoten: rundlich, kurz und gut geschlossen und gewölbt, Sohlen sehr hart. Nägel kurz und kräftig und von dunkler Farbe. Wolfsklauen häufig.

Farbe: schwarz, eisengrau, aschgrau, rotgelb, kastanienbraun, entweder einfarbig oder mit regelmässigen rotbraunen bis weissgrauen Abzeichen, reinweiss oder weiss, mit dunklen Platten gemischt, sowie dunkelgewolkt (schwarze Färbung auf grauem, braunem oder gelbem Grunde), mit oder ohne hellere Abzeichen (Wolfsfarbe).

Behaarung. Man unterscheidet: stockhaarige, rauh- oder drahthaarige, zotthaarige Varietäten. Allen drei Arten ist ein dichtes, enggeschlossenes Grundhaar (Unterwolle), dem der Schäferhund seine Wetterfestigkeit verdankt, eigentümlich.» Dieses die klare und erschöpfende Beschreibung von *Stephanitz*.

Betrachten wir den Schädel des deutschen Schäferhundes,[1]) wie er mir hier in drei Exemplaren vorliegt, so zeigen zwei derselben die Form, welche ich schon in meiner früheren Arbeit als typische beschrieben habe. Die Schädellänge schwankt zwischen 170—192 mm. Der Hirnschädel ist langgestreckt, in der Parietalregion schön gewölbt, die Crista parietalis mässig entwickelt, der Occipitalhöcker wenig nach hinten ausgezogen; die Schläfenenge hinter den stark gesenkten Processus supraorbitales ist eingeschnürt, die mehr oder weniger breite Stirn hoch, flach, die mediane Einsenkung gar nicht oder kaum angedeutet. Das Hinterhauptsdreieck ist hoch, die Jochbogen sind wenig ausgeweitet, die Bullæ osseæ sind klein, der Kiel an der Unterseite wenig ausgesprochen. Der Gesichtsteil ist schmal, vom Hirnteil durch keine Einsenkung abgesetzt, die Stirn setzt sich gerade auf den nach vorn abfallenden Nasenrücken fort. Vor den Foramina infraorbitalia ist derselbe wenig eingeschnürt, so dass im allgemeinen der Gesichtsteil eine keilförmige, vorn abgerundete Gestalt hat. In der Profillinie erscheint der Stirnteil am höchsten, von da senkt sich die Medianlinie nach dem Hinterhaupt, wie nach dem Ende der Nasenbeine gleichmässig ab. Diese Form beruht darauf, dass die grossen Stirnhöhlen gleichmässig stark entwickelt sind und durch dieselben die äussere Knochenlamelle gehoben wurde, wobei aber auch die dazwischen liegende mediane Scheidewand

[1]) Tafel I und II, Figur 1, 3, 4.

sich in gleicher Weise erhöht hat. Wo das letztere nicht stattfindet, bleibt die Medianlinie der Stirn eingesenkt. Der Nasenrücken ist relativ schmal, von da verbreitert sich der Oberkiefer allmählich nach dem Alveolenrand, so dass der Abfall der Aussenwand des Oberkiefers schräg ist. Der Gaumen ist relativ schmal. In den relativen Verhältnissen der Schädelteile zeigen sich folgende Verhältnisse (s. auch die Tabellen): Die Hirnschädellänge zur Gesichtslänge verhält sich wie 100 : 86,6, 90,4, 96,5. Die Gesichtsschädelhöhe zur Gesamtlänge des Schädels wie 29,2, 30,3, 30,4 : 100. Die Länge des Gesichtsschädels vom vorderen Augenrand zur Schneidezahnalveole zur Gaumenlänge wie 89,8; 87,1; 86,1 : 100. Die Gaumenbreite zur Basallänge wie 29,6; 30; 30,4 : 100. Die Orbitalebene bildet mit der frontalen Winkel von 47—56°. Das Gebiss ist kräftig, doch der Reisszahn immer kleiner als die beiden Höckerzähne. Vergleichen wir diese Schädel mit solchen von Schäferhunden anderer Länder, so denjenigen Frankreichs, so finden wir eine vollkommene Übereinstimmung (s. die Tabellen) und zuletzt führen alle auf den alten Hund der Bronzezeit, den *Canis matris optimae Jeitt*, als älteste bekannte Form, zurück.

Abruzzenhund.[1])

Der Typus des Schäferhundes zeigt sich aber auch im Süden Europas. Vor einiger Zeit erhielt ich durch die Güte von Herrn *Keyser-Wegmann* in Zürich Schädel des typischen Abruzzenhundes aus Süd-Italien. Diese grossen Hirtenhunde, welche äusserlich dem Pyrenäenhund ähnlich sehen, sind über die Appeninen bis in den Süden Italiens verbreitet.

Der Schädel, welcher mir vorliegt, zeigt nun alle charakteristischen Merkmale des Schäferhundes in vergrössertem Massstabe, nur steht er, namentlich durch die geringere Ausdehnung der Schädelkapsel, dem Hund der Bronzezeit noch näher, als die modernen Rassen. Der Schädel, dessen Jochbogen leider abgebrochen sind, hat 190 mm. Basilarlänge, er ist schmal und lang, mit wenig verbreitertem, nach der Schnauzenspitze allmählich sich verschmälerndem Gesichtsteil. Die Hirnschädellänge übertrifft die des Gesichtsschädels wie 100 : 94,8. Der Hirnteil ist schmal und lang, in der Parietalgegend wenig gewölbt, mit schwach entwickelter Scheitelcrista, in der Schläfenenge stark

[1]) Tafel I, II, Figur 2.

eingeschnürt. Die gewölbte Stirne ist mässig breit, in der Medianlinie kaum eingesenkt, mit stark abfallenden Processus supraorbitales, sie geht ohne Absatz auf den nach vorn sich senkenden Nasenrücken über. In der Profillinie ist der Schädel, wie bei den typischen Schäferhunden, in der Stirngegend am höchsten und fällt wenig nach dem Hinterhaupt, stärker nach der Schnauze ab. Das Hinterhauptsdreieck ist hoch, mit starken Seitenleisten. Das Basioccipitale und Basisphenoid sind breit, die Tympanalblasen klein, mit deutlichem Kiel.

Der Gesichtsschädel ist an der Basis wenig verbreitert und vor den Foramina infraorbitalia wenig eingeschnürt, so dass der dritte Prämolar mit dem Reisszahn nur einen sehr offenen Winkel bildet, vor diesem laufen die Kieferränder parallel, vor dem Eckzahn ist der Zwischenkieferrand nach einem kleinen Radius abgerundet. Der Nasenrücken senkt sich von der Wurzel in gerader Fortsetzung der Stirnfläche bis zur Mitte der Nasenbeine, von da an verläuft er auf eine konkave Biegung horizontal nach vorn. Die Seitenwand des Oberkiefers fällt nach dem Alveolenrand steil, doch nicht senkrecht, ab. Der Gaumen ist wenig verbreitert, der Gaumenausschnitt weit. Die Gesichtsschädelhöhe verhält sich zur Basilarlänge wie 31 : 100. Die Gaumenbreite wie 31 : 100. Die Länge des Gesichtsschädels von dem vorderen Augenrand zur Gaumenlänge 90 : 100. Das Gebiss ist stark, doch der Reisszahn weniger lang als beide Höckerzähne, die Lückenzähne sind verhältnismässig klein und stehen von einander getrennt.

Wie diese Schilderung und die beifolgenden Tabellen zeigen, hat der Abruzzenhund alle Merkmale der typischen Schäferhunde und gehört in den Rahmen des *Canis matris optimæ Jeitt*, dessen ursprünglicher Form mit wenig verbreiteter Schädelkapsel er am nächsten steht, mit Doggen oder den grossen Hunden wie Pyrenäenhunden, Bernhardinern, Sennenhunden hat er keine Verwandtschaft, er dürfte ziemlich unverändert, eine schon in prähistorischer Zeit in Italien einheimische Hundeform repräsentieren, die mit unsern Schäferhunden denselben Ursprung hat.

Eine Abweichung von den geschilderten Schädeltypen zeigt der Schädel eines sonst in jeder Beziehung vollkommenen deutschen Schäferhundes aus der Zucht von Herrn *O. Rahm* in Wohlen,

Hektor von Schwaben aus Beowulf und Flora von Habsburg.[1]) Die breite Stirn zeigt in der Medianlinie eine tiefe Einsenkung, und die Stirnbeine sind zu beiden Seiten derselben stark aufgetrieben. Der Gesichtsteil des Schädels setzt sich daher in der Profillinie von der Stirn deutlich ab. Die Parietalregion ist weniger gewölbt und die Crista pariet. stark entwickelt, in der Schläfenenge erscheint der Schädel stark eingeschnürt. In anderen Verhältnissen, so in denen der Schnauzenlänge zur Gaumenlänge, der Gesichtshöhe zur Gesamtlänge, Gaumenbreite zur Gesamtlänge bleibt derselbe im Rahmen der anderen Schäferhunde, wenn schon den Primitivformen näher.

Schnauzenlänge zu Gaumenlänge:

Hektor	= 89,8 : 100
Bastard v. Wolf u. Schäferhund	= 93,8 : 100
Deutscher Schäferhund	= 87,1 : 100
» »	= 86 : 100
Franz. »	= 86,1 : 100
Abruzzenhund	= 90 : 100

Gesichtsschädelhöhe zu Gesamtlänge:

Hektor	= 30,7 : 100
Deutscher Schäferhund	= 31,5 : 100
» »	= 30,9 : 100
Franz. Schäferhund	= 31,6 : 100
Bern. Schäferhund	= 31,5 : 100
Abruzzenhund	= 31,6 : 100
Canis matr. opt.	= 27,7 : 100
» » »	= 30,3 : 100
Bastard v. Wolf u. Schäferhund	= 28,4 : 100

Gaumenbreite zu Gesamtlänge:

Hektor	= 30,8 : 100
Deutscher Schäferhund	= 30,3 : 100
» »	= 30,3 : 100
Franz. Schäferhund	= 28,9 : 100
Abruzzenhund	= 31,3 : 100
Canis matr. opt.	= 28,3 : 100
Bastard v. Wolf u. Schäferhund	= 27,9 : 100

[1]) Tafel I. II. Figur 1.

Im Prinzip ist auch hier in der Profillinie die Stirngegend am höchsten, das Hinterhaupt tiefer gelegen. Die geringe Weite der Schädelkapsel, die starke *Crista sagittalis*, das starke Vortreten des Hinterhaupthöckers, die bedeutende Einschnürung des Schädels in der Schläfenenge, sowie die mediane Stirneinsenkung veranlassten mich zu dem Verdacht, es möchte einmal einer Generation dieser Hunde Wolfsblut beigemischt worden sein. Herr *O. Rahm* bestätigte die Vermutung insofern, als er mir mitteilte, dass die Urgrossmutter von Hektor von Wohlen ein Kreuzungsprodukt von Wolf und Schäferhund gewesen sei. (S. auch Centralbl. für Jagd und Hunde-Liebhaber. 16. Januar 1903. N. 3. pag. 26.) Herr von *Stephanitz* hat dann im folgenden Blatte derselben Zeitschrift vom 30. Januar 1903, N. 5, pag. 54, diese Angabe dahin korrigiert, dass eine Wolfskreuzung viel weiter zurückliege, die Urgrossmutter Hektors, Mores-Plieningen, soll zum Urgrossvater einen der Burgerschen sog. Wolfshunde gehabt haben, die einer etwa 1881 erfolgten Verbindung von einer damals im Niellschen Tiergarten zu Stuttgart befindlichen Wölfin mit einem kippohrigen deutschen Schäferhunde entstammt. Demnach wäre allerdings die Mischung mit Wolfsblut eine verschwindende, da seither durch zahlreiche Generationen mit reinen Schäferhunden weiter gezüchtet wurde. Trotzdem halte ich es nicht für ausgeschlossen, dass eine einmal stattgehabte Kreuzung sich in den Nachkommen am Schädel bald mehr bald weniger wieder bemerkbar macht. Herr von *Stephanitz* fand übrigens bei zahlreichen untersuchten Schäferhunden, dass ein stärkerer Absatz zwischen Stirn und Gesichtsteil, sowie eine deutliche mediane Einsenkung an der Stirne schon äusserlich bemerkbar war. In der Tat zeigt auch das Zuchtbuch für deutsche Schäferhunde, Band 1, eine Anzahl Köpfe, bei denen der Schnauzenteil des Kopfes sich deutlich von der erhabenen Stirne absetzt.

Was nun die Abstammung der Schäferhunde betrifft, so dürfen wir dieselben als wenig veränderte Nachkommen des von Jeitteles beschriebenen *Canis fam. matris optimae* der Bronzezeit ableiten. In den schweizer. Pfahlbauten tritt er mit der Bronzekultur auf, zugleich mit einer Veränderung, die in der Viehhaltung stattfindet. Wir finden gegenüber der herrschenden Rindviehzucht in der Steinzeit hier ein Überwiegen des Ackerbaus und der Schafzucht.

Eine andere Frage ist nun die der Abstammung des Bronzehundes. *Jeitteles* suchte zuerst den Stammvater desselben in dem *Canis latrans* Nordamerikas. (Die vorgeschichtl. Altertümer der Stadt Olmütz und ihrer Umgebung. Mittlgn. der Anthropol. Gesellsch. in Wien. Bd. II. Wien 1877.) Später (Die Stammväter unsrer Hunderassen, Wien 1877) glaubt er ihn in dem indischen Wolf, *Canis pallipes Sykes* definitiv gefunden zu haben. Er verglich den Schädel eines indischen Wolfes aus der indischen Provinz Katsch mit dem des Bronzehundes von Olmütz und derselbe zeigte in absoluter Grösse, im Verhältnis seiner einzelnen Teile und in Form und Grösse der Zähne eine merkwürdige Übereinstimmung mit dem Schädel des Bronzehundes. Diese Ansicht ist auch ziemlich allgemein angenommen worden, wir finden sie auch in dem neuesten Buche *C. Kellers* (Urgeschichte der ältesten Haustiere, Zürich 1902) ohne weitere neue Begründung wieder vertreten.

Huxley (On the Cranial and Dental charakters of the Canidae. Proceed. zoolog. soc. London 1880) hat schon gezeigt, dass eine spezifische Unterscheidung der altweltlichen Wölfe *C. lupus, pallipes, chanco, laniger* nach dem Schädel nicht möglich sei, dass die Eigentümlichkeit der indischen Wölfe in den Rahmen der ausserordentlich variablen europäischen Wölfe falle. Ich habe die zahlreichen indischen Wolfsschädel der Sammlung des brit. Museums untersucht und gemessen.

Auf pag. 16 meiner Arbeit über die prähistorischen Hunde gebe ich die Masse von vier Canis pallipes im Vergleich mit europäischen und amerikanischen Wölfen, es zeigt sich da, dass weder in Bezug auf die Grösse, noch auf die einzelnen Masse bestimmte Unterschiede können aufgestellt werden. Allerdings gehören alle indischen Wölfe zu der flachstirnigen Varietät, bei der die flache und breite Stirne ohne Absatz in den Nasenrücken übergeht, während bei den europäischen Wölfen häufig die Stirnsinus stärker entwickelt sind, dadurch die Stirne eine Wölbung mit mehr oder weniger tiefer medianer Einsenkung zeigt. Doch kommen auch unter den europäischen Wölfen Schädel vor, die sich von solchen indischer nur wenig unterscheiden. Im allgemeinen erscheint nur die Schnauze spitzer und schmaler, ebenso der Gaumen. Bei fünf Schädeln schwanken

die Basallängen zwischen 195 bis 213 mm, bei europäischen Wölfen hat der kleinste von mir gemessene Schädel 186 mm, der grösste 243 mm, doch sind die meisten über 215 mm lang.

Jeitteles fand eine Übereinstimmung des Schädels von *Canis pallipes* mit *C. matris optimæ* besonders in der flachen Stirn, die ohne Einsenkung auf den Nasenrücken übergeht. Aber dieses Verhalten beruht bei beiden auf ganz verschiedenen Ursachen. Bei den flachstirnigen Wölfen sind die Stirnhöhlen so schwach entwickelt, dass die äussere Knochenlamelle der Stirnbeine nur wenig aufgetrieben ist und die processus supraorbitales nur wenig abwärts gebogen sind, daher setzt sich auch der Hirnschädel in der Profillinie gerade nach hinten fort; bei den Schäferhunden sind dagegen die Stirnhöhlen stark aufgetrieben, ist die Stirne gewölbt und die Profillinie fällt nach vorn und hinten von diesem höchsten Punkte ab.

Einige Vergleichszahlen mögen noch die Unterschiede erläutern.

Hirnschädellänge im Verhältnis zum Gesichtsschädel.

Indischer Wolf.	Schäferhund.	
100 : 101,7	100 : 86,6	
100 : 100,9	100 : 90,4	(Deutscher Schäferhund)
100 : 100,9	100 : 96,5	
100 : 111,1	100 : 87,1	(Canis matris optimæ)
	Abruzzenhund 100 : 94,8.	

Gaumenlänge zur Gesamtlänge.

Indischer Wolf.	Schäferhund.	
55,8 : 100	56,2 : 100	(Hektor)
53,9 : 100	55,3 : 100	(Deutscher Schäferhund)
55,2 : 100	55,9 : 100	
57,3 : 100	56,2 : 100	(Franz. Schäferhund)
	56,1 : 100	(Canis matris optimæ)
	55,2 : 100	(Abruzzenhund)

Gaumenbreite zur Gesamtlänge.

Indischer Wolf.	Schäferhund.	
27,1 : 100	30,8 : 100	
27,1 : 100	30,3 : 100	(Deutscher Schäferhund)
27,8 : 100	30,3 : 100	
27,1 : 100	28,9 : 100	(Franz. Schäferhund)
	28,3 : 100	(Canis matris optimæ)
	31,3 : 100	(Abruzzenhund)

Basicranialaxe zu Basifacialaxe.

Ind. Wolf.	Europ. Wolf.		Schäferhund.
36,3 : 100	36,5 : 100	38,1 : 100	(Hektor)
38,3 : 100	38,7 : 100	40 : 100	(Deutscher Schäferhund)
39,4 : 100	39,1 : 100	40 : 100	(Deutscher Schäferhund)
38,7 : 100	37,7 : 100	41,9 : 100	(Franz. Schäferhund)
	37,3 : 100	41,9 : 100	(Canis matris optimæ)
	36,8 : 100	40,7 : 100	(Abruzzenhund)
	37,7 : 100		

Schädelhöhe zu Länge.

Indischer Wolf.	Schäferhund.	
27,2 : 100	32,7 : 100	(Canis matris optimaæ)
28 : 100	33,5 : 100	(Franz. Schäferhund)
27,8 : 100	33,2 : 100	(Abruzzenhund)
30,2 : 100	33,3 : 100	(Hektor)
	34,5 : 100	(Deutscher Schäferhund)
	34,5 : 100	(Deutscher Schäferhund)

Bei der Vergleichung obiger Zahlen mag nicht ohne Bedeutung sein, dass bei Hektor von Wohlen das Verhalten der Basicranialaxe zur Basifacialaxe noch mit dem der Wölfe übereinstimmt.

Im ganzen geht aus dem Vorhergehenden hervor, dass weder «in absoluter Grösse», noch «im Verhältnis der einzelnen Teile und in Form und Grösse der Zähne» eine merkwürdige Übereinstimmung des Schädels vom Bronzehund mit dem des *Canis pallipes* existiert, wie *Jeitteles* behauptet.

Sehen wir uns nach anderer Verwandtschaft des Schäferhundes um, so finden wir sowohl im äusseren Habitus als auch im Schädelbau eine Ähnlichkeit mit südlichen Pariahhunden. Auch beim Pariah finden wir den gestreckten Schädel, die gleichmässige, allerdings weniger als beim Schäferhund entwickelte Aufwölbung der Stirngegend, von der die Profillinie nach vorn und hinten abfällt, auch hier die gleichmässig, keilförmig zugeschärfte Schnauze, die sich an der Nasenwurzel ohne Einsenkung von der Stirn an fortsetzt. Selten findet sich in der Stirngegend eine leichte mediane Einsenkung. Im Detail sind allerdings Unterschiede bemerkbar. So ist die Schädelkapsel länger und schmaler, die Schläfenenge mehr eingeschnürt, die Aussenwand des Oberkiefers fällt fast senkrecht ab, ein Verhalten, das bei

den Windhunden dann seinen höchsten Ausdruck findet. Was die einzelnen Verhältnisse anbelangt, so finden wir bei den Pariahs in einzelnen Gegenden bedeutende Verschiedenheiten. Bei den gewöhnlichen Pariahs der Malajendörfer im Sundagebiet, so in Sumatra, ist die Hirnschädellänge grösser als die Länge des Gesichtsteils; dann finden wir das Verhältnis der Basicranialaxe zu der Basifacialaxe ähnlich, wie beim Schäferhund, 39,9, 39,9, 39,5, 39,8 : 100; bei hochläufigen, schlanken Pariahformen aus Nepal, Bengalen streckt sich der Schädel und der Gesichtsschädel übertrifft den Hirnschädel an Länge, dann ist auch das Verhältnis der Basicranialaxe zu der Basifacialaxe wie 36,4, 35,9, 36,4 : 100, wie bei Windhunden, wo dasselbe 35,3 36,8 etc. ist.

Der Pariahhund ist eine uralte Hundeform, deren Darstellung schon auf den ältesten egyptischen Denkmälern der 4. Dynastie figuriert. In meiner Schrift über prähistorische Hunde l. c. pag. 112 suchte ich an der Hand von Messungen an jugendlichen und erwachsenen Schädeln nachzuweisen, dass der Pariah sich schon in sehr früher Zeit aus einer kleineren, an Grösse zwischen Wolf und Schakal stehenden Wildhundform entwickelt hat, welche noch heute in dem *Canis dingo* Australiens ziemlich unverändert geblieben ist und noch bis in die neueste Zeit wild in den Tenggerbergen Javas vorkam. Ich nahm an, dass dieser Hund in früherer Zeit über ganz Südasien verbreitet war und so an verschiedenen Orten dem Menschen Gelegenheit gab zur Zähmung. Dabei hat der zahme Hund noch vieles vom äusseren Habitus der Stammform behalten. Ich möchte nun nicht Pariah- und Schäferhund als direkte Verwandte ansehen, sondern nur einen Parallelismus der Entwicklung annehmen. Auch im nördlichen Eurasien existierte zur Diluvialzeit eine kleinere Wildhundart, oder eine kleine Wolfsform, die sich besser als der Wolf zur Zähmung eignete, ja sich vielleicht freiwillig dem jagenden Menschen anschloss; aus dieser Art, welche, wie noch die Wölfe, eine bedeutende Variationsfähigfähigkeit zeigte, konnte sowohl einerseits der *Canis f. palustris*, andrerseits der Schäferhund hervorgehen. Letzterer hat, da er seinen Funktionen als Hüter der Herden seit Jahrtausenden in gleicher Weise nachkam, wenig Veranlassung zu besonderer Züchtung und Umgestaltung von Seiten des Menschen gegeben und daher, wie der Pariah im Süden, noch am meisten den äusseren Habitus der Urform erhalten.

In der vorerwähnten Schrift habe ich pag. 130 die Vermutung ausgesprochen, dass die grossen Hundeformen, wie Doggen und Deerhounds, die schon in der neolithischen Zeit in *Canis f. Inostranzewi* und *C. f. Leineri* repräsentiert sind, nicht direkt von den Urformen abstammen, sondern frühe Kreuzungsprodukte zwischen Wölfen und solchen seien. Es war mir nun von höchster Wichtigkeit, zwei Schädel von Kreuzungsprodukten zwischen Wölfen und Hunden untersuchen zu können. Der eine derselben stammt von einem Wolfsbastard, der im vorigen Jahre in der Gegend von Bern herumstreichend getroffen wurde und seine frappante Wolfsähnlichkeit mit dem Tode bezahlen musste. Er wurde von einem Waldhüter erschossen. Der Besitzer, welcher das Tier seit einem Tage vermisst hatte, meldete sich bald und schenkte in verdankenswerter Weise den Kopf unserem Museum; betreffs Abstammung erhielt ich jede gewünschte Auskunft. Das Tier, eine Hündin, war das Produkt der Kreuzung einer Wölfin mit einem russischen Schäferhunde. Der Besitzer hatte es noch jung in München gekauft und aufgezogen, bis es einjährig geworden, während der Brunstzeit sich von der Kette losriss und vom Schicksal erreicht wurde. Der Schädel,[1]) 204 mm lang, gleicht ziemlich demjenigen russischer Steppenwölfe, er ist lang und schlank, im Parietalteil wenig gewölbt, mit mässig entwickelter Scheitelcrista, in der Schläfenenge eingeschnürt; die Stirn ist breit, flach, ohne mediane Einsenkung und geht unvermittelt auf den Nasenrücken über, doch sind die Stirnhöhlen bedeutender als bei flachstirnigen Wölfen und die äussere Stirnlamelle so hoch aufgetrieben, dass die Stirnfläche höher zu liegen kommt, als das Hinterhaupt; ein Verhältnis, das allerdings durch den stark entwickelten Hinterhauptshöcker wieder verwischt wird. Der Gesichtsschädel ist lang, hoch und breit angesetzt, vor den Foramina infraorbitalia eingeschnürt, von da mit parallelen Rändern bis zur abgerundeten Schnauzenspisze laufend. Die Seitenwände des Oberkiefers vor den Foramina infraorbitalia sind senkrecht, wie bei Deerhounds und Windhunden. Im ganzen erscheint der Schädel etwas länger und gestreckter, als bei flachstirnigen Wölfen und die Jochbogen viel weniger ausgeweitet.

Die Orbitalebene steht ebenso schräg wie beim Wolf, 43°,

[1]) Tafel III. IV, Figur 2.

dafür ist die Hirnschädellänge grösser als die des Gesichtsschädels, 100 : 95, und der Reisszahn kürzer als die beiden Höckerzähne zusammengenommen. Das Verhältnis der Basicranialaxe zur Basifacialaxe ist 39,7 : 100, also zwischen Wolf und Schäferhunden. Die Gaumenbreite verhält sich zur Gesamtlänge des Schädels wie 27,9 : 100, Schädelhöhe zur Gesamtlänge wie 28,9 : 100, die Gesichtsschädelhöhe zur Gesamtlänge wie 28,4 : 100, die Schnauzenlänge zur Gaumenlänge wie 92,7 : 100, bei Wölfen messe ich 91—95,6 : 100.

Eine grosse Ähnlichkeit des Schädels mit *Canis J. Leineri*[1]) und dem des alten irischen Wolfshundes ist nicht zu verkennen und die beifolgende Tabelle bestätigt auch, dass es sich hier um mehr als blosse Ähnlichkeit handelt, auch die Verhältniszahlen geben hier gewisse Anhaltspunkte.

	Bastard	Can. Leineri	Ir. Wulfsdog.
Basicranialaxe zu Basifacialaxe = 100:	39,7	38,6	38,3
Gesichtsschädelhöhe zu Gesamtlänge:	28,4	28,3	29,8
Schnauzenlänge zu Gaumenlänge:	92,7	91	94,9
Gaumenbreite zu Gesamtlänge:	27,9	24,3	26,3
Schädelhöhe zu Gesamtlänge:	28,9	31,8	32,3

Hirnschädellänge zu Gesichtslänge: 100:95, 100:94,4, 100:96.

Es scheint mir daher nicht ausgeschlossen, dass auch die Deerhounds ursprünglich durch ähnliche Kreuzungen entstanden sind.

Den zweiten Wolfsbastardschädel verdanke ich Herrn *Eiselen* in Heidenheim i. Br. Der frisch übersandte Kopf zeigte Wolfstypus, in Farbe und Habitus, nur erschien die Schnauze dicker und plumper als beim Wolfe und die Augen zeigten eine geringe Schrägstellung. Nach Entfernung der Haut zeigte sich leider das Schädeldach zertrümmert, aber glücklicherweise nicht dislociert; es gelang unserem Präparator, Herrn *Grimm*, die Stücke wieder so zusammenzufügen, dass die richtige Form des Schädels, wenn auch mit einigen Defekten, wieder hergestellt ist. Der Schädel[2]) gleicht im ganzen dem der hochstirnigen europäischen Wölfe, im Hirnteil gestreckt, in der Parietalregion wenig erweitert, mit stark eingeschnürter Schläfenenge und mächtig entwickelter Crista sagittalis, die sich in den weit nach hinten ausgezogenen Hinterhauptshöcker fortsetzt. Die Stirne

[1]) Tafel III, IV, Figur 1.

[2]) Tafel V, VI, Figur 2.

ist breit, hoch, in der Medianlinie wenig eingesenkt, fast flach, während bei den hochstirnigen, resp. mit erweiterten Stirnhöhlen versehenen Wölfen, eine tiefe mediane Einsenkung vorhanden ist.[1]) Der Gesichtsteil ist breit angesetzt, kürzer als beim Wolf und stumpfer, doch ist die Einschnürung vor den For. infraorbitalia gering, so dass der dritte Lückenzahn wenig schief steht. Im Gegensatz zum Wolf ist die Hirnschädellänge grösser als die des Gesichtsschädels und der Reisszahn kürzer als beide Höckerzähne zusammengenommen; ferner ist die Orbitalebene steil wie beim Hunde. Mit Haushunden verglichen, fiele der Schädel in die Gruppe des *Canis Inostranzewi*, er ist den Esquimohunden und den Küherhunden nahe stehend, wie beifolgende Vergleichstabelle zeigt, nur ist der Schädel noch niedriger, ebenso die Gesichtsschädelhöhe. Der Schädel zeigt auch eine Annäherung an den von Hektor von Wohlen, der von ihm den Übergang zum reinen *Matris-optimae*-Typus vermittelt.

Einige Verhältniszahlen mögen hier noch folgen:

Hirnschädellänge im Verhältnis zum Gesichtsschädel.

Wolf. Ein russischer Wolf, der die nächste Formenverwandtschaft zeigt = 100 : 103,3.

Wolfsbastard = 100 : 94,9.

Basicranialaxe zu Basifacialaxe.

Wolf	= 38,7
Wolfsbastard	39,9
Küherhund	= 39,7
»	= 39,8

Gaumenbreite zu Gesamtlänge.

Wolf	= 27,8
Wolfsbastard	= 27,5
Küherhund	= 29,5
»	= 30,4

Gesichtshöhe zu Gesamtlänge des Schädels.

Wolf	= 29,7
Wolfsbastard	= 30,9
Küherhund	= 32
»	33,5

Leider ist nicht bekannt, welcher Rasse der Hund angehörte, der hier mit dem Wolfe gekreuzt wurde, dem Habitus

[1]) Tafel V, VI. Figur 1.

des Kopfes nach dürfte es sich aber auch hier um eine Schäferhundkreuzung, wahrscheinlich mit einem hochstirnigen Wolfe handeln, die Kreuzung führte zu dem allgemeinen Typus der Gruppe des *Canis Inostranzewi.* Meine Hypothese, dass die grösseren Hunderassen der Kreuzung der primitiven Canisform mit Wölfen ihren Ursprung verdanken, dürfte daher nicht ganz der Berechtigung entbehren.

Seit der Veröffentlichung meiner Arbeit über prähistorische Hunde erschien das Werk von Professor *Conrad Keller* in Zürich, «die Abstammung der ältesten Haustiere». Zürich 1902. In dieser Arbeit wird auch die Frage der Abstammung des Haushundes behandelt und dabei kommt *Keller* zu von den meinen sehr abweichenden Resultaten. Allerdings stützen sich diese abweichenden Ansichten nicht immer auf genaue Materialvergleichungen, sondern vielfach auf vorgefasste Meinungen und Hypothesen, denen jeder reale Hintergrund fehlt. Trotzdem sehe ich mich genötigt, hier meine Ansichten im Gegensatz zu *Keller* noch einmal zu vertreten, handelt es sich doch bei ihm um eine halbpopuläre Darstellung, die in weitere Kreise dringt, als ein streng wissenschaftliches Buch und dann auch beim Laien Begriffe festnageln kann, die vor wissenschaftlicher Prüfung nicht Stand halten, aber einmal eingedrungen, schwer wieder auszurotten sind.

1. Bezüglich des Torfspitzes *Canis f. palustris Rütim.* und seiner Abkömmlinge adoptiert *Keller* im ganzen meine Anschauungen und gibt auch den Stammbaum der Pinscher, Spitzer, Tschau und Battakhund wieder, den ich l. c. aufgestellt habe. Der Torfhund soll, wie schon *Jeitteles* glaubte, ein direkter Abkömmling des Schakals sein. *Keller* sucht dafür weitere Beweise zu liefern, indem er den Schädel vom Torfhund aus Robenhausen mit Schädeln von Schakalen vergleicht. Es werden 10 Masse des kaukasischen Schakals mit 10 Massen eines Torfhundes von Robenhausen verglichen und auffallende Übereinstimmungen gefunden. Um nun die Frage noch einmal zu prüfen, obschon mich die Vergleichung der 10 Masse *Kellers* noch lange nicht überzeugt hatte, habe ich Schakalschädel aus folgenden Lokalitäten zum Vergleich herbeigezogen: *Canis aureus* aus Dalmatien, Konstantinopel, Kaukasus, Syrien, Transkaspien, Indien; *Canis lupaster* aus Egypten,

Algier und Tunesien; *Canis variegatus* aus Oberegypten. Dieselben sind alle den Bälgen entnommen, so dass hier von einer falschen Diagnose irgend eines Schädels nicht die Rede sein kann. Diese Schädel wurden mit den zahlreichen Schädeln des Torfhundes, die mir vorliegen, verglichen, wobei natürlich die aus den ältesten Pfahlbauten vorwiegend berücksichtigt wurden.

Es ist nun keine Frage, dass, wenn wir aus einer Anzahl Schädel beider Formen die passenden aussuchen, wir äusserlich auffallend ähnliche neben einander stellen können. So zeigen ein Schakalschädel aus Baku und einer aus Syrien, verglichen mit Schädeln vom Torfhund aus Schaffis, grosse Ähnlichkeit, auch die von Keller gewählten 10 Masse geben ähnliche Übereinstimmung. Bei beiden ist die Hirnhöhlenlänge grösser als die des Gesichtsschädels, die Breite des Schädels in der Parietalregion bedeutend, mehr als die Breite zwischen den Ohröffnungen, die Ausdehnung der Jochbogen ist annähernd dieselbe, ebenso die Gaumenbreite. Bei beiden ist die Länge des Reisszahnes geringer als die der beiden Höckerzähne. Betrachtet man aber eingehend beide Schädeltypen, so fallen Unterschiede in die Augen, welche nicht einfach dadurch erklärt werden können, dass sie beim Torfhund durch Domestikation erzeugt worden seien[1]).

Zunächst erscheint beim Schakal die Stirne flach und meist breit, nur bei wenigen ist eine schwache Einsenkung in der Medianlinie wahrzunehmen, dieselbe geht in geradem Verlauf auf den Nasenrücken über, der in der Mitte etwas eingesattelt ist. Die Stirnhöhlen sind hier sehr schwach entwickelt, so dass die Stirn oft so wenig ausgeprägt erscheint wie beim Fuchs, die processus supraorbitales sind daher auch wenig nach unten gebogen. Die Orbitalebene steht sehr schräg, 36°—45°. Bei dem Torfhund ist die Stirn infolge der starken Entwicklung der Stirnhöhlen hoch, mehr oder weniger in der Medianlinie eingesenkt, die Nasenwurzel setzt sich deutlich durch eine Einsenkung von der Stirn ab. Bei einem Schakal von Baku erstreckt sich die Stirnhöhle vom Siebbein bis etwas hinter die Schläfenenge, beim Torfhund bis gegen den Hinterrand der Stirnbeine.

Schakal-Stirnhöhle: Länge 23 mm, Breite 16 mm
Torfhund- » » 42 » » 22 »
Beide haben 136 mm Schädellänge.

[1]) Tafel VII, VIII, IX, Figur 1 und 2.

Bei dem Schakal ist die Schnauze vor den Foramina infraorbitalia höher und schmäler als beim Torfhund, das Nasenloch höher und enger, die Aussenwand des Oberkiefers fast senkrecht.

Bei dem Torfhund ist die Schnauze platter, das Nasenloch breit und niedrig, die Aussenwand des Oberkiefers fällt schräg nach dem Alveolarrand.

Schakal.

Höhe des Nasenloches 17, 16, 12, 14, 15
Breite » » 17, 16, 12, 14, 15

Torfhund.

Höhe des Nasenloches 16, 13, 12, 12
Breite » » 18, 15, 15, 15

Höhe der Schnauze in der Gegend des vorderen Randes der Nasenbeine im Verhältnis zur Breite hinter dem Eckzahn:

Schakal 20 : 26, 17 : 22, 21 : 27, 19 : 25, 21 : 25.

Torfhund 21 : 30, 20 : 28, 22 : 30, 19 : 29.

Diese Zahlen mögen beweisen, dass die Schnauze beim Schakal spitzer und höher ist als beim Torfhund und ebenso die Nasenröhre höher oder am Ausgang so breit, wie hoch.

Ferner ist beim Schakal der Gesichtsteil vor den Foramina infraorbitalia weniger eingeschnürt als beim Torfhund und daher mehr gleichmässig sich zuspitzend.

Bei dem Schakal ist der Schädel dafür in der Schläfenenge mehr eingeschnürt. Das Verhältnis von Schläfenenge zu Schädellänge ist beim Schakal wie: 21,9 : 100, 18,9 : 100, 20.2 : 100, 16.3 : 100; beim Torfhund wie: 24,9, 24,2 24,1, 23,5 : 100.

Die Schädelhöhe ist beim Torfspitz bedeutender, als beim Schakal.

Schakal 29,1—31 : 100,
Torfhund 34,5—36,4 : 100.

Die Schnauzenhöhe im Verhältnis zur Gesamtlänge beträgt beim Schakal 25.1 bis 27.6 auf 100 Schädellänge, bei Torfhund 32.3 bis 33.5 auf 100 Schädellänge.

Die Gaumenbreite zu Schädellänge:

Schakal 27,9—30,4,
Torfhund 31,5—36,5.

Schakal:

Ohrbreite von der Linea temporalis und tympanica zu Schädellänge:

Schakal	34,4—39,
Torfhund	38,9—40,9.

Ausser diesen durch Verhältniszahlen ausdrückbaren Unterschieden ergeben sich aus weiteren Betrachtungen noch andere.

Beim Schakal ist das Hinterhauptloch viel breiter als hoch, wie aus folgenden Messungen hervorgeht. Höhe zu Breite: 12 : 16; 14 : 18; 13 : 17; 12 : 16; 12 : 17.

Beim Torfhund finden sich Verhältnisse wie 14 : 16; 13 : 16; 15 : 16; 15 : 16.

Die Bullae osseae sind, wie schon *Blainville* hervorgehoben, beim Schakal blasig aufgetrieben, ohne kielartige Leiste und gross, bei gleich grossen Torfhunden kleiner, mit deutlichem Kiel. Bei einem Schakalschädel von 132 mm. Basilarlänge beträgt die Länge der Bullae osseae 20 mm., der Querdurchmesser 18 mm. Bei einem Schakal mit 136 mm. Basilarlänge, die Länge 24, der Querdurchmesser 19 mm.; einem von 143 mm. Basilarlänge, Länge 28 mm., Durchmesser 19 mm. Beim Torfhundschädel von 136 mm. Basilarlänge sind die Bullae osseae 19 mm. lang auf 15 mm. Querdurchmesser; bei einem anderen von gleicher Basilarlänge 20 mm. auf 16 mm.

Die Orbita ist bei dem Schakal länger und im ganzen grösser als beim Torfhunde, wie folgende Zahlen zeigen:

	Schakale.					
Schädellänge	136	143	141	132	136	141
Orbita. Länge. Proc. supraorb. bis vord. Augenrand	32	31	33	30	32	32
Orbita. Grösste Höhe	25	25	27	24	26	26
	Torfhund.					
Schädellänge	137	136	137	136	135	
Orbita. Länge	28	28	28	30	28	
Orbita. Höhe	24	24	25	26	26	

Aus dieser Tabelle ergibt sich nicht nur die bedeutendere Weite der Orbita bei dem Schakal gegenüber dem Torfhund, sondern auch die verschiedene Form. Die Orbita des Schakals

ist relativ länger im Verhältnis zur Höhe. Das Verhältnis der Länge zu Höhe ist beim Schakal wie 7 : 1; 6 : 1; 6 : 1; 6 : 1; 6 : 1 etc.; beim Torfhund wie 4 : 1, 4 : 1; 3 : 1; 4 : 1; 2 : 1.

Bei dem Schakal, wie bei allen Torfhunden, ist der obere Reisszahn kürzer als die beiden Höckerzähne; bei dem Wolf ist derselbe länger.

Trotzdem liegt in dem gleichen Verhalten des Reisszahns gegenüber den Höckerzähnen keine Übereinstimmung. Bei dem Schakal ist der Reisszahn im Verhältnis zur Schädellänge ebenso gross oder grösser als beim Wolfe, nur sind die beiden Molaren viel mehr entwickelt als beim Wolfe, wo, wie bei den Haushunden, der letzte Molar offenbar in Rückbildung begriffen ist. Beim Hunde ist aber bei gleichem Verhalten der Molaren, wie beim Wolfe, der Reisszahn kürzer und kleiner geworden.

Folgende Zahlen mögen dieses illustrieren:

Länge des Reisszahnes im Verhältnis zur Basilarlänge des Schädels.

Schakal:	12,7; 11,3; 11,1; 11,4; 11,8; 12,5 : 100,
Wolf:	10,6; 10,6; 11; 10,7; 11,5; 12,1; 12,5 : 100,
Torfhund:	10,2; 10,2; 10,5; 10,2; 10,4 : 100.

Länge der beiden Höckerzähne.

Schakal:	14,1; 14; 11,5; 12,9; 13,2; 13,9 : 100,
Wolf:	9,9; 9,8; 10,5; 10,6; 10,5; 9,9 : 100,
Torfhund:	10,9; 11; 10,9; 11; 10,4 : 100.

Der Schakal, mit den auch gegenüber dem Wolfe kleinen Stirnhöhlen, der vollen Entwicklung der Molaren, namentlich des M. 2 im Oberkiefer, dürfte eine ältere und primitivere Form der Caniden repräsentieren als die Wölfe und die kleine Wolfsform, von der die Haushunde abstammen. Die Grösse der Tympanalblasen und der Augenhöhlen zeigen, dass die Organe des Gesichtes und des Gehörs bei den Schakalen stärker entwickelt sind, als bei Wölfen, die Augen sind grösser, können mehr Lichtstrahlen aufnehmen und sind besser geeignet, im Dunkeln zu sehen. Daher tritt der Schakal gewöhnlich erst mit eintretender Dunkelheit in Tätigkeit. Schon dieses, abgesehen von seiner geographischen Verbreitung, über die ich schon in meiner früheren Arbeit ausführlich berichtet habe, spricht gegen seine Eigenschaft als Stammvater des Haushundes, speziell des Torfspitzes.

Wenn man geltend machen will, dass diejenigen Eigenschaften, welche den Torfhund gegenüber dem Schakal auszeichnen, durch Domestikation erlangt worden sind, so müsste diese lange vor der neolithischen Zeit stattgefunden haben, und auch dann wäre es auffallend, dass gerade die grössten Umgestaltungen sogleich bei der ältesten Form auftreten. Vergrösserte Stirnhöhlen, welche die Form des Schädels stark beeinflussen, konnten erworben werden; es ist aber bei dem Umstand, dass bei den beiden ältesten Hundeformen, wie Canis f. palustris und C. f. matris optimae, dieselben schon so stark entwickelt sind, wie bei modernen Rassen, anzunehmen, dass schon die wilde Stammform solche besass, wie das z. B. bei dem Dingo der Fall ist. Inwiefern ferner die Domestikation die Form des Hinterhauptloches beeinflussen soll, ist mir ebenso unerklärlich, wie sich die Form der Tympanalblasen gänzlich umgestalten sollte. Die ältesten Hundeformen sind plattschnauzig, das Nasenloch viel breiter als hoch, der Schakal ist spitzschnauzig und sein Nasenloch so hoch wie breit. Nun sehen wir aber, dass die Domestikation darauf ausging, beim Hunde den Nasenraum zu vergrössern; bei den modernen Rassen, wie Jagdhunden, Pudeln, wird die Nase immer höher; sollte nun bei dieser Tendenz im Anfang darauf hingearbeitet worden sein, einen Schakal mit hoher Nase plattnasig zu machen? Domestikation hat in Bezug auf das Gebiss dahin gewirkt, den Reisszahn zu verkleinern; sollte sie aber bei veränderter, z. T. vegetabilische Nahrung auch die Molaren verkleinert haben, die ja bei dem Schakal relativ viel grösser sind, als beim Hunde?

Alle diese Gründe veranlassen mich, die Ansicht einer Abstammung des Torfhundes vom Schakal zu verwerfen und einen wilden Caniden, der eher die Charaktere des Wolfes, aber in sehr verkleinertem Masstabe hatte, anzunehmen.

2. Abstammung der Schäferhunde. Hier geht *Keller* nicht über die Untersuchungen von *Jeitteles* hinaus.

3. Abstammung der Pariahhunde. Bezüglich der egyptischen Pariahs glaubt *Keller*, dass sie einen anderen Ursprung haben als die asiatischen. Ein Schädel einer Pariahhündin aus dem egyptischen Sudan weicht vom afrikanischen *Canis aureus* ab, dagegen erscheint die Übereinstimmung mit dem von

Gray abgebildeten Schädel von *C. anthus*, sowie mit dem nubischen Schakalwolf, mit dem *Keller* den sudanesischen Pariahschädel verglich, sehr gross. Vor allen Dingen müssen wir bei einer derartigen Vergleichung uns klar werden, was unter den verschiedenen Namen afrikanischer Schakale zu verstehen ist. Im allgemeinen wurde in neuerer Zeit angenommen, dass *Canis aureus* auf dem afrikanischen Kontinent nicht vorkommt, sondern die nordafrikanischen Schakale, welche von *H. Geoffroy* noch als *C. aureus algirensis, tripolitanus etc.* bezeichnet wurden, unter *Canis anthus F. Cuv.* fallen. So finden wir in der neueren Literatur die nordafrikanischen Schakale unter *Canis anthus F. Cuv.* angeführt; dahin gehört auch der von *Gray* abgebildete Schädel von *Canis anthus* aus Tunis. Synonym demselben wäre *Canis aureus algirensis Geoffroy und Wagner, Canis lupaster Ehbg.* Bald als Varietät, bald als eigene Art wird der nubische Schakal als *Canis variegatus Cretschm.* (non *Canis variegatus Matschie)* unterschieden. *(S. Mivart,* Monograph of the Canidae und *Trouessart,* Catalogus mammalium 1897.)

In neuerer Zeit versuchte *De Winton* in einer Arbeit über die Caniden von Afrika (*Proceed. Zool. Societ. London 1899, pag. 533)* Klarheit in die Nomenklatur der afrikanischen Schakale zu bringen. Diese Literatur, wie so viele andere, für die Urgeschichte der Haustiere wichtige, scheint von *Keller* übersehen worden zu sein.

Nach *De Winton* ist der grosse, über Unteregypten vom ersten Katarakt und ganz Nordafrika bis zum Senegal verbreitete Schakal als *Canis anthus F. Cuv.* zu bezeichnen, wenn nicht die schlanke Form vom Senegal und dem Innern von Tunesien, auf welche *F. Cuvier* seinen *Canis anthus* begründete, als eigene Art zu betrachten ist. In letzterem Falle würde dieser allein der Name *Canis anthus F. Cuv.* zukommen, der nordafrikanische Schakal erhielte dann den von *Ehrenberg* für den unteregyptischen Schakal vorgeschlagenen Namen *Canis lupaster Hempr. Ehbg.*

Durch Herrn *Boccard*, gegenwärtig in Tunis, erhielt ich zwei Bälge mit Schädeln von Schakalen, welche derselbe dort acquiriert hatte. Der eine gehört einem grossen Schakal an, der in Färbung und Behaarung mit zwei Schakalen aus Algier, die sich in unsrer

Sammlung befinden, übereinstimmt. Sein Schädel, kräftiger als der der Algierschakale, gleicht in jeder Hinsicht dem von *Gray* unter dem Namen *Canis anthus* aus Tunis abgebildeten Schädel. Der andere Balg, von dem ersten ganz verschieden zubereitet, gehörte einem schlanken, hochbeinigen Tiere mit relativ längeren Ohren, der Schädel weicht von dem des vorigen und denen der Algierschakale durch seine schlanke Form, die mehr verlängerte und spitzere Schnauze, die schmale, in der Mittellinie etwas eingesenkte Stirne ab. Ich halte dieses Tier für den Cuvierschen *Canis anthus*, mit dessen Abbildung auch die Färbung ganz übereinstimmt. Wie nach der Cuvierschen Beschreibung, ist auch hier der Schwanz blass, graugelb, nur die Spitze und ein Streifen an der Wurzel sind schwarz. Eine Berechtigung, diese Form von der des gewöhnlichen nordafrikanischen Schakals zu trennen, scheint mir daher wohl vorhanden zu sein.

Der lang- und feinschnauzige Schakal von Oberegypten und Sennaar, der bis Nubien und längs der Küste von Suakim bis Somaliland vorkommt, auch auf dem Hochplateau von Abyssinien sich findet, wird von *De Winton* als *Canis variegatus Kretschmer* (in Rüppels Atlas zu der Reise im nördl. Afrika), unterschieden. Ein mir vorliegender Schädel, in Oberegypten von Herrn *Dr. Mook* gesammelt, zeigt ziemliche Verschiedenheiten von den beiden vorigen. Schlank, wie derjenige des *Canis anthus* und mit verlängerter, zugespitzter Schnauze, zeigt er sich doch kräftiger gebaut, die Jochbogen sind mehr ausgeweitet, die Stirne ist breiter und flach.

Danach hätten wir also folgende Arten zu unterscheiden, welche für die von *Keller* behauptete Abstammung des afrikanischen Pariahs in Betracht kämen: *Canis variegatus Kretschmer* in Oberegypten, Nubien, Somaliland und Abyssinien, *Canis lupaster Ehbg* in ganz Nordafrika, *Canis anthus F. Cur.* in Senegambien und im Binnenland von Tunis event. auch Tripolis, Marokko und Algier. Mit welchen dieser drei soll nun der nubische Pariah von *Keller* übereinstimmen? Sein Schädel soll dem von *Gray* abgebildeten Schädel des *Canis anthus*, nicht aber dem des afrikanischen *Canis aureus* gleichkommen. Der Graysche *Canis anthus* ist aber *C. lupaster Ehbg*, wie auch der sog. *Canis aureus* von Nordafrika, zugleich aber gleicht er auch dem nubischen Schakalwolf, der

wohl *Canis variegatus* ist und dessen Schädel von dem des *C. lupaster* bedeutend abweicht. Ich habe egyptische Pariahschädel vor mir, von denen besonders einer der Beschreibung *Kellers* entspricht, finde aber, dass dessen Form sich auf die der indischen Pariahs zurückführen lässt, die ich wieder von einer Dingoform herleite. Die Ähnlichkeiten zwischen den afrikanischen Schakalen und Pariahs sind wieder dieselben, wie zwischen europäischen Schakalen und dem Torfhund, aber auch die Differenzen. Für die Ableitung der Pariahs verweise ich auf meine Abhandlung.

Die Abstammung der Windhunde.[1])

Im Jahre 1900 veröffentlichte *C. Keller* im Globus die Entdeckung, dass der Windhund von dem abyssinischen Wolfe *Canis simensis Rüppell* abstamme. Eine Vergleichung des Schädels von *C. simensis* aus dem Museum in Stuttgart mit dem eines russischen Windhundes ergab vollkommene Übereinstimmung.

Dem entgegen zeigte ich in meiner Abhandlung über die prähistorischen Hunde, dass diese Idee schon von *J. G. St. Hilaire* ausgesprochen und von *Pelzeln* weiter vertreten wurde (*Pelzeln, Zoolog. Jahrbücher. Bd. I, 1. Heft 1886*). dass aber *Nehring* an der Hand vergleichender Untersuchungen an Schädeln von *C. simensis* und Windhunden die Haltlosigkeit dieser Hypothese gründlich gezeigt habe. (*Nehring,* Zoolog. Jahrbücher, Abt. Systematik, Bd. III, 1888.)

Diese letztere Arbeit wird von *Keller* in seiner Schrift einfach ignoriert und die alte Behauptung aufrecht erhalten. 14 Vergleichsmasse zwischen dem Barzoi und dem abyssinischen Wolfe, welche einige Übereinstimmung geben, sollen das Ganze stützen.

Um nicht nur auf das Wort des Meisters zu schwören, habe ich um leihweise Überlassung des Originalschädels des *Canis simensis*, der im Senkenbergischen Museum in Frankfurt aufbewahrt wird, gebeten und in freundlichster Weise denselben von dem Direktor, Herrn *Dr. Römer*, zugesandt erhalten. Die Vergleichung dieses Schädels mit einer Reihe von Windhundschädeln, Barzois, Slughis, polnischen Windhunden, mit Deerhounds etc. hat mich, wie *Nehring*, zu dem Resultate geführt, dass die Bildung des Schädels des *C. simensis* eine ganz eigenartige, von der der übrigen Hunde und Schakale gänzlich abweichende ist und die

[1]) Tafel VII, VIII, Figur 3, 4.

Ähnlichkeit mit dem Windhundschädel nur auf den ersten Blick frappiert, bei genauerer Vergleichung aber bald verschwindet. *Nehring* sagt: «Man muss diesen Schädel in Natura gesehen haben, um eine richtige Vorstellung von der eigentümlichen Bildung desselben zu erhalten. Namentlich die Gaumenansicht ist merkwürdig, sie zeigt die auffallende Verjüngung des Schnauzenteiles etc.»

Gegenüber dem Windhund hebt *Nehring* namentlich auch hervor, dass bei *C. simensis* der Reisszahn auffallend kurz ist, seine relative Grösse viel geringer als beim Windhund und selbst bei anderen Hunden, dass Domestikation die Tendenz habe, den Reisszahn zu verkleinern, nicht im Gegenteil zu vergrössern etc. Die Ausführungen *Nehrings* sind so zutreffend, dass ich eigentlich nicht viel neues beizufügen habe. Auch *De Winton* findet den Schädel des abyssinischen Wolfes ganz eigentümlich, ohne Beziehung zu dem anderer Hunde.

Abgesehen von dem langgezogenen, schmalen Gesichtsteil, scheint mir der Schädel dem des Fuchses näher zu stehen als dem der Wölfe und Schakale. Die Form des Hirnteiles, der niedrig ist, in der Parietalregion verbreitert und dann nach der Schläfenenge allmählich sich verjüngend, die ganz flache, mässig breite Stirn, mit sehr wenig gesenkten Supraorbitalfortsätzen sind ganz fuchsartig, ebenso der Umstand, dass trotz der Wölbung der Parietalregion dieselbe nicht weiter ist, als die Distanz zwischen den Gehöröffnungen. Die flache Stirn setzt sich gerade auf den Nasenrücken fort, der in der Mitte eingesattelt ist. Beim Windhund ist dagegen der Schädel hoch, die Stirn und der Nasenansatz höher, die Profillinie des Schädels senkt sich wie bei den Schäferhunden und den Pariahs von der Stirn nach hinten.

Vor allem aber ist beim abyssinischen Wolf die Hirnschädellänge grösser als die Gesichtslänge, beim Windhund umgekehrt kürzer, hier hat sich nur der Gesichtsteil gestreckt.

Der Gaumen ist schmäler als bei irgend einem Hunde, selbst als bei den am weitesten gezüchteten Windhunden, und die sehr stark entwickelten Gaumenbeine ragen unter spitzem Winkel zwischen die horizontalen Gaumenfortsätze des Oberkiefers. Die vordere Wurzel des Reisszahns steht hinter der Spitze der Gaumen-Oberkiefersutur, bei dem Windhunde vor derselben, dort bildet

auch diese Sutur nicht einen spitzen Winkel, sondern sie ist breit abgerundet.

An der Verlängerung des Gesichtsteiles sind also hier die Gaumenbeine mehr beteiligt als bei dem Windhund, wo die Verlängerung hauptsächlich auf Rechnung des Oberkiefers kommt.

Die Foramina incisiva sind lang und schlitzförmig, ähnlich wie bei Füchsen, bei Windhunden lang oval.

Am Gebiss fällt vor allem die relative Kürze des Reisszahnes auf, seine Länge, im Verhältnis der Schädellänge, ist 8,3, bei Windhunden 9,1—9,4. Die Molaren sind dagegen relativ grösser, ihre Länge beträgt zur Schädellänge 10,5, bei Windhunden 9,4 — 10. Bei einzelnen Windhunden ist der Reisszahn so lang, wie die beiden Molaren zusammen. Auch bei *C. simensis* ist wie bei den Schakalen der zweite Molar weniger rückgebildet als bei den Hunden und Wölfen, der zweite Molar zeigt deutlich vier Höcker, und seine Kaufläche bildet ein verschobenes Rechteck, bei den Hunden mehr ein stumpfeckiges Dreieck. An den kleineren, weit auseinanderstehenden Prämolaren fehlt die hintere accessorische Spitze, und die kleinen Schneidezähne zeigen ganz den Charakter derjenigen der Füchse, eine Lappung der Kronen ist weder oben noch unten mehr wahrzunehmen.

Da von *Nehring* die Hauptmasse schon gegeben sind, so beschränke ich mich auf einige Vergleichsmasse.

Länge des Hirnschädels zum Gesichtsschädel:

Canis simensis:	100 : 98
Russ. Windhund:	100 : 101,9
» »	100 : 100
Slughi:	100 : 101,8

Grösste Breite des Gaumens zu Basilarlänge des Schädels:

Canis simensis:	20 : 100
Russ. Windhund:	23,8 : 100
» »	21,3 : 100
Slughi:	25,4 : 100

Breite des Gaumens hinter dem vordersten Prämolar zu Basilarlänge:

Canis simensis:	10,5 : 100
Russ. Windhund:	12,7 : 100
» »	13,2 : 100
Slughi:	14,8 : 100

Länge der horizontalen Gaumenfortsätze im Verhältnis zur Gaumenlänge.

Canis simensis	: 38	: 100.
Russ. Windhund	: 28,4	: 100.
» »	: 28,3	: 100.
Slughi	: 30,4	: 100.

Höhe des Gesichtsteils vom Gaumen bis Mitte der Stirn zur Gesammtlänge.

Canis simensis	: 21,6	: 100.
Russ. Windhund	: 24,2	: 100.
» »	: 23,7	: 100.
Slughi	: 27,4	: 100.

Höhe der Schnauze von der Nasenöffnung im Verhältnis zur Basilarlänge.

Canis simensis	: 11,1	: 100.
Russ. Windhund	: 13,3	: 100.
» »	: 12,3	: 100.
Slughi	: 13,7	: 100.

Alles in allem zeigt der Schädel des *Canis simensis* grosse Verschiedenheiten gegenüber dem der Windhunde; aber auch in die Gruppe der Schakale ist er nicht einzureihen; viel näher steht er dem Schädel der Füchse als dem der eigentlichen Thooiden *Huxleys*. Immerhin sind aber doch wenig entwickelte Stirnhöhlen vorhanden, ein niedriges Siebbein und der Raum für einen Frontallobus des Gehirns, wenn auch beschränkt, doch grösser, als bei den Füchsen.

Ich kenne nur einen Caniden Afrikas, der in seinem Schädelbau eine grosse Annäherung an den der Füchse zeigt und zugleich sich durch eine ungemein schwache Entwicklung des oberen Reisszahnes auszeichnet; es ist das der sog. Streifenschakal, *Canis adustus Sunder.*

Schon *Schäff* hat (*Zoolog. Jahrb. Abt. System. Heft 4. Bd. VI. 1892*) die nahe Verwandtschaft des Schädels von *C. adustus* mit dem des Fuchses hervorgehoben und hier, wo mir zwei solcher Schädel neben dem von *C. simensis* vorliegen, fällt mir die grosse Übereinstimmung des Hirnteiles beider auf. In Bezug auf das Gebiss herrscht grosse Analogie. Die Länge des Reisszahnes zur Basilarlänge des Schädels ist bei *C. simensis*

zu 100, bei *C. adustus* 8,1, die der beiden Molaren bei *simensis* 10,5, bei *C. adustus* 10,7; der zweite Molar zeigt bei iden eine analoge Gestalt.

Es wiederholen sich hier Verhältnisse, die wir wieder in damerika antreffen.

Auch dort kommen Caniden mit fuchsartigem Habitus und hädel vor, die aber nach dem Bau der Hirnhöhle noch den ooiden zugerechnet werden müssen; es sind das die *Canis arae, griseus* und *gracilis*. Auch diesen schliesst sich eine grosse ndhundartige Form am nächsten an, der *Canis jubatus*, auf ssen dem *Canis simensis* entsprechender Schädelentwicklung *hring* aufmerksam gemacht hat.

Auf den Stammbaum, den *Keller* auf *Canis simensis* errichtet, isthaft einzugehen, halte ich für überflüssig. Aus dem alt-yptischen Windhund sollen nach einer Seite die Jagd- und Dachshunde, nach der andern die Windhunde, der Scotsch erhound und der Irish Wolfhound hervorgegangen sein. Die gdhunde durch Schädelvergleiche von dem egyptischen Wind-nd und abyssinischen Wolf abzuleiten, hat selbst *Keller* nicht rsucht; er beschränkt sich darauf, die Entwicklung des Jagd-ndes aus dem Windhund an den egyptischen Malereien zu rfolgen.

M. Siber (*Die Hunde Afrikas. St. Gallen 1889*) unterscheidet den egyptischen Wandgemälden einerseits Windhunde und ar stehohrige und hängohrige, wie sie heute noch in Syrien rkommen, andrerseits eigentliche Jagdhunde. Von Übergangs-men zwischen beiden sagt dieser ausgezeichnete Kynologe, für das Exterieur einen nicht gewöhnlichen Scharfblick be-s, nichts. Bezüglich der Jagdhunde und ihren Zusammen-ng mit prähistorischen Hunden, verweise ich auf meine handlung, die für *Keller* in dieser Frage nicht zu existieren eint.

Die Abstammung der Doggengruppe.

Dieses Kapitel ist so typisch für die Behandlung der vor-genden Fragen durch *Keller*, dass es einer eingehenden Be-echung wert ist.

Bekanntlich wurde schon im Jahre 1882 durch *Anutschin* r Schädel eines grossen Hundes aus Ablagerungen der neoli-

thischen Zeit am Ladogasee beschrieben, abgebildet und diskutiert. (*Zwei Rassen des Hundes aus den Torfmooren des Ladogasees. Moskau 1882. Russisch.*) Der Schädel wurde mit dem von Wölfen verglichen, ebenso mit solchen von Haushunden, und das Resultat war, dass es sich hier um eine eigene grosse Haushundform handelte, die mit dem Namen des Entdeckers der neolithischen Ablagerungen am Ladogasee bezeichnet wurde: *C. f. Inostranzewi.* Später, 1892, verglich *Kulagin* diesen Schädel mit dem des Laika oder sibirischen Schlittenhundes, und fand eine derartige Übereinstimmung, dass er diese alte Form als identisch mit den nordischen Hunden erklären konnte. (*Ueber die Hunderasse Laika. Zoolog. Jahrb. Abth. Systemat. Bd. VI. 1892.*)

In den Ablagerungen des Pfahlbaues aus der jüngeren Steinzeit von Font am Neuenburgersee fand ich den Schädel eines grossen Hundes, den ich mit Wolfsschädeln und Schädeln grosser Hunde verglich und mit dem Schlittenhunde von Labrador nahe übereinstimmend fand. Derselbe ist mehrfach abgebildet und durch zahlreiche Masstabellen festgelegt. (*Zwei grosse Hunderassen aus der Steinzeit der Pfahlbauten. Mitteilgn. der Naturf. Gesellsch. in Bern. 1893 und Schweiz. Hundestammbuch Bd. V. 1893.*) Ferner fand ich in Ablagerungen der Schüss am Bielersee den Schädel eines grossen Hundes, der der Bronzezeit oder spätestens der Halstattepoche angehört und grosse Verwandtschaft mit *C. Inostranzewi* zeigt, wie auch *Anutschin* an der Hand vergleichender Masstabellen gezeigt hat (l. c.). Dieser Schädel zeigt aber in andrer Richtung wieder Beziehungen zu den in Römischen Niederlassungen gefundenen Resten von grossen Hunden, die zu den Rassen unserer Sennen- und Küherhunde und schliesslich dem Bernhardiner leiten, so dass wir am Ende unsere grossen einheimischen Hunderassen auf eine sehr alte Zeit zurückführen können.

Die grosse Dogge von Tibet, welche vielfach in Beziehung zu den Doggenformen in Europa gebracht wurde, wurde von mir an zwei im British Museum durch den Erforscher der Fauna Tibets und Nepals, *Hodgson* niedergelegten Schädeln untersucht, deren Masstabellen und Photographien in meiner zit. Abhandlung vorliegen, und die mir zu beweisen schienen, dass die Tibetdogge an der Bildung unsrer grossen Hunderassen nicht beteiligt ist.

Keller ist nun anderer Ansicht. Nach ihm ist der Entwicklungsgang der Doggengruppe im wesentlichen folgender: «Der Bildungsherd, wo Doggen zum ersten Male als zahme Thiere erscheinen, liegt in Hochasien, speziell in Tibet. Von hieraus drang das Haustier nach Nepal und nach Indien, vereinzelt auch nach China vor. Der babylonisch-assyrische Kulturkreis hat dasselbe frühzeitig übernommen. Auf afrikanischem Boden scheint während der Pharaonenzeit niemals ein Übertritt stattgefunden zu haben; dagegen erscheinen die Doggen zu Alexanders Zeit auf dem griechischen Boden, um später an den römischen Kulturkreis abgegeben zu werden.

Römische Kolonisten brachten zu Beginn der jetzigen Zeitrechnung die Molosserhunde über die Alpen nach Helvetien und wohl auch nach anderen Ländern Mitteleuropas und Westeuropas. Als einen der alten Rasse nahestehenden Hund betrachte ich den Neufundländer, an welchen die bildlichen Darstellungen aus dem römischen Vindonissa in der Kopfbildung auffallend stark anklingen, wozu noch die Übereinstimmung in der Haarfarbe kommt. (Auf Topfscherben?) Dass die Neufundländerrasse auf einem geographisch weit abseitsliegenden Gebiet erscheint und später wieder nach Europa verpflanzt wird, ist nebensächlich.»

«Nach einer anderen Richtung entwickelte sich der antike Molosser zu dem edlen St. Bernhardshund, dessen Ableitung von prähistorischen Hunden Europas ich mit *H. Krämer* ablehnen muss.» Schliesslich gestaltet sich der Stammbaum der Doggen so, dass der Ursprung im schwarzen Tibetwolf liegt, denn der Tibethund ist auch schwarz; aus diesem stammt die Tibetdogge, dann die altassyrische Dogge, dann der antike Molosser und von da direkt der Bernhardiner, als Nebenzweig einenteils der Neufundländer, andrerseits der Bulldog; das ist positiv, klar und unwiderruflich. Nun die Beweise: Erster Satz: Auf dem Boden Europas treten Molosserhunde erst in historischer Zeit auf. Den ältesten Schädel erhielt *Keller* aus der römisch-helvetischen Niederlassung in Vindonissa (Windisch); derselbe wurde von *Krämer* (*Haustierfunde von Vindonissa*, *Revue Suisse de Zoologie*, *Genève 1899*) mit dem eines Bernhardiners verglichen und vollkommen übereinstimmend gefunden. Die Darstellung eines Hundes auf

Topfscherben und antiken Lampen zeigen Bernhardiner oder Neufundländerformen; sie repräsentieren das Bild zu dem gefundenen Schädel und stellen Molosser dar. Diese Bilder zeigen Hunde mit partiell langer Behaarung und mehr oder weniger ausgeprägten Hängohren, soweit sich dieses an Toneindrücken von Geschirrscherben erkennen lässt.

Nun kommt ein grosser Sprung. Auf assyrischen Reliefs des 6. oder 7. Jahrhunderts a. C. sind grosse Doggen dargestellt; es wird die bekannte Figur des grossen Hundes auf der Tonscherbe von Birs Nimrud reproduziert. Diese Doggen wurden durch Xerxes nach Europa gebracht. Alexander erhielt solche durch den König Porus. Von Mazedonien gelangten sie nach Epirus und von da in angegebener Weise weiter nach Rom, Helvetien etc. Die assyrischen Hunde sind aber Tibetdoggen, und diese stammen von *Canis niger Sclat.*, dem schwarzen Wolf Tibets; denn beide sind schwarz.

Zunächst muss bemerkt werden, dass diese Darstellung der Entwicklungsgeschichte der Doggen nicht ganz originell ist. Schon *Megnin* hat (*L'ancien dogue de chasse ou Alan. L'Eleveur. 1891*). eine ähnliche Hypothese aufgestellt, namentlich ist die Idee, dass Alexander d. G. zuerst Tibethunde nach Griechenland gebracht habe und diese die Molosser darstellen, wörtlich aus Megnin kopiert. Es ist erstaunlich wie kritiklos solche Behauptungen immer wieder abgeschrieben werden, trotzdem sie schon auf historischem Wege längst widerlegt wurden. So berichtet *Langkavel*, der wohl über die ausgedehntesten Kenntnisse der historischen Dokumente über die Haustiere verfügt, in seinem Artikel über Südeuropäische Hunderassen (*Der Hund. Bd. X. N. 47. 1885*). dass nach Angaben des Aristotetelikers *Clytus* Polycrates auf Samos eine Art Tiergarten einrichtete und sich dahin epirotische Riesenhunde senden liess. *Polycrates* lebte 200 Jahre vor Alexander und starb 40 Jahre vor Xerxes Invasion in Griechenland. Aber nun die früheren Beobachtungen und Untersuchungen von *Anutschin*, *Nehring* und von mir, wonach schon in prähistorischen Zeiten doggenartige Hundeformen vorkamen? Solche Bedenken werden spielend beseitigt; *Keller* hat wohl die russisch geschriebene Abhandlung *Anutschins* nicht gelesen, vielleicht nicht einmal gesehen, den Schädel vom Ladogasee ebenfalls nicht, den Schädel von

Font, den ich beschrieben, auch nicht untersucht; aber *Anutschin*, *Nehring*, *Kulagin* und ich haben uns trotzdem getäuscht; Herr *Keller* weiss, dass die von uns untersuchten Schädel Wölfen angehören.

Keller hat ferner weder den Schädel eines Tibetwolfes noch einer Tibetdogge nach eigenem Geständnis (p. 75) gesehen, trotzdem findet er, dass die von mir gegebene Abbildung des Tibethundschädels (*fig. 17 und 18 meiner Abhandlung*) dem von Vindonissa nahe steht, bezweifelt übrigens die Echtheit der untersuchten Schädel. Er sagt: «Das Exemplar (ob reinblütig?) stammt aus Nepal und ist im Besitz des British Museum.» An einer anderen Stelle weiss er, dass es Pariahkreuzungen sind. Dass alle Schädel von *Canis fam. domesticus* in gewisser Beziehung einander gleichen, ist nicht auffallend, mehr aber, dass der Erforscher der Säugetierfauna von Tibet und Nepal dem British Museum Bastardschädel anschwärzt. Den Tibetwolfschädel, welcher die Urform desjenigen vom Tibethund sein soll, habe ich untersucht und gerade so viel oder weniger Verwandtschaft mit der Tibetdogge gefunden, als zwischen dem europäischen Wolf und der europäischen Dogge, aber Tibetwolf und Tibetdogge sind schwarz.

Der Schädel von Vindonissa wird als Molosser erklärt, denn dieser muss nun einmal von der Tibetdogge stammen, Hängeohren und lange Haare haben und muss schwarz sein. *Columella* hat ihn so geschildert, dass die Verwandtschaft unverkennbar ist. Ob man sich nun aus der Schilderung von *Columella*, die *Krämer* im Urtext wieder gibt, ein ganz klares Bild von dem Hunde machen kann und ob nicht im Altertum mit der Zeit der Name Molosser überhaupt auf grosse Hunde angewendet wurde, will ich dahingestellt sein lassen und nur folgende Tatsachen hervorheben: Aus der Landschaft *Molossis* in Epirus wurden grosse Hunde als Wachthunde bezogen, welche von ihrer Herkunft Molosser hiessen. Die Landschaft lag in der Umgebung des heutigen Sees von Jannina. Die Molosser gehörten zum Stamm der Illyrer, der um 1200 a. C. von Norden her in Nordgriechenland eindrang, die Hellenen vertrieb und an ihrer Stelle Epirus besetzte. Die Nachkommen der illyrischen Epiroten sind die heutigen Albanesen. In den rauhen Gebirgen von Epirus, die wohl mit Ausnahme der fruchtbaren Täler nur Viehzucht, wahrscheinlich besonders Schafzucht gestatteten, wurden die

Herden von grossen Hunden bewacht, die wegen ihrer Stärke und Wachsamkeit geschätzt und bald nach Griechenland und Italien als Wachthunde eingeführt wurden. Nun sehen wir, dass eine grosse Anzahl antiker Statuetten, Mosaiks und Gemälde solche Wachthunde darstellen; das schönste Bild eines solchen ist die bekannte Statue von Nikias im Vatikan. Solche Darstellungen finden sich in Griechenland, Italien, Südfrankreich verbreitet. Alle stellen dieselbe Rasse dar, einen grossen muskulösen Hund mit Stehohren, mitunter auch Kippohr, einem trockenen Kopf mit verlängerter, mehr oder weniger verdickter Schnauze und einer starken, mähnenartigen Behaarung an Hals und Nacken, die sich bei einigen auf die Vorderschenkel fortsetzt. Bei einer Statuette in Athen sind auch die Läufe gefedert. Wenn wir nun noch heute in den Balkanländern, speziell in dem heutigen Albanien, dem ursprünglichen Sitze der Molosser, solche grosse Wolfshunde antreffen, die im wesentlichen dem Bilde der alten Darstellungen entsprechen, so ist doch gewiss der Schluss gestattet, dass der Molosser der Alten der heutige Albaneser Wolfshund war, der mit der Tibetdogge allerdings wenig Verwandtschaft zeigt. Einen Schädel von dieser Rasse konnte ich bis jetzt nicht erlangen, doch ist mir nicht unwahrscheinlich, dass dieser Hund mit dem Abruzzenhund eine gewisse Verwandtschaft haben wird, und ein gemeinsamer Ursprung beider wäre schon deshalb möglich, weil im Altertum illyrische Völker nicht nur in Nordgriechenland, sondern auch in Italien, Kalabrien, einwanderten.

Wenn nun, wie *Keller* nach *Megnin* behauptet, die Molosser resp. Tibethunde erst von Alexander dem Grossen nach Griechenland eingeführt wurden und von da auch nach Epirus kamen, warum hiessen sie dann Molosser und nicht Macedonier oder indische Hunde, wie zur Zeit Herodots, Megasthenes u. a. die grossen Doggen der Perser genannt wurden?

Der Hund von Vindonissa ist nun nach *Keller* der erste bis jetzt bekannte richtige Molosser und ist wenig verändert in den heutigen Bernhardiner übergegangen. *Krämer* hat den Schädel mit dem eines Bernhardinerhundes verglichen und nahe Übereinstimmung gefunden, wie eine Vergleichstabelle von 17 gemessenen Punkten beider Schädel zeigt. Was für ein Bernhardinerschädel

zur Vergleichung benutzt wurde, wird nicht gesagt; der Schädel des ersten bekannten authentischen Bernhardiners, Barrys, der in Bern aufbewahrt ist, wurde nicht verglichen. Ich habe an 36 Bernhardinerschädeln moderner Zuchten gezeigt, dass dieselben ausserordentlich variieren und wir Formen unterscheiden können, die von denen des Mastiff wenig abweichen, während andere dem Pyrenäenhund nahe stehen.

Der von *Krämer* in einer Phototypie reproduzierte Schädel gleicht sehr demjenigen des schweizerischen Sennen- oder Küherhundes, und eine Vergleichung der Masse mit solchen von Küherhunden zeigt eine auffallende Übereinstimmung, andrerseits ist auch eine Verwandtschaft mit dem Hunde von Font vorhanden.

In der von *Keller* pag. 77 gegebenen verkleinerten Reproduktion der Seitenansicht fällt mir auf, dass die Profillinie etwas konkaver erscheint als auf der Krämerschen Abbildung, auch kommt mir der Gesichtsteil etwas kürzer und höher vor.

Sei dem, wie ihm wolle, aber der Versuch, einen in einer alten Fundschicht ausgegrabenen Schädel nach Vergleichung mit einem einzigen Stück einer modernen Kulturrasse identisch zu erklären, ist schon etwas weit hinter wissenschaftlichen Anforderungen zurückgeblieben; zu behaupten, dass derselbe sich an eine Schädelform anschliesst, die man nie gesehen hat, ist aber keine Wissenschaft mehr. Meine Ansichten über die Entstehung grosser Hunderassen brauche ich gegenüber solchen vagen Hypothesen nicht mehr zu verteidigen, nachdem ich gezeigt habe, auf welchen Voraussetzungen sie beruhen.

Ich habe vielleicht die Hypothesen *Kellers* mit mehr Ernst behandelt als sie es verdienen, erfasste aber gerne die Gelegenheit, gewisse Fragen, wie die Beziehungen der ältesten Haushunde zu den Schakalen und die Frage der Abstammung der Windhunde vom *Canis simensis* an neuem Material eingehender zu prüfen. Abgeschlossen ist ja die Frage der Abstammung unserer Haushunde, wie überhaupt diejenige unserer Haustiere noch lange nicht, sie kann erst durch Vergleich eines sehr grossen Materials und durch neue Funde aus prähistorischer und historischer Zeit der Lösung nahe gebracht werden. Dieselbe aber durch apodiktische Darstellung von Hypothesen als erledigt erscheinen zu lassen, kann nicht zum Fortschritt der Wissenschaft führen.

Tabelle 1.

	Deutscher Schäferhund. Hector von Wohlen.		Deutscher Schäferhund.		Deutscher Schäferhund.		Bastard Wolf und Russ. Schäferhund.		Bastard Wolf und (?) Hund.	
1. Basilarlänge	192	100	168	100	168	100	204	100	207	100
2. Basicranialaxe	53	27,6	48	28,5	48	28,5	58	28,4	58	28,1
3. Basifacialaxe	139	72,4	120	71,5	120	71,5	146	71,6	148	72,9
4. Nasalia, Länge	85	44,2	69	41,1	69	41,1	85	41,7	90	43,9
5. Nasalia, grösste Breite . .	21	10,9	16	9,5	16	9,5	20	9,8	24	11,5
6. Gaumenlänge	108	56,2	93	55,3	94	35,9	108	52,5	118	57
7. Gaumenbreite	59	30,8	51	30,3	51	30,3	57	27,9	57	27,5
8. Grösste Breite des Schädels	60	31,2	61	36,3	62	36,9	62	30,3	62	29,9
9. Breite über den Gehöröffnungen	63	32,8	60	35,7	60	35,7	65	31,8	70	33,8
10. Jochbogenbreite	115	59,8	100	59,5	97	57,7	119	58,3	130	62,8
11. Schläfenenge	38	19,7	44	26,1	35	20,8	38	18,6	47	22,7
12. Breite zwischen den Orbitalfortsätzen	65	33,8	56	33,3	44	26,1	59	28,9	70	33,8
13. Geringste Breite zwischen den Augenrändern	43	22,3	37	22	31	18,4	42	20,5	51	24,6
14. Hirnhöhlenlänge	115	59,8	105	62,5	105	62,5	120	58,8	119	57,4
15. Gesichtslänge	111	57,7	93	55,4	93	55,4	115	56,3	117	56,5
16. Höhe des Schädels	64	33,3	58	34,5	58	34,5	59	28,9	62	29,9
17. Länge der Backzahnreihe .	74	38,5	66	39,2	70	41,6	76	37,2	79	38,1
18. Länge des Reisszahnes . .	19	9,9	17	10,1	20	11,8	20	9,8	21	10,1
19. Länge der beiden Molaren .	20,5	10,6	18	10,7	21	12,5	21	10,2	22	10,6
20. Breite des Reisszahnes . .	10	5,2	9	5,3	11	6,4	11	5,3	11	5,3
21. Winkel der Orbitalebene .	56°		55°		47°		43°		55°	
22. Hinterhauptsdreieck. Breite zu Höhe	1 : 0,742		1 : 0,73		1 : 0,87		1 : 0,77		1 : 0,91	

Tabelle 2.

	Abruzzen-Hund.		Canis matris optimæ. Bielersee Bronzezeit.		Canis matris optimæ. Greng bei Murten. Bronzezeit.		Französischer Schäferhund.	
1. Basilarlänge	190	100	155	100	176	100	176	100
2. Basicranialaxe	54	28,4	41	26,4	52	29,5	50	28,4
3. Basifacialaxe	136	71,6	114	73,6	124	70,5	126	71,6
4. Nasalia, Länge	81	42,6	64	41,3	73	41,5	76	43,1
5. Nasalia, grösste Breite . .	20	10,5	18	11,6	18	10,5	20	11,1
6. Gaumenlänge	105	55,2	87	56,1	—	—	99	56,2
7. Gaumenbreite	59	31,3	43	23,2	49	27,8	51	29,6
8. Grösste Breite des Schädels	60	31,5	56	36,1	57	32,3	57	32,3
9. Breite über den Gehöröffnungen	64	33,6	53	34,1	58	32,9	61	34,6
10. Jochbogenbreite	—	—	—	—	—	—	107	—
11. Schläfenenge	41	21,5	34	21,9	39	22,1	34	19,4
12. Breite zwischen den Orbitalfortsätzen	56	29	41	26,4	54	30,7	56	31,8
13. Geringste Breite zwischen den Augenrändern	38	20	31	20	38	21,5	38	21,5
14. Hirnhöhlenlänge	114	60	94	60,6	109	61,9	105	59,6
15. Gesichtslänge	108	56,8	83	53,5	95	53,9	102	57,9
16. Höhe des Schädels	63	33,2	53	34,2	58	32,9	59	33,5
17. Länge der Backzahnreihe .	76	40	62	40	69	39,2	69	39,2
18. Länge des Reisszahnes . .	20	10,5	18	11,6	19	10,8	17	9,6
19. Länge der beiden Molaren .	22	11,5	20	12,9	20	11,3	19	10,8
20. Breite des Reisszahnes . .	10	5,2	9	5,8	9	5,1	10	5,9
21. Winkel der Orbitalebene .	49°		46°				50°	
22. Hinterhauptsdreieck. Breite zu Höhe	1 : 0,74		1 : 0,75		1 : 0,81		1 : 0,77	

Tabelle 3.

	Bastard vom Wolf und Schäferhund.		Canis Leineri.		Irish Wolfsdog Prähistor.	
1. Basilarlänge	204	100	201	100	213	100
2. Basicranialaxe	58	28,4	56	27,8	59	27,7
3. Basifacialaxe	146	71,6	145	72,2	154	72,3
4. Nasalia, Länge	85	41,7	90 (?)	44,7(?)	93	43,6
5. Nasalia, grösste Breite . . .	20	9,8	20	9,9	24	11,2
6. Gaumenlänge	108	52,5	112	55,7	115	53,9
7. Gaumenbreite	57	27,9	49	24,3	56	26,3
8. Grösste Breite des Schädels	62	30,3	65	32,3	65	30,5
9. Breite über den Gehöröffnungen	65	31.8	72	35.8	74	34,7
10. Jochbogenbreite	119	58,3	122	60,7	129	60,5
11. Schläfenenge	38	18.6	42	20,8	42	19,7
12. Breite zwischen den Orbitalfortsätzen	59	28,9	63	31.3	69	32,3
13. Geringste Breite zwischen den Augenrändern	42	20,5	42	20,8	50	23,5
14. Hirnhöhlenlänge	120	58.8	125	62,1	126	59,1
15. Gesichtslänge	115	56,3	118	58,7	121	56,8
16. Höhe des Schädels	59	28,9	64	31,8	69	32,3
17. Länge der Backzahnreihe . .	76	37,2	74	36,8	83	38,9
18. Länge des Reisszahnes . .	20	9,8	18	8,9	22	10,3
19. Länge der beiden Molaren .	21	10,2	21	10,4	22	10,3
20. Breite des Reisszahnes . .	11	5,3	10	4,9	14	6,6
21. Winkel der Orbitalebene . .	43°		50°		52°	
22. Hinterhauptsdreieck. Breite zu Höhe	1 : 0,77					

Tabelle 4.

	Wolfsbastard. Württemberg.		Bernischer Küherhund.		Bernischer Küherhund.	
1. Basilarlänge	207	100	200	100	197	100
2. Basicranialaxe	58	28,1	57	28,5	56	28,4
3. Basifacialaxe	148	72.9	143	71,5	141	71,6
4. Nasalia, Länge	90	43,4	84	42	87	44.1
5. Nasalia, grösste Breite	24	11,5	23	11,5	28	14,2
6. Gaumenlänge	118	57	110	55	108	54,8
7. Gaumenbreite	57	27,5	59	29,5	60	30,4
8. Grösste Breite des Schädels	62	29,9	62	31	62	31,4
9. Breite über den Gehöröffnungen	70	33,8	69	34,5	68	35
10. Jochbogenbreite	130	62,8	122	61	122	61,9
11. Schläfenenge	47	22,7	43,5	21,7	43,5	22,1
12. Breite zwischen den Orbitalfortsätzen	70	33,8	68	34	68	34,5
13. Geringste Breite zwischen den Augenrändern	51	24,6	46	23	46	23,3
14. Hirnhöhlenlänge	119	57,4	116	58	115	58,3
15. Gesichtslänge	117	56,5	114	57	113	57,3
16. Höhe des Schädels	62	29,9	66	33	60	30,4
17. Länge der Backzahnreihe	79	38,1	74	37	73,5	37,3
18. Länge des Reisszahnes	21	10,1	19	9,5	18,5	9,4
19. Länge der beiden Molaren	22	10,6	19,5	9,52	19	9,6
20. Breite des Reisszahnes	11	5,3	12	6	12	6,1
21. Winkel der Orbitalebene	55°		58°		57°	
22. Hinterhauptsdreieck	1 : 0,91		1 : 0,89		1 : 0,805	
23. Länge d. Schnauze v. vord. Orbitalrand	103	49,7	98	49	95	48,2
24. Gesichts- und Schädelhöhe, Gaumen bis Stirnmitte	64	30,9	64	32	66	33,5

Tafelerklärung.

Alle Figuren sind auf ½ der natürlichen Grösse reduziert.

Taf. I.

Schädel von Schäferhunden in Scheitelansicht.

Fig. 1. Deutscher Schäferhund. Hektor von Wohlen.
Fig. 2. Abruzzenhund.
Fig. 3. Deutscher Schäferhund.
Fig. 4. *Canis matris optimae.* Pfahlbau von Greng. Murtensee.

Taf. II.

Schädel von Schäferhunden in Profilansicht.

Fig. 1. Deutscher Schäferhund. Hektor von Wohlen.
Fig. 2. Abruzzenhund.
Fig. 3. Deutscher Schäferhund.
Fig. 4. *Canis matris optimae.* Pfahlbau von Greng. Murtensee.

Taf. III.

Schädel in Scheitelansicht.

Fig. 1. *Canis fam. Leineri* aus dem Pfahlbau von Bodman am Ueberlingersee. Deerhoundtypus.
Fig. 2. Bastard von Wölfin und Schäferhund.

Taf. IV.

Schädel in Profilansicht.

Fig. 1. *Canis fam. Leineri.*
Fig. 2. Bastard von Wölfin und Schäferhund.

Taf. V.

Schädel in Scheitelansicht.

Fig. 1. Wölfin aus dem Gouvernement Smolensk.
Fig. 2. Bastard von Wolf und Hund.
Fig. 3. Bernischer Küherhund.

Taf. VI.

Schädel in Profilansicht.

Fig. 1. Wölfin aus dem Gouvernement Smolensk.
Fig. 2. Bastard von Wolf und Hund.
Fig. 3. Bernischer Küherhund.

Taf. VII.

Schädel in Scheitelansicht.

Fig. 1. *Canis fam. palustris* aus dem Pfahlbau von Schaffis. Bieler see. Ältere Steinzeit.
Fig. 2. Schakal von Jaffa. Syrien.
Fig. 3. *Canis adustus Sundev.*
Fig. 4. *Canis simensis Rüpp.* Original aus der Sammlung des Senkenberg. Museum. Frankfurt a/M.

Taf. VIII.

Schädel in Profilansicht.

Fig. 1. *Canis fam. palustris.* Schaffis.
Fig. 2. *Schakal* aus Jaffa (Syrien).
Fig. 3. *Canis adustus Sundev.*
Fig. 4. *Canis simensis Rüpp.* Orig.

Taf. IX.

Schädel in Gaumenansicht.

Fig. 1. *Canis fam. palustris.* Schaffis.
Fig. 2. Schakal aus Jaffa.

A. Trœsch.

Einige Korrekturen der geologischen Karte im Gebiet zwischen Kiental und Kandertal.

(Eingesandt den 24. Juni 1903.)

Das Gebiet, auf das sich die vorliegenden Angaben beziehen, liegt zwischen dem Oberlauf der Kien und der Kander, nördlich der Blümlisalp und umfasst hauptsächlich die vom Hohtürlipass sich nach Westen erstreckende Kette mit Bundstock, Dündenhorn (Witwe), Zahlershorn und Birre.

Es liegt im Bereiche des Blattes Nr. 18 der geolog. Karte der Schweiz (bearbeitet von *J. Bachmann* und *C. Mösch*) und des Blattes 17, aufgenommen von Pfarrer *Ischer*. Gestützt auf die Ergebnisse meiner Untersuchungen im Herbst 1902 bin ich im Stande, einige Korrekturen zu den beiden Kartenblättern zu geben.

Diese lassen folgende Verbreitung der Formationen erkennen:

I. Tertiaer. Es ist auf ein Band Taveyannazsandstein beschränkt, das sich am Südabhang der erwähnten Kette von der obern Öschinenalp bis beinahe zur Birre hinzieht.

Im Text[1]) erwähnt Mösch Eocaen vom Schafläger und weist[2]) auf die schwarzen Eocaengesteine mit Cerithien hin, die Studer auf dem Hohtürlipass sammelte.[3])

Bertrand und Golliez[4]) wiesen nach, dass sich das Eocaenband ununterbrochen vom Kiental zum Kandertal hinzieht. Meine Beobachtungen haben dies nicht nur bestätigt, sondern auch

[1]) Beiträge zur geolog. Karte der Schweiz. 21. Lieferung. II. 1893. pag. 36.

[2]) Pag. 35.

[3]) Studer, Geolog. der Schweiz. II. pag. 95.

[4]) Bulletin Soc. Géol. de France, 3e série t. XXV. 1897.

ergeben, dass das Eocaen viel mächtiger ist, als bisher angenommen wurde.

Auf dem Gipfel der Wilden Frau stehen graue Quarzsandsteine, erfüllt mit kleinen Nummuliten, an, und das gleiche Gestein fand ich über der Zahmen Frau, an der Westwand des Gamchialp-Zirkus und auf der obern Öschinenalp, Pkt. 2114. Grobkörnige Sandsteine mit zahlreichen, unbestimmbaren Bivalven aber sehr schönen Lithothamnien finden sich in der Moräne des Blümlisalp-Gletschers.[1])

Das Liegende der Nummulitensandsteine der Wilden Frau bilden stark sandige Kalke, grau, dunkelgrün, rötlich, gelblich bis weisslich oder hellbraun gefärbt, von stark wechselndem petrographischem Habitus, die zuweilen in feine Sandsteine übergehen. Auf der untern Öschinenalp und etwas tiefer, am Nordufer des Sees, erscheinen sie als buntfarbige Kieselkalkschiefer, oft etwas marmorartig, nicht selten stecknadelkopf- bis erbsengrosse dunkelrote Körner enthaltend. Mächtig entwickelt sind diese Gesteine auch am östl. und nord.-östlichen Absturz der Wilden Frau gegen den Gamchigletscher und gegen die Gamchialp.

Trotzdem ich weder makroskopisch noch mikroskopisch organische Reste darin fand, scheint es mir sehr wahrscheinlich, dass diese Gesteine dem Eocaen zuzurechnen sind. Mösch[2]) spricht die Vermutung aus, dass es ältester Malm sei. Der grosse Quarzgehalt und die Tatsache, dass der Malm dieses Gebietes an andern Stellen eine von der oben beschriebenen sehr verschiedene Ausbildung aufweist, machen diese Annahme kaum wahrscheinlich.

Aber auch wenn wir die Stellung dieser Gesteine nicht genau fixieren, so zeigen die erwähnten Nummulitenfunde, dass der Nordabhang der Blümlisalp z. T. aus Eocaen besteht, dass der Malm der Karte hier bedeutend zu reduzieren ist. Typische dunkelgrüne eocaene Kalke mit reichlichen Quarzkörnern treten auf dem Grat zwischen dem Hohtürli und dem Schwarzhorn auf, ebenso tertiaere Schiefer und Taveyannazsandstein und ziehen sich parallel zum Verlauf der Kette an

[1]) Mösch, loc. cit. pag. 36 gibt das Alter dieser Schichten nicht an.
[2]) Loc. cit. pag. 35.

deren Südhang hin, streichen auch nordwärts unter dem Schwarzhorn und der Wermutfluh durch, wo dunkle Orbitoidenkalke, Quarzsandsteine und Lithothamnienkalke über die Zugehörigkeit zum Eocaen keinen Zweifel lassen. Es besteht demnach ein Zusammenhang zwischen dem Tertiaer des Hohtürli und dem von der Karte angegebenen Taveyannazsandsein der Bundalp.

Das Taveyannazband, das sich von der obern Öschinenalp westwärts hinzieht, habe ich bis auf die Nordseite der Birre verfolgen können.

II. Kreide. Sie ist auf der Karte nicht verzeichnet.

Bertrand und Golliez erwähnen mehrere Falten von Neocom, die beim Abstieg vom Hohtürli gegen den Öschinensee gekreuzt werden[1]).

Im Neocom des Öschinengrates fand ich Hoplites longinodus Neum. und Uhlig.

Dieser Fund stellt das Vorkommen des Neocoms sicher.

Der Steilabsturz der Birre gegen das Öschinental besteht aus einem hellgrauen, matten Kalk, der von charakteristischen, gelblichen Kalkspatadern durchzogen ist; ein gleiches Gestein, weiss verwitternd, findet sich auf dem Grat zwischen Schwarzhorn und Bundstock. Fossilien lieferten diese Kalke keine, hingegen zeigt der Dünnschliff deutlich oolithische Struktur und in einzelnen Fällen zahlreiche Milioliden, die sich im Kern eines Ooliths finden. Neben Milioliden fanden sich noch Rotalien, Textularien, Orbitulina lenticularis.

Escher hat das Vorhandensein der oolithischen Struktur benützt, um Urgon vom Neocom zu trennen[2]) und Hovelacque[3]) bildet Urgonschliffe ab, die mit den Schliffen, die die erwähnten Kalke zeigen, identisch sind. Gestüzt auf diese Tatsachen bin ich geneigt, das Vorkommen des Urgons als sicher anzunehmen.

Ob obere Kreide vorkommt, wage ich vorläufig noch nicht zu entscheiden. Ein dunkelgrauer Schiefer von der Birre zeigt

---

[1]) Loc. cit.

[2]) Beiträge zur geol. Karte der Schweiz. 13. Lieferung, pag. 22.

[3]) Hovelacque, Album de Microphotographie de Roches sédimentaires. Paris 1900.

im Dünnschliff *Globigerinen*, darunter die polygonen Kammern der *Globigerina linaeana* d'Orb.[1]) Ob die letzte Form auf den Seewenmergel beschränkt ist oder ob sie sich auch im Tertiaer findet, ist mir nicht bekannt.

III. Jura. Er besitzt nach der Karte die weitaus grösste Verbeitung; unter diesem ist es wiederum

a. Der Malm, der dominiert. Er setzt die Wände des Gamchialp-Zirkus zusammen, bildet die Nordabhänge der mächtigen Blümlisalpgruppe und der Doldenhörner, umschliesst den Öschinensee und findet sich auch stark entwickelt auf dem Südabhang der Kette Höhtürli-Birre.

Schon aus dem bisher Gesagten ergibt sich, dass seine Ausdehnung eine geringere sein muss, als die Karte angibt.

Die von Mösch aufgeführten Liasversteinerungen vom Gipfel des Dündenhorns, die sich im Berner Museum finden, konnte ich am Fundort nicht sammeln. Das Gestein, das hier ansteht, schien mir vielmehr, nach dem petrographischen Habitus beurteilt, Malm zu sein. Der Dünnschliff lieferte deutliche Radiolarien und unter den in Frage stehenden Kalken liegen Birmensdorferschichten.

b. Der Dogger. In breitem Bande verzeichnet die Karte diese Stufe von der Birre bis in die Nähe des Hohtürli. Im östlichen Teil der Kette streicht er auch auf die Nordseite hinüber, und Mösch führt von daher einige Fossilien an.[2])

Auf der Nordseite der Kette, vom Dündenhorn an westwärts, ist der Malm der Karte zum Teil durch Dogger zu ersetzen. Die scharfen Gräte, die sich vom Dündenhorn und vom Zahlershorn aus nach Norden erstrecken, bestehen aus Dogger, der auf Malm ruht. Der nördlichste Punkt, an dem ich Dogger anstehend fand, ist das Schwarzgrätli (2573 m).

Fossilliste des Doggers.[3])

Callovien.

Ammonites (Hecticoceras) hecticus perlatus Qu. Dündenhorn Südseite.

---

[1]) Pulvinulina tricarinata Quereau.

[2]) Loc. cit. pag. 37.

[3]) Die von Mösch (loc. cit. pag. 37) erwähnten Petrefakten sind hier nur aufgeführt, wenn sie an andern Stellen gefunden wurden; ich habe sie mit einem * versehen.

Perisphinctes aff. convolutus evexus Qu. Dündenh. Südseite.
P. evolutus Neum. Dündenh. Nordgrat.
P. cfr. funatus Opp. Dündenh. Süds.
Reineckia spec. » »
Belemniten.
Posidonomya ornati Qu. spec. Nordgrat Dündenhorn. Schafberg-Schutt.
Terebratula (Waldh.) pala Buch. Schafberg-Schutt. Dündenh. Süds.
T. cfr. globata Dündenh. Süds.

Bathonien.

Stephanoceras Zigzag d'Orb. Dündenh. Süds.
Parkinsonia cfr. Parkinsoni Sow. Dündenh. Süds.
Oppelia fusca Qu. Schafberg-Schutt.
Perisphinctes Moorei Opp. » »
Cypricardia cfr. rostrata Sow. spec. Schafberg.
Cfr. Isocardia cordata Buch. Dündenh. Süds.
Terebratula sphaeroidalis Sow. Schafberg-Schutt.
Dündenh. Nordgrat.
» Südseite.
T. globata var Fleischeri (Opp.) Dav. Schafberg-Schutt.

Bajocien.

Ludwigia Haugi Douv. Schwarzgrätli.
Terebratula Stephani Dav. Zahlershorn Süds.

c. Der Lias. Bundstock und Schwarzhorn sind als Lias eingetragen. Im Text erwähnt Mösch noch Liasfossilien vom Gipfel des Dündenhorns, die sich im Berner Museum finden[1] (siehe III a).

Nach meinen vorläufigen Untersuchungen scheint der Lias auf den Bundstock beschränkt zu sein, wo er fossilreich ist.

Mösch erwähnt in seiner Petrefakten-Liste als Fundort der meisten Exemplare «Öschinenschafberg gegen Hohtürli». Es kann sich hier nicht um anstehenden Lias handeln, sondern nur um Schuttmassen, die zweifellos vom Bundstock herrühren.

---

[1] Loc. cit. pag. 38.

Fossilliste des Lias.

Oberer Lias.

Harpoceras costula Rein. Bundstock.
H. Thouarsensis d'Orb. »
H. spec. (aus der Radiansgruppe).

Mittlerer Lias.

Aegoceras capricornus Schloth. spec. Bundstock.
Belemnites paxillosus Schloth. »
» elongatus Mill. »

Unterer Lias.

Nautilus cfr. striatus.	Bundst.	Gipfel.
Arietites Brooki Sow.	»	»
* » raricostatus Zieten	»	
Aegoceras muticus d'Orb oder » Dudressieri d'Orb	Bundst.	
Belemnites acutus Mill.	»	
* Gryphaea arcuata Link.	»	Gipfel.
» cfr. obliqua Goldf.	»	»
Pecten Hehli d'Orb.	»	»
» valoniensis Defr. oder P. Thiollierei Martin	»	
Pholadomya Voltzi Ag. oder » Woodwardi Opp.	»	
Spirifer cfr. verrucosus v. Buch	»	
Pentacrinus (? tuberculatus) Mill.	»	»

Die tektonischen Verhältnisse des Gebietes, mit dem sich diese vorläufige Mitteilung befasst, werden Gegenstand einer spätern Arbeit sein; die bezüglichen Aufnahmen sind noch nicht zum Abschluss gelangt.

Sämtliche Dünnschliffe wurden im geologischen Institut zu Freiburg i/B. angefertigt und untersucht; dort wurden auch die Versteinerungen unter der Aufsicht von Hrn. Prof. G. Steinmann bestimmt.

Bern, den 20. Juni 1903.

A. Bohren.

Die Schwerpunktskoordinaten in der Versicherung.

(Eingesandt den 30. Mai 1903.)

Für ein System von Punkten mit den Koordinaten (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) . . . . . und den Massen m_1, m_2, m_3 . . . . hat man für den Schwerpunkt die Koordinaten

1. $$x = \frac{\Sigma m x}{\Sigma m} \qquad y = \frac{\Sigma m y}{\Sigma m}.$$

Ausdrücke, aus denen die Versicherungsmathematik eine interessante Folgerung ziehen kann.

Wir haben in der Schweiz noch eine Menge von Hilfsgesellschaften, sowohl Sterbevereine wie Krankenvereine, die der mit dem Alter verschiedenen Sterblichkeit und Disposition zu Erkrankungen nicht Rechnung tragen und von allen Mitgliedern, gleichgiltig in welchem Alter sie eintreten, dieselben Prämien verlangen. Einige suchen allerdings eine Ausgleichung der Gefahrenungleichheit, indem sie nach dem Alter abgestufte Eintrittsgelder verlangen, die aber gewöhnlich nicht den technisch richtigen Wert erreichen. Andere gehen weiter und bilden enger oder weiter begrenzte Altersklassen und verlangen innerhalb derselben von den Mitgliedern Prämien, welche dem Durchschnittsalter entsprechen. Es frägt sich nun, ob dies der technisch richtige Wert sei.

Angenommen, wir haben innerhalb einer solchen Klasse

$z_1, z_2, z_3 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$ Mitglieder von den Eintrittsaltern

$x_1, x_2, x_3 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$

die diesen Altern entsprechenden Prämien seien für eine bestimmte Versicherungssumme oder ein Krankengeld

$$P(x_1),\ P(x_2),\ P(x_3) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot,$$

dann trifft es auf ein Mitglied einenM ittelwert von

$$2. \qquad P(x_m) = \frac{z_1 P(x_1) + z_2 P(x_2) + z_3 P(x_3) + \cdots\cdots}{z_1 + z_2 + z_3 + \cdots\cdots}.$$

Das durchschnittliche Alter ist

$$3. \qquad x_d = \frac{z_1 x_1 + z_2 x_2 + z_3 x_3 + \cdots\cdots}{z_1 + z_2 + z_3 \cdots\cdots}$$

und die entsprechende Prämie sei

$$P(x_d).$$

Tragen wir die Prämien in einem Koord.-System, wo die x-Axe den Altern entspricht, als Ordinaten auf und betrachten wir die Mitgliederzahlen als den Massen proportional, so erhalten wir für den Schwerpunkt des erhaltenen Punktsystems nach 1.

$$4. \qquad x = \frac{z_1 x_1 + z_2 x_2 + z_3 x_3 + \cdots\cdots}{z_1 + z_2 + z_3 + \cdots\cdots}$$

$$5. \qquad y = \frac{z_1 P(x_1) + z_2 P(x_2) + z_3 P(x_3) + \cdots\cdots}{z_1 + z_2 + z_3 + \cdots\cdots}$$

Formeln, welche mit 2 und 3 übereinstimmen.

Daraus ergibt sich nun folgendes:

Verläuft die Kurve der Prämien mit zunehmendem Alter gegen die x-Axe konvex, so wird der Schwerpunkt überhalb der Kurve liegen und $P(x_m)$ wird also grösser sein als $P(x_d)$. Verläuft die Kurve konkav, wird das Umgekehrte der Fall sein. Nun verlaufen sowohl die Kurven der Jahresprämien für eine Sterbesumme als auch für ein bestimmtes Krankengeld gegen die x-Axe konvex und die verlangte Prämie ist somit zu klein. Je enger nun die Grenzen der Altersklassen gezogen sind, um so geringer sind natürlich auch die Abweichungen und es bestätigt sich wieder, dass einheitliche Prämien nur verlangt werden dürfen, wenn die Unterschiede der Eintrittsalter sich zwischen engen Grenzen halten.

A. Baltzer.

Geologische Notizen aus dem Berneroberland.

(Eingereicht den 3. Juli 1903.)

A) Zur Kenntnis der bunten Marmorbreccie von Grindelwald.

Anknüpfend an meine frühere[1]) Mitteilung über die Marmorbreccie von Grindelwald kann ich nunmehr noch einige Ergänzungen hinzufügen, die sich auf Verwendung, chemische Zusammensetzung der Flaser und ein darin neuerdings gefundenes Mineral beziehen.

Zunächst hat diese Breccie eine unerwartete Anwendung zur Ausschmückung des Vestibüls der neuen Hochschule mit 4 je $3^1/_3$ m langen Säulen gefunden; unerwartet, weil man bis jetzt nicht glaubte, dass homogene, unzerspaltene Werkstücke von solcher Länge gewonnen werden könnten. In der Tat ist der Stein den schönsten Marmorbreccien, z. B. dem Brocatello d'Arzo von Arzo bei Mendrisio, ebenbürtig, wenn nicht durch die schönen gedämpften grauen, rötlichen, grünlichen Farben überlegen.

1. Die grüne und rote Flaser der Marmorbreccie.

In der grünen und roten Flaser zwischen den einzelnen eckigen, grau- und blassrötlichen Marmorbrocken, wurde früher ein Thonerdesilikat vermutet; die Analyse von Dr. Kulka ergab indessen folgende Resultate:

1. Rote Flaser			2. Grüne Flaser		
		Kontrolle			Kontrolle
SiO_2	80.75 %	80.80	SiO_2	88.66	88.69
Fe_2O_3	15.33 »	15.37	Fe_2O_3	3.83	3.80
CaO	0.71 »	0.83	FeO	4.82	4.79
MgO	—	Spur	MgO	1.19	1.21
H_2O	3.12 »	(Glühverlust)	CaO	Spur	
			H_2O	1.40	(bei 100—110° getrocknet)

[1]) Ueber die mechanische Umwandlung des Kalksteins in Marmor. Diese Mitthn. 1901, pag. 67.

Bemerkungen: 1 war frei von mechanisch beigemengtem Kalkspat, bei 2 wurde derselbe durch kalte Essigsäure extrahiert. Trotz grosser Vorsicht ist die Homogeneität der Substanz nicht sichergestellt; es ist nicht ausgeschlossen, dass etwas fein verteilter Quarz in der Flaser vorhanden war, denn ein Dünnschliff zeigte in der schwach doppeltbrechenden grünen Flaser feine Quarzsplitter eingebettet. Letztere zeigten nur teilweis undulöse Auslöschung.

Die gefundenen Analysenwerte lassen sich nicht auf ein bestimmtes Mineral zurückführen; es dürften dynamometamorphe Zersetzungsprodukte in Gestalt von Eisenoxyd-, beziehungsweise Eisenoxydulsilikaten mit wenig Magnesia und Wasser vorliegen. Dieselben sind frei von Thonerde. Die Farbe der grünen Flaser beruht auf dem Eisenoxydulgehalt, der der roten, oxydhaltigen Flaser ganz abgeht.

Von einem Marmorschiefer des Urbachtals besitze ich eine schon vor 25 Jahren angefertigte Schliffserie, welche die immer noch von einigen bezweifelte bruchlose Faltung aufs schönste zeigt. In mehreren dieser Schliffe tritt nun eine rote Flaser hervor, sowie kataklastischer Quarz und einzelne Glimmerblättchen. Diese rote Flaser ist wohl ein Analogon der Flaser der roten Breccie, lässt aber keinerlei optische Erscheinungen wahrnehmen; sie kann ein Eisenoxydsilikat oder auch Eisenoxyd sein.

2. Mineral in der Marmorbreccie von Grindelwald.

Gelegentlich eines Besuches des neueröffneten kleinen Marmorbruches am unteren Gletscher bei Grindelwald wurde anno 1902 auf Schicht- und Kluftflächen der Marmorbreccie eine Mineralsubstanz gefunden, welche folgende Eigenschaften zeigt: Derbe, feinschuppig bis faserige Lappen oder Lagen bildende Massen, weiss z. T. mit einem Stich ins schwach lichtgrünliche, atlas- bis perlmutterglänzend, weich, beim Erwärmen härter werdend. Erinnert im Aussehen, in der lederartigen Konsistenz, Biegsamkeit und Zusammendrückbarkeit an Bergleder. In die einzelnen Lagen eingebettet tritt ein schwach rötliches rhomboedrisches Karbonat der Calcitreihe und einzelne dünne, durchsichtige, gut ausgebildete, bis 7 mm lange Quarzkriställchen auf. Beide wurden für die Analyse bestmöglichst von der Hauptmasse getrennt.

Vor dem Lötrohr ist das Mineral unschmelzbar, zeigt gelbliche Glühfarbe und verliert ein klein wenig an Glanz; mit Cobaltsolution wird es blau.

Bei der quantitativen Analyse von Dr. Kulka war eine Auflösung des allerdings nicht staubfein herstellbaren Mineralpulvers weder in den gewöhnlichen Säuren noch bei stundenlangem Schmelzen mit Natriumkaliumkarbonat zu erzielen. Es wurde daher mit einem heissen Gemisch von Flussäure und rauchender Schwefelsäure aufgeschlossen und die Kieselsäure aus der Differenz berechnet:

Al_2O_3	36.817 %
CaO	3.214 »
Na_2O	1.943 »
K_2O	0.262 »
H_2O (Glühverlust der bei 100—110° getrockneten Substanz)	7.779 »
SiO_2 (aus der Differenz)	49.985 »

Danach läge ein wasserhaltiges Aluminiumcalciumalkalisilikat vor mit allerdings nur geringen Mengen von Alkalien. Dasselbe kann bis jetzt nicht sicher mit einem bekannten Mineral identifiziert werden.

Optisch konnten Doppelbrechung und der sehr kleine Axenwinkel nicht genau bestimmt werden, weisen aber auch am ehesten auf Glimmermineralien hin. Am ehesten wäre Sericit anzunehmen, nur ist der Alkaligehalt zu niedrig und der Wassergehalt zu hoch.

In die schuppige, fasrige Substanz eingebettet kommen minimale Mengen eines doppeltbrechenden, einaxigen Minerals vor, sodass jene auch nicht als absolut homogen gelten kann

B) Chemische Analyse eines gneissigen Protogyngranites von der Grimselstrasse bei der Handeck gegenüber den hellen Platten.

Es fehlt in der Literatur an Analysen von durch Metamorphose schiefrig und «augengneiss»artig gewordenen Protogyngraniten. Ich teile daher hier eine Analyse (A) mit, die Dr. Kulka mit ganz frischem Material eines solchen schiefrigen Granites vorgenommen hat. Habitus der bekannte; mittelkörnig, Körnelquarz und viel Glasquarz. Der Biotit tritt in unterbrochenen

gen auf mit schwacher Neigung zu Augenbildung. Der Druck grobe Linsen von Handlänge erzeugt, die von g e r i e f t e n ıkelgrünen, sericitischen Häuten eingeschlossen, also rutsch-ifig sind. Derartige Druckstruktur kommt auch anderweitig Grimselprofil vor. Eine Analyse von typischem Grimsel-nit (B) [1]) setze ich daneben:

	A.			B.
	Kontrolle		Mittel	
$)_2$	89.31	. . . . .	89.31	. . . . . 75.45
O_3	3.88 | 7.20	. . . . .	3.88	. . . . . 10.14
O_3	2.20 |	. . . . .	2.20	. . . . . 2.24
)	0.97	. . . . .	0.97	. . . . . —
)	0.63	0.79	0.71	. . . . . 1.72
O	1.31	1.50	1.41	. . . . . 1.15
)	0.91	. . . . .	0.91	. . . . . 5.40
)O	0.18	. . . . .	0.18	. . . . . 3.80
)	0.38	. . . . .	0.38	. . . . . 0.40
				CO_2 . . . 0.13

Hieraus ergibt sich, wie auch schon das mikroskopische ssehen vermuten liess, dass wir es mit einem abnorm quarz-hen Protogyngranit zu tun haben.

[1]) Baltzer: Mittleres Aarmassiv. Beiträge zur geol. Karte d. Schweiz. Lfg., 4. T. pag. 20.

Moritz Isenschmid.

Ueber eine von Dr. Walther Volz in Sumatra gemachte Sammlung von Batrachiern.

1. Systematischer Teil.

I. Serie: Firmisternia Blgr.

Familie: **Ranidæ** Cope 1865

Gattung: **Rana** Linn.

Rana tigrina Daud.

Daudin Rain. p. 64, pl. 20 und Rept. p. 125.
Dum. und Bibr. p. 375; Günth. Cat. p. 9.
Boul. Cat. p. 26.

Die leicht abgerundete Schnauze setzt sich in ein ziemlich deutliches Rostrum fort. Die Interorbitaldistanz beträgt 3 mm auf das 4 mm breite obere Augenlid und bildet gleichsam eine Rinne zwischen beiden Augenlidern; bei jungen Exemplaren verengert sie sich. Das deutliche Trommelfell, dessen Durchmesser so gross wie die Interorbitaldistanz, wird oben durch eine vom Auge nach der Achselhöhle laufende Hautkurve und unten durch eine solche, die vom Mundwinkel nach der Achsel zieht, begrenzt. Im Oberkiefer sind in der Mitte drei Grübchen vorhanden, in die drei verknöcherte Hervorwölbungen des Unterkiefers passen. Die ganze Oberseite des Rumpfes und der Extremitäten ist von laufenden, länglichen Hautfalten überzogen, deren Intervalle mit tuberkulösen Warzen besetzt sind. Mit Ausnahme des untern Teils der Unterschenkel, die weiss marmoriert sind, ist der braune Rücken mit schwarzen Flecken besprenkelt, die sich noch auf die Kehlgegend erstrecken; Unterseite lichtgelb.

Die Grösse des Frosches ist äusserst variabel: unter fünfzig Exemplaren, deren Länge von der Schnauzenspitze bis zur Kloake gemessen wurde, fand sich ein einziges 60 mm lang, dagegen

drei waren gerade halb so gross; die übrigen hielten das Mittel ein, d. h. ein Dutzend waren 50 mm, siebzehn 45 mm, ein Dutzend 40 mm und endlich fünf 35 mm lang, also bedeutend kleiner als die 135 mm langen Exemplare Daudins. Wie schon Dum. und Bibr. es fanden, ist auch die Ausdehnung der Spannhäute an den Zehen äusserst verschieden: bei 36 Formen, deren vierte Zehe, als längste, und ihre Schwimmhäute vom Metatarso-tarsalgelenk an gemessen wurden, ergaben sich folgende Zahlen:

auf 15 mm Schwimmhaut 24 mm Zehe
» 14 » » 21 » »
» 16 » » 22 » »

also stets mehr als halb behäutete Zehen. Allein vierzehn Formen wurden gemessen mit beinahe halb behäuteten Zehen, indem sie die Verhälnisse $^{12}/_{20}$, $^{11}/_{19}$ und $^{12}/_{24}$,
also $^{3}/_{5}$ $^{3}/_{5}$ und $^{1}/_{2}$
behäutete Zehen zeigten. Diese letzten Formen neigen deshalb zu *Rana gracilis Wigm.*, ohne sie ganz zu dieser zu stellen, wie Boulenger es tut, weil sie kleiner sein sollen als die Tigrinaformen. Denn von meinen vierzehn Exemplaren sind zehn 40 mm und vier 35 mm gross, also noch immer grösser als die kleinsten *Tigrinaformen;* auch das Fehlen des äussern Metatarsalhöckers spricht für *Rana tigrina.*

Fundort: Rawas in der Residentie Palembang, Sumatra.

Boulenger führt sie an aus Ostindien, dem ostindischen Archipel und Südchina.

Boettger fand sie in Toli-toli (Nord-Celebes) und in Buitenzorg (Java).

Von Moellendorff fand zahlreiche Stücke auf Manila, Mittelluzon und Kanton.

O. Herz einige Weibchen auf der Insel Hainan.

Schneider gibt erwachsene Männchen von der Insel Flores auf den Molukken an.

Rana macrodon (Kuhl) **Tschudi.**

Tschudi Batr. p. 80; Dum. und Bibr. p. 382.
Günth, Cat. p. 8; Boul. Cat. p. 24. Zool. Jahrb. XIII 1899—1900, pag. 492.

Charakteristisch sind zwei leicht nach hinten gebogene 1,5 mm lange knöcherne Apophysen im Unterkiefer, zwischen

denen genau in der Mittellinie ein kürzerer Fortsatz steht; alle drei greifen in entsprechende Gruben des Oberkiefers ein. Das deutliche, von einer gut markierten Tympanalfalte überdachte Trommelfell erreicht die Grösse der Interorbitaldistanz. Von der *Rana tigrina*, mit der sie grosse Ähnlichkeit zeigt, unterscheidet sie sich durch die breitere Interorbitaldistanz, durch das tuberculäre obere Augenlid und durch die an den Spitzen leicht angeschwollenen Finger und Zehen. Diese sind $^3/_4$ oder ganz behäutet. Die Rückseite des Körpers ist im Gegensatz zu *Tigrina* heller braun, mit schwarzen Flecken, und die Schnauze und der Interorbitalraum ausgenommen, mit rundlichen bis länglichen Warzen besetzt. Meine beiden Exemplare sind bloss 3,5 und 4 cm lang; Duméril und Bibron finden solche in ausgewachsenem Zustande von 11—19 cm Länge; ich vermute deshalb, dass meine Formen noch jugendlich sind; sie zeigen auch eine Interorbitaldistanz, die bloss so breit wie das obere Augenlid ist und erst mit der Vollendung des Körperwachstums $1^1/_2$ mal so gross wird als dieses.

Fundort: Rawas in Residentie Palembang, Sumatra.

Boulenger führt sie an aus Ostindien und dem ostindischen Archipel.

Boettger vom Baramfluss (Borneo), Werner von Indragiri, Laut Tador, Oberlangkat, Battakerberge (Sumatra).

Von Moellendorf findet sie auf Manila und Mittelluzon.

Strubell auf Buitenzorg, Westjava.

Rana erythraea (Schleg.).

Hyla erythraea Schlegel, Abbildungen pl. 9, Fig. 3.
Hylarana erythraea, Tschudi, Batr. p. 78.
Limnodytes erythr. Dum. und Bibr. p. 511, pl. 88 f 1.
Günth Cat. p. 73. Rana erythr. Boul. Cat. p. 65.
Zoolog. Jahrb. XIII 1899—1900, p. 493.

Die ziemlich zugespitzte Schnauzenregion bildet mit den Seiten des deutlich abgesetzten Rostrums ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Schenkel bei kleinen Exemplaren 7 mm, bei grossen 9 mm lang ist und an dessen Seiten eine stark konkave Lorealregion ausgebildet ist. Noch in dieser liegen gegen die

Schnauzenspitze zu die Nasenlöcher und an deren unterem Rande ziehen bis zum Auge hin runde Drüsen, die ein vielfach durchbrochenes Band bilden. Was die Interorbitaldistanz betrifft, so ist sie nicht — wie Boulenger findet — immer so breit wie das obere Augenlid; denn bloss für vier Exemplare von elf fand sich diese Breite, dagegen in sechs Fällen war sie 1 mm grösser, in einem Falle aber 1 mm kleiner als das obere Augenlid. Das sehr deutliche Trommelfell ist gegenüber der Annahme Boulengers, dass dieses so gross wie das Auge sei, durchschnittlich 2 mm im Durchmesser kleiner als das Auge, und bloss bei einer Form beträgt der Augendurchmesser 4,5 mm, der Tympanaldurchmesser 3,5 mm; zum Vergleiche eignet sich deshalb besser als das ganze Auge das obere Lid, denn dieses ist durchweg gleich gross wie das Trommelfell. Die Zehen sind ganz behäutet und so wie die Finger terminal zu deutlichen Scheibchen angeschwollen, deren Diameter nie mehr als 2 mm beträgt. Charakteristisch sind zwei vom Auge längs den Flanken des Körpers zur Kloake ziehende dunkelbraune Hautdrüsen, die entweder ein kontinuierliches Band oder eine in mehrere, längliche Drüschen getrennte Hautfalte bilden; zwei länglich-ovale Drüsen erstrecken sich ebenfalls vom Mundwinkel nach der Schulterhöhle. Entgegen den Messungen Dum. und Bibr., die zwei jugendliche Individuen von 12 cm Rumpflänge verzeichnen, fanden sich bei meinen 11 Exemplaren weit kleinere Werte, nämlich für fünf 3 cm, für fünf 3,6 cm und für eines 4 cm Länge. Ein einziges Exemplar mit hellbrauner Rückenseite und ganz heller, ungefleckter Unterseite muss *Rana erythraea* sein, da der innere Metatarsalhöcker klein, der äussere undeutlich ist, ferner die hinteren Extremitäten keine dunklen Querstreifen zeigen.

Fundort: Benakat in der Residentie Palembang, Sumatra.
Boulenger führt sie aus dem ostindischen Archipel und der malayischen Halbinsel an.
Boettger fand sie am Baramfluss (Borneo) und in Bandjermassin, Südborneo; Werner zitiert sie aus Unterlankat und Indragiri (Sumatra)
Strubell zitiert sie aus Buitenzorg, Java.

Rana tytleri (Theob.) [Tafel I].

Hylorana tytleri Theobald, Cat. Rept. As. Soc. Mus. p. 84, Boul. Cat. pag. 65.

Dieser Spezies schreibe ich zehn Formen zu, welche von *Rana erythraea Blgr.* dadurch differieren, dass die braune Rückseite dunkelbraun gefleckt, die hellgelbe Unterseite mit Ausnahme des Bauches schwarz gesprenkelt und die Oberseite des Schenkels mit schwarzen Querstreifen besetzt ist; ferner neben einem kleinen, äusseren, ein deutlicher, innerer Metatarsalhöcker vorhanden. Da die äusserliche Betrachtung zur Bestimmung des Frosches zu unsichere Merkmale lieferte, liess ich ihn durch Röntgenstrahlen beleuchten. Die Tafel I zeigt neben einer zugespitzten Schnauze den knöchernen Sternumfortsatz und die schmalen, zylindrischen Sacralquerfortsätze. Drei von diesen Formen neigen aber zu *Rana erythraea Blgr.* da bloss ein kleiner, metatarsaler Innenhöcker und ein undeutlicher Aussenhöcker vorhanden; es möchten deshalb diese Formen als blosse Varietät der *Rana erythr.* zu betrachten sein.

Fundort: Benakat, Residentie Palembang, Sumatra.

Nach Boulenger in Birma und Bengalen.

Rana chalconota (Schleg.).

Hylachalconota, Schlegel Abbildungen Pl. 9 fig. 1.
Polypedates chalconot., Tschudi, Batr. pag. 76.
Limnodytes chalconot. Dum. und Bibr. p. 513.
Hylarana chalconot. Günth. Cat. p. 73.
Rana chalconot. Boul. Cat. p. 66. Zool. Jahrb. XIII 1899—1900, pag. 493.

Duméril findet diese Art *Rana erythraea* äusserst ähnlich, doch neben vielen, übereinstimmenden Merkmalen ist sie von dieser scharf zu trennen durch die grösseren Fingerscheiben, welche stets mehr als 2 mm im Durchmesser messen, nämlich 2,5 mm für den 1. und 2. Finger, 3 mm für den 3. und 4 mm ür den 4. Finger; also sind die beiden letzteren nicht — wie Boulenger es für seine Formen angibt — nur halb so gross wie das 4,5 mm im Durchmesser messende Trommelfell, sondern fast ebenso gross wie dieses. Ferner ist der braune Rücken mit

Rundwärzchen und den typischen, lateralen Drüsenbändern gleicher Farbe besetzt; für die Unterseite ist ein schmutziges Grauweiss bezeichnend. Während Dum. und Bibr. für seine Exemplare durchschnittlich 13,5 cm Länge findet, sind meine zwei bloss 5 und 5,5 cm gross.

Fundort: Palembang, Sumatra.

Nach Boulenger auf Java und Borneo gefunden.

Nach Werner auch in Simbolon, Rajaberge; Tongging am Tobasee und Laut. Tador.

Nach Strubell in Buitenzorg, Westjava.

nach von Fruhstorfer auch auf dem Tenggergebirge, 1200 m, Ostjava gefunden.

Gattung: **Rhacophorus**, Kuhl, Isis 1827.

Rhacophorus nigropalmatus Blgr. [Tafel II].

Ann. Mag. nat. Hist. (6) V. 16, p. 170, 1895.
Zool. Jahrb. XIII. Band, 1899—1900 Rept. Batr. Sum. p. 496. Tafel 34 Fig. 8.

Rhacophorus nigropalmatus unterscheidet sich in folgenden Merkmalen von dem nahe verwandten *Rhacophorus reinwardtii*: Die Schwimmhaut zwischen den beiden ersten Fingern reicht nicht nur bis zur Mitte des innern Fingers, sondern bis zur Saugscheibe desselben, die Hinterbeine sind länger als bei *Rhacophorus reinwardtii* und überragen ausgestreckt meist die Schnauzenspitze; ferner Unterarm und Fersenlappen stärker ausgebildet als bei *Rhac. reinw.*, jedoch Supraanallappen kaum merklich; grösser als *Rhac. reinw.*, 80 mm und mehr.

Die stark abgerundete Schnauze geht in ein deutliches Rostrum über, das gegen die stark hervortretenden Augen zu sich sehr verbreitert. Das Nasenloch ist — wie auch Boulenger angibt — bei allen elf bestimmten Formen der Schnauze näher gerückt als dem Auge, indem es 6 mm von dem Schnauzenende entfernt liegt, wenn dessen Entfernung vom Auge 15 mm beträgt. Bei sechs Exemplaren war die Interorbitaldistanz so breit wie das obere Augenlid; bei fünf betrug sie 8 mm auf 10 mm Breite des oberen Lides, in einem einzigen Falle fand ich sie wie auch Boulenger 3 mm breiter als dasselbe. Das deutliche Trommel-

fell beträgt $^2/_3$ des Augendurchmessers, nämlich 6 mm Trommelfell auf meist 9 mm Diameter. Charakteristisch sind die ganz behäuteten Finger und Zehen, deren Endglieder in zwei knöcherne Spitzen sich gabeln, die von einer Hautfalte umgeben sind. Die Scheiben der drei letzten Finger sind so gross wie das Trommelfell, dagegen die des vierten Fingers und der Zehen 2 mm kleiner als dieses; Boulenger fand dagegen bei seinen Formen alle Fingerscheiben so gross wie das Trommelfell. Nur die Schwimmhaut zwischen dem ersten und zweiten Finger ragt, nicht bis zur Saugscheibe, sondern bloss bis zur Mitte des ersten Fingers. Die Gelenkhöcker und die inneren Metatarsalhöcker sind sehr klein. Die hintere Extremität überragt, wenn ausgestreckt mit dem Tibiotarsalgelenk meist die Schnauzenspitze, was bei *Rhac. reinw.* nicht der Fall ist. Am Ellbogengelenk setzt eine halbmondförmige Hautfalte an, die am Carpalgelenk schmal wird und sich längs des vierten Fingers bis zu dessen Scheibe erstreckt; eine starke Hautsehne verbindet einwärts den Vorder- mit dem Hinterarm. Ein kleiner, halbmondförmiger Hautlappen ebenfalls um das Tibiotarsalgelenk; dieser ist von einer zweiten, schmäleren Hautfranse deutlich abgeseszt, die hinter besagtem Gelenk anhebt und längs dem Tarsus bis zum Ende der fünften Zehe reicht. Ausser dem mächtig entwickelten Vorderarm und Fersenlappen ein bei *Rhacophorus nigropalmatus* schwach entwikkelter Anallappen. Mit Ausnahme der grauen drei ersten Finger und vier ersten Zehen, sowie ihrer Scheiben und zwei weissen Flecken, die auf den Oberschenkeln in gleicher Distanz vom Ende des Coccyx liegen, ist die ganze Oberseite bei Alkoholexemplaren purpurbraun, ferner unregelmässig mit kleinen, weissen Flecken besetzt und fein tuberculär, bei lebenden Exemplaren nach Dr. Volz jedoch grasgrün. Der postsacrale Rückenteil, sowie die Hinterbeine sind von kleinen Pusteln unregelmässig besetzt. Die Unterseite ist lichtgelb und mit ziemlich groben, platten Wärzchen bestreut; die gelben Flanken sind schwarz geadert. Die gelben Schwimmhäute zwischen Finger und Zehen basal schwarz, am Rande schwarz und grau geadert. Alle Finger und Zehen, mit Ausnahme des äussersten Fingers und der äussersten Zehe, grauweiss; ebenso der Oberarm und der Vorderrand des Tarsus. Meine elf Exemplare sind alle grösser als die

von Boulenger und Werner, die 80 mm Totallänge finden; nämlich ein Exemplar 85 mm, vier 95 mm, vier weitere 100 mm und endlich zwei 105 mm lang. Die Tafel II zeigt deutlich den knöchernen Sternalfortsatz, die zylindrischen Sacralfortsätze und die dichotomen Phalangenenden.

Fundort: Boulenger findet ein einziges weibliches Exemplar am Akar River (Borneo).
Werner erwähnt sie ausser vom malayischen Archipel, auch in Laut Tador und der Landschaft Tandjong Kassan (Sumatra).
Meine Formen stammen von Benakat in der Residentie Palembang (Sumatra).

Familie: **Engystomatidæ.** Blgr. 1882.

Gattung: **Phrynella** Blgr. 1887.

Phrynella pulchra Blgr. [Tafel V, Fig. 1 u. 1a].

Ann. Mag. nat. Hist. V 19, 1887, p. 346, tab. 10 fig. 2.
Zool. Jahrb. XIII, 1899—1900 Rept. et Batr. Sumatras p. 496.

Die drei Exemplare sind *Callula obscura Günther* am ähnlichsten; während diese nun halb behäutete Zehen, wohl entwickelte Fingerscheiben und zwei Metatarsalhöcker besitzen, sind unsere Formen ausgezeichnet durch ganz behäutete Zehen, durch kleine, scharf abgestutzte Scheiben an den Fingern, durch einen einzigen, inneren Metatarsalhöcker und durch verschiedene Rückenzeichnung; diese beträchtlichen Divergenzen veranlassten Boulenger wahrscheinlich *Phrynella pulchra* von *Callula obscura* abzutrennen.

Der etwas abgeplattete Kopf ist 12 mm lang und 17 mm breit und setzt an mit einer kurzen, abgestutzten Schnauze, die nach hinten undeutlich abgesetzt ist; ihre Länge beträgt nur 4 mm auf 3 mm Augendurchmesser; ihre Seiten, durch die Lorealregion gebildet, sind vertikal, ganz schwach konkav. Die Interorbitaldistanz ist breiter — nicht aber, wie Boulenger für seine Exemplare findet, nahezu zweimal so breit — als das obere Augenlid; nämlich 3,5 mm breit auf 2,5 mm Lidbreite. Das

schwach angedeutete Trommelfell ist im Durchmesser bloss so gross wie das obere Augenlid. Die grosse Zunge, die 7 mm lang und 4,5 mm breit ist, hat eine ellipsoidisch herzförmige Gestalt; hinten leicht eingekerbt, ist sie unterseits am Boden der Mundhöhle befestigt; frei ist nur der hintere Teil und die seitlichen Ränder, sie erfüllt, wie Tafel V, Fig. 1[a] zeigt, die ganze Mundhöhle. Die Vomerzähne werden ersetzt durch eine unbezahnte, grosse Hautfalte, welche quer über die Palatina hinzieht, innen die Augenbulben etwas überdeckt und leicht sich abheben lässt; diese Hautfalte wird von Boulenger bei der Beschreibung der Spezies nicht erwähnt. Die stark abgeplatteten Phalangenenden bilden T-förmige Fortsätze, die an den Fingern von scharf abgestutzten, an den Zehen von unscheinbaren Hautscheibchen umgeben sind. Die subartikulären Höcker sind gut ausgebildet und platt, die total behäuteten Zehen tragen einen schwachen, längsovalen Innenhöcker am Metatarsalgelenk. Das Tibiotarsalgelenk erreicht bei ausgestreckter Extremität gerade den Hinterrand des Auges. Die Haut ist glatt, nur auf Kopf und Rücken kleine, weissliche Rundwarzen vorhanden, eine Hautfalte reicht vom Auge am Hinterende des Tympanums hinziehend bis zur Achselhöhle, ihre Fortsetzung sind zwei schlaffe, hohle Hautsäcke, die längs den Körperflanken bis zu den Oberschenkeln hingehen.

Die Körperoberseite ist, wie Tafel V, Fig. 1 zeigt, schön gezeichnet: auf braunem Untergrunde stehen blattartig, ovale, dreieckige schwarze Flecke, zentral etwas graulich, peripher bei lebenden Exemplaren von rosafarbenen Linien eingefasst; zwei fleischrote Linien jederseits weiss gerändert, gehen divergierend in Zickzacklinie und an die Körperflanken Anastomosen abgebend vom Augenlide zum Oberschenkel hin, ein fleischrotes Querband verbindet vorne die Augen, blassrote Querstreifen ebenso auf dem Oberarm, in der Beckengegend und auf den hinteren Extremitäten. Die Bauchseite mit Ausnahme der braun besprenkelten Kehlgegend und der braunen Unterseite des Tarsus und der Phalangen ist gelblich und fein gekörnelt. Afteröffnung in der Mitte eines schwarzbraunen Fleckens, der von dem braunen Rücken getrennt wird durch einen gelben Streifen, der auf den Unterschenkeln beiderseits sich hinzieht. Während Boulengers

Exemplare 3,9 cm Länge hatten, massen zwei meiner Formen bloss 3,2 cm, eine 3,4 cm.

Fundort: Boulenger findet sie zuerst in der Umgebung von **Malakka.**

Werner erhielt sie von Unterlangkat (Beloe Telang) Zentralsumatra.

Meine Formen sind von Benakat in der Residentie Palembang, Ostsumatra.

II. Serie: Arcifera Blgr.

Familie: **Bufonidæ.** Blgr. 1882.

Gattung: **Bufo.** Laur.

Bufo studeri n. sp. [Tafel V, Fig. 2].

Gedrungener Körper mit spitzer Schnauze. Zehen nicht ganz, aber mehr als halb behäutet und lang; Finger- und Zehenenden meist etwas angeschwollen, nur zuweilen an den Fingerendgliedern mehr zugespitzt. Das Tibiotarsalgelenk erreicht bei ausgestreckter Extremität bloss den Hinterrand des Trommelfells.

Die Art steht *Bufo pulcher* Blgr. am nächsten, differiert aber von dieser durch die gedrungene Körperform, die spitze Schnauze, die mehr als halb behäuteten, langen Zehen, die kürzere hintere Extremität und durch die Färbung: *während Bufo pulcher* einen schwarzen Rücken mit grauem Kopfe und grauer, dorsaler Mittellinie hat und nur in der vorderen Hälfte mit feinen Warzen bedeckt ist, *besitzt diese neue Spezies:* eine hellbraune Oberseite, deren unterer Teil bloss unregelmässig mit schwarzen Flecken bestreut und deren ganze Fläche mit weissen oder hellbraunen, punktförmigen Wärzchen besetzt ist. Diese Differenzen schienen mir genügend, um eine neue Spezies aufzustellen.

Mit *Bufo pulcher* gemeinsam hat sie die kurze Schnauze, die in einem stumpfen Winkel in das Rostrum übergeht, die vertikale Lorealregion, die breite Interorbitalgegend, die schlanken Finger, die zwei nicht stark hervortretenden Metatarsalhöcker und das Fehlen der Ohrdrüsen und Trasalfalten.

Die Körperform ist eine gedrungene, da der Körper halb so breit wie lang ist: indem das grösste Exemplar 40 mm lang und 22 mm breit, die drei kleineren 35 mm lang und 20 mm breit waren. Der leistenlose Kopf setzt sich in eine bloss 5 mm kurze, mehr oder weniger zugespitzte Schnauze fort, die nach hinten in einem stumpfen Winkel in das Rostrum übergeht. Die Nasenlöcher liegen nicht wie gewöhnlich in der schwach konkaven, vertikalen Lorealregion, sondern markieren genau die Stelle, wo das Schnauzenende in das Rostrum umbiegt. Die flache Interorbitalgegend ist 1 mm breiter als das obere Augenlid, nämlich 4 mm gross; das deutliche Trommelfell misst 3 mm im Durchmesser und ist somit gleich gross wie das obere Lid. Die Choanen sind ziemlich weit oval und unmittelbar vor den Augenhöhlen gelegen, welche durch eine grosse Hautfalte verbunden werden, welche die Sphenoidalregion bedeckt und leicht abhebbar ist. Die schlanken Finger sind besonders an der vierten Phalange endwärts in zwei Exemplaren spitz, in den beiden anderen schwach angeschwollen; die Zehenenden etwas angeschwollen. Der erste Finger stets etwas kürzer als der zweite, der vierte halb so gross wie der dritte. An der Basis der drei letzten Finger ein kräftiger, eiförmiger und an derjenigen des ersten Fingers ein kleiner, ovaler Carpalhöcker; ebenfalls ein innerer länglicher und ein schwacher äusserer Metatarsalhöcker vorhanden. Keine Tarsalfalte. Was die Behäutung anbetrifft, sind nur die zwei ersten Zehen ganz behäutet, die übrigen mehr als halb behäutet, indem bei den vier Kröten auf 11 mm Länge der vierten Zehe 7 mm Schwimmhaut kam. Bei Streckung der hinteren Extremität erreicht das Tibiotarsalgelenk bloss den Hinterrand des Trommelfells. Die fehlenden Ohrdrüsen werden wahrscheinlich ersetzt durch die zwei drüsigen Hautfalten, die, aussen durch einen schwarzen Streifen begrenzt, vom hinteren Augenrande bis zum Oberschenkel hinziehen; die schwarzen Streifen setzen sich über dem Auge fort und vereinigen sich längs des Rostrums hinziehend an der Schnauzenspitze. Eine schwache Hautfalte krümmt sich vom Auge über den Hinterrand des Tympanums bis zum Oberarm.

Die hellbraune Rückenseite besonders auf dem Rumpf, den Ober- und Unterschenkeln mit rundlichen oder ovalen, schwarzen

Flecken unregelmässig bedeckt und ganz mit kleinen, braunen oder weisslichen Rundwarzen bestreut. Die gelbliche Unterseite ist in der Kopf-, Bauch- und Oberschenkelregion mit körnigen Wärzchen versehen. Die Fig. 2 Tafel V zeigt die Form des Körpers und der Schnauze, die schlanken Finger und Zehen, sowie Färbung und Verteilung der Wärzchen auf dem Rücken und den Schenkeln.

Fundort: Palembang, Sumatra.

Bufo asper Gravenhagen. [Tafel III.]

Gravenhagen. Delic. p. 58. Tschudi, Batr. p. 88; Dum. und Bibr. p. 668. Günth. Cat. p. 62. Boul. Cat. p. 313. Zool. Jahrb. XIII, 1899—1900 pag. 417. Abhdlgen. der Senkenberg'schen Naturf. Ges. XXV. Band. Rept. und Batr. v. Boettger p. 395.

Ausser der Parietalleiste alle Knochenleisten auf dem Kopfe gut ausgeprägt: nämlich eine breite, rostrale, welche das vom runden Schnauzende im stumpfen Winkel gegen das Auge umbiegende Rostrum begrenzt, ferner eine supraorbitale und eine dicke, orbito-tympanale, die warzenbesetzt den Zwischenraum zwischen Auge und der deutlichen Ohrdrüse einnimmt. Das Tympanum ist oft nur halb sichtbar und misst weniger als $^1/_3$ des Augapfels, nämlich 5 mm im Durchmesser. Die Interorbitalgegend ist kleiner als das obere Augenlid und nicht grösser, wie es Boulenger für seine Formen findet, nämlich entweder 6 mm breit auf 9 mm Augenlid oder 9 mm auf 12 mm.

Metacarpal-, Metatarsal- und Gelenkhöcker gut ausgeprägt: Der innere Metacarpalhöcker ist längsoval, der äussere liegt auf den Basen der drei ersten Metacarpalien und ist birnförmig; die Gelenkhöcker sind kugelig, die des Fusses kleiner als die der Hand. Die äusseren Metatarsalhöcker sind klein-oval, die inneren grösser, länglich bohnenförmig. Die ganz behäuteten Zehen sind terminal kugelig angeschwollen. Die ausgestreckte, hintere Extremität erreicht mit dem Tarsometatarsalgelenk nicht wie Boulenger findet die Schnauzenspitze, sondern höchstens die Nasenlöcher; eine schwache Tarsalfalte ist vorhanden.

Der ganze Körper ist von mannigfaltigen Drüsen übersät: zunächst sitzen konische Drüsen auf der Orbitotympanalleiste;

deutlich von dieser abgesetzt und unmittelbar an sie grenzend, liegen die subtriangulären, von Warzenporen durchsetzten Ohrdrüsen. Diese setzen sich als zwei laterale, warzenbesetzte Hautfalten längs des Körpers bis zum Oberschenkel fort; auch die ganze Bauchfläche ist, mit Ausnahme des Unterschenkels, des Tarsus und der Unterlippe, mit kleinen Warzen besetzt und lichtbraun gefärbt. Die dunkelbraune Rückenhaut ist am ganzen Rumpfe eng mit Hautknochen verwachsen und besitzt median eine Furche, die 18 - 35 mm lang ist und nach Dum. und Bibr. um so tiefer ist, je älter das Tier. Während diese Autoren für ihre Kröten eine Länge von 27 cm angeben, finde ich für meine beiden Exemplare Beträge von 8 und 12 cm.

Die Tafel III zeigt Schnauzen und Körperform, die knöchernen Coracoidea, die median nicht durch ein knöchernes Sternum zusammengehalten werden, und die stark verbreiterten Sacralfortsätze.

Fundort: Oberer Batang hari Leko in Residentie Palembang.

Prof. Mösch und Yverson finden die Kröte im Distrikte Deli auf Nordwestsumatra.

Boulenger auf dem ostindischen Archipel und in Ostindien.

Werner zitiert ihn aus Oberlangkat und dem Tobasee (Zentralsumatra), Boettger findet ihn auf dem Berge Dulit (Nord Borneo).

Konsul Jakobson findet 2 Weibchen in Samarang, Java.

Bufo claviger Peters. [Tafel IV Fig. 1.]

Peters Mon. Berl. Ac. 1863 p. 405; Boul. Cat. pag. 311.

Diese Spezies unterscheidet sich von der ganz ähnlichen *Bufo biporcatus* Günther durch besser entwickelte Kopfleisten; die rostralen Knochenleisten konvergieren nicht gegen die Schnauzenspitze, sondern divergieren anfänglich, treten aber dann an der Schnauzenspitze zusammen und vereinigen sich in einem Kiel. Das Trommelfell ist nicht so breit wie das Auge, sondern kaum $^2/_3$ so gross.

Gemeinsam mit *Bufo biporcatus* haben sie die spitze Schnauze mit deutlicher Rostralgegend, die supraorbitalen, parietalen und orbitotympanalen Knochenleisten, die breite Interorbitaldistanz, die Rückenfärbung und die nämliche Verteilung der dorsalen Warzen.

Die spitze, 5 mm lange Schnauze ist deutlich begrenzt durch zwei rostrale Knochenleisten, die anfänglich auseinander gehen, dann aber im stumpfen Winkel nach der Schnauzenspitze umbiegen, wo sie sich in einem scharfen, nach dem Oberkiefer zulaufenden, charakteristischen Kiel vereinigen. Über dem obern Augenlide eine deutliche, supraorbitale Leiste, die mit einer parietalen eine mehr oder weniger gerade Linie bildet. Zwischen Auge und Tympanum eine kurze, orbitotympanale Leiste. Das Trommelfell ist stets kleiner als das Auge, nämlich bei einem Exemplar 3 mm auf 4,5 mm, beim andern 2 mm auf 3,5 mm, also kaum $^2/_3$ so breit wie das Auge. Die Interorbitaldistanz stets 1 mm breiter als das obere Augenlid, nämlich 4,5 mm auf 3,5 mm oder 3,5 mm auf 2,5 mm. Der erste Finger reicht stets über den zweiten hinaus; Metacarpal- und Metatarsalhöcker gut entwickelt. Die Zehen sind wenigstens $^2/_3$ behäutet: ich fand auf 12 mm Länge der vierten Zehe 8 mm Schwimmhaut oder auf 8 mm Zehe 5 mm Haut; Boulengers Formen erreichen bei ausgestreckter, hinterer Extremität mit dem Tarsometatarsalgelenk das Trommelfell, mein kleineres Exemplar den vorderen Augenrand, das grössere die Schnauzenspitze. Unter der Orbitotympanalleiste liegen zwei 1—2 cm grosse, längliche oder birnförmige Ohrdrüsen, die in zwei aus mehreren Drüsenkomplexen bestehenden Bändern nach dem Oberschenkel hinziehen.

Die dunkelbraune Rückseite ist total mit grossen schwarzen konischen Warzen, die Extremitäten und Körperflanken dagegen mit kleinen, körnigen Warzen bestreut; die hellbraune Bauchseite ist mit Ausnahme der Oberschenkel und der Kehlgegend schwarz besprenkelt und, die letztere ausgenommen, feingekörnelt. Das eine Exemplar ist 4 cm, das andere 2,5 cm lang; beide neigen dadurch zu *Bufo biporcatus*, dass sie nicht, wie Boulenger für seine Exemplare fand, keulenförmig angeschwollene Kopfleisten besitzen. Die Tafel IV Fig. 1 zeigt die Form der Schnauze, den

ersten Finger, der länger ist als der zweite, und die breiten, schaufelförmigen Sacralfortsätze.

Fundort: Benakat in der Residentie Palembang.
Boulenger gibt Sumatra an.

Gattung: **Nectes.** Cope 1865.

Nectes sumatranus Wern. [Tafel V Fig. 2.]

Zool. Jahrb. XIII, 1899—1900, p. 496 u. Fig. 9 T. 35.

Nectes sumatranus unterscheidet sich von der ganz nahe verwandten *Nectes subasper Tschudi:* durch längere Finger, deren Basis nur eine Schwimmhaut besitzt; der Oberschenkel ragt soweit aus der Rumpfhaut hervor wie bei anderen Bufoniden Sumatras; beide Extremitätenpaare kräftiger gebaut, Warzen auf dem Rücken ziemlich stark konvex und fast glatt, nicht rauh.

Die Körperform ist eine gedrungene, da seine Länge 4,5 cm, die grösste Breite 2,8 cm beträgt. Am Ende des kleinen Kopfes die schief abgestutzte, stumpfe Schnauze mit endständigen, tränenförmigen Nasenlöchern, die aufwärts gerichtet und bloss $1^1/_2$ mm von einander entfernt sind. Das Rostrum ist undeutlich abgesetzt und geht seitlich nach und nach in die vertikale Lorealregion über. Das Trommelfell ist nicht — wie bei Boul. Formen — $^3/_4$, sondern nur $^1/_2$ mal so breit, wie das Auge; nämlich es kommt 3 mm Tympanum auf 6 mm Augendurchmesser. Die Finger und Zehen sind zugespitzt; jene basal bloss, diese total behäutet. An meinem Exemplar ist keine Tarsalfalte zu finden; ferner reicht die ausgestreckte Extremität mit dem Tarsometatarsalgelenk nur bis zum Mundwinkel und nicht bis zum Schnauzenende, wie Boul. es für seine Exemplare angibt. Zwei drüsige Hautfalten ziehen sich von einem Punkte, der 5 mm unter dem Trommelfell liegt, längs den Körperflanken bis zum Oberschenkel hin. Die ganze dunkelbraune Rückenseite ist mit bis zu 1 cm im Durchmesser messenden glatten Rundwarzen besetzt; die hellbraune Unterseite mit Ausnahme des Kopfes mehr oder weniger fein gekörnelt. Die Tafel V Fig. 2 zeigt die gedrungene Körperform, die abgestutzte Schnauze und die verbreiterten Sacralfortsätze.

Fundort: Palembang, Sumatra.

Werner findet 2 Exemplare im Urwald Djapura, Sumatra.

Familie: **Pelobatidæ.** Blgr. 1882.

Gattung: **Leptobrachium.** Tschudi.

Leptobrachium hasseltii Tschudi.

Tschudi, Batr. p. 81; Günther, Cat. p. 36; Boul. Cat. p. 441.

Der Kopf ist breiter als lang, nämlich 3,5 cm breit und 3 cm lang und mit einer runden Schnauze versehen, die in zwei scharf Lorealregion und Rostrum trennende Leisten sich fortsetzt. Diese divergieren so stark, dass die Interorbitalgegend 2 mm breiter ist als das obere Augenlid, nämlich 9 mm auf 7 mm Lid; oft schwach gewölbt. Die stark konkave Lorealregion trägt gegen das Schnauzenende zu die länglichen Nasenlöcher; das kleine, ziemlich deutliche Trommelfell wird durch eine vom Auge nach der Achselhöhle zugehende Hautkurve umgrenzt. Die nur vorne fixierte, grosse Zunge hat eine verkehrt birnförmige Gestalt und ist hinten schwach eingekerbt; 20 mm lang und 16 mm breit erfüllt sie die ganze Mundhöhle. Finger und Zehen sind ziemlich spitz und schlank. Die Metacarpalhöcker imponieren als zwei schwarze, runde Tuberkeln, der eine an der Basis des ersten, der andere an derjenigen des dritten und vierten Fingers gelegen. Ganz schwach entwickelt ist ein innerer, länglicher Metatarsalhöcker; die Metatarsalien der vierten und fünften Zehen sind besonders eng verwachsen. Während Boulenger für seine Formen nur basal behäutete Zehen findet, mass ich auf 18 mm Länge der vierten Zehe 10 mm Schwimmhaut, also mehr als halb behäutete Zehen. Die hintere Extremität ist kurz, indem sie ausgestreckt kaum mit dem Tibiotarsalgelenk den Mundwinkel erreicht.

Die Rückenseite ist dunkelbraun gefärbt mit queren, schwarzen Streifen auf Oberarm, Ober- und Unterschenkel; die Bauchseite graulich mit schwarzen Flecken auf den Flanken und dem Unterleibe. Die Haut ist ganz glatt mit Ausnahme der feinge-

körnelten Unterseite des Oberschenkels und des Unterleibs. Körperlänge beträgt 6,5 cm.

Fundort: Palembang, Sumatra.

Boulenger gibt Pepu, Birma und Java an.

Prof. Mösch und Yverson findet sie in Deli, Nordwestsumatra, Fruhstorfer zwei erwachsene Exemplare auf dem Tenggergebirge 1200 m, Ostjava.

Gattung: **Megalophrys,** Kuhl.

Megalophrys nasuta (Schleg.).

Ceratophryne nasuta, Schlegel, Handb. Dierk. p. 57, pl. 4, f. 72.
Ceratophryne nasuta Günth. Cat. p. 36.
Boul. Cat. pag. 443. Zool. Jahrb. XIII, 1899—1900, pag. 498.

Der stark zusammengedrückte Kopf ist doppelt so breit wie lang, nämlich 7 cm breit und 3,5 cm lang und beginnt mit einer kurzen Schnauze, die an ihrem Ende von einem dreieckigen Hautzipfel überragt wird und sich nach hinten in stumpfem Winkel in das deutliche Rostrum fortsetzt, das in einer konkav verlaufenden Knochenkante die stark konkave, schwarze Lorealregion begrenzt und nach dem Auge sich hinzieht. Das Rostrum eine supraorbitale Leiste bildend zieht sich hinter dem Auge etwas divergierend bis zum Oberrand des undeutlichen Trommelfells hin, wo es in einer längs den Körperflanken laufenden drüsigen Hautfalte ausläuft. Die vorne in der Lorealregion unmittelbar hinter dem Nasenzipfel liegenden Nasenlöcher sind halbmondförmig gebogen, 3 mm lang. Der leicht gehöhlte Interorbitalraum ist 16 mm breit, während das Auge von einem spitzen, triangulären Hautzipfel überdeckt nur halb so breit ist; dieser stellt das in eine Spitze ausgezogene obere Augenlid dar. Die Zunge ist beinahe kreisförmig, indem sie 26 mm Länge und 23 mm Breite hat, hinten frei und schwach eingekerbt, ist sie vorne in der Mundhöhle fixiert. Die Mundspalte ist ausgedehnt und bildet einen Halbkreis, dessen Umfang 9 cm beträgt. Die Finger und Zehen sind stumpf, letztere nicht ganz halb behäutet, indem die 32 mm lange, vierte Zehe 15 mm Schwimmhaut besitzt; Bou-

lenger fand für seine Formen basal behäutete Zehen. Das Tibiotarsalgelenk erreicht bei ausgestreckter Extremität das Auge.

Die Haut ist glatt mit Ausnahme der oberen Augenlider, der Körperflanken und des Unterleibs, Stellen, die mit konischen Warzen besetzt sind; sie ist mit dorsalen Knochenplatten eng verwachsen und bildet so einen kräftigen Rückenpanzer. Die beiden weit hintenliegenden Mundwinkel werden durch eine quere über den Nacken laufende Hautfalte verbunden. Von dieser ziehen einwärts der bereits angeführten Seitenfalten ein Paar dorsaler Drüsenfalten, die bräunlich gerändert sind, nach dem Coccyx.

Die hellbraune Rückenseite zeigt zwischen den Augen einen Y-förmigen, schwarzen Streifen, ferner schwarze Flecken auf dem oberen Augenlide und den Körperflanken, die Extremitäten sind ebenfalls schwarz gestreift. Die hellbraune Unterseite ist mit Ausnahme des dunkelbraunen Kopfteils mit unregelmässig angeordneten, schwarzen Flecken besprengt. Länge des Tiers 11 cm.

Fundort: Benakat in Lematang, Residentie Palembang.

Boulenger gibt Sumatra, Matang, Sarawak und Pinang an.

Prof. Mösch und Yverson finden 1890 Exemplare in Deli, Nordwestsumatra, ebendaselbst auch Fr. Beyschlag.

Werner zitiert ihn aus Oberlangkat, Serdang, Simbolon, Rajaberge (Zentral-Sumatra).

Aus diesen systematischen Angaben resultiert, dass nicht nur, wie Werner in seiner Arbeit über die Reptilien und Batrachier Sumatras angibt, 30 Arten Batrachia Salientia auf Sumatra vorkommen, sondern 33, nämlich neu:

Rana Tytleri Theob.
Bufo Studeri n. sp.
Leptobrachium hasseltii Tschud.

2. Einiges zur Anatomie und Entwicklung des Rhacophorus nigropalmatus.

Nach Tschudi wird die Gattung *Rhacophorus* zuerst 1827 in der Zeitschrift Isis durch Schlegel aus Boies Papieren

erwähnt. Wenige Jahre später hat sie Wagler in «seinem natürlichen System der Amphibien, Stuttgart 1828–1832» als *Hypsiboas* unter die *Ichthyodea ecaudata* eingereiht und eine so allgemeine Diagnose des Genus gegeben, dass sie auch auf *Rhacophorus* passt. Tschudi trennt daher auf Grund der Differenzen im Zahnbau, des Auftretens von Hautanhängen am Tarsus, einer hinten stark gabelig geteilten Zunge und von Schwimmhäuten an den drei äusseren Zehen *Rhacophorus* von *Hypsiboas*. Er betont in seiner «Klassifikation der Batrachier 1837» folgende Merkmale des *Rhacophorus*. den er den *Hylae* zuteilt, besonders: Gaumenzähne auf einer median durchbrochenen Querleiste stehend, Zunge hinten zweispaltig, hintere Extremitäten viermal länger als die vorderen, alle Finger am Ende in Scheiben erweitert, die drei äusseren ganz behäutet; Hautlappen längs den Tarsen und den Körperflanken, Tympanum verborgen. Zum erstenmale wird an der Stelle *Rhacophorus reinwardtii* (*Boie*) mit *Rhacophorus margaritiferus Schlegel* genannt. Ein lebendes Exemplar der ersteren hat Schlegel zum erstenmale unter dem Namen *Hyla reinwardtii* in seinen Abbildungen pag. 105, pl. 30, Fig. 1, 2 und 4 wiedergegeben. Eine bedeutend genauere Beschreibung der Spezies geben in «ihrer allgemeinen Erpetologie Duméril und Bibron 1841»; neben Angaben der Körpermasse und Färbungen ist eine in etwas stark lebhaften Farben gehaltene Abbildung vorhanden; jedenfalls waren diese Aufzeichnungen, auf zuverlässige Beobachtungen gegründet, für spätere Bearbeiter wertvoll. Cope reiht in «seinem Batrachiersystem 1864» zum erstenmale *Rhacophorus* mit *Chiromantis*, *Polypedates* und *Theloderma* als eigene Gruppe unter die *Ranidae* auf Grund des Vorhandenseins eines knöchernen Sternums und eines Episternums. Endlich schlägt Hofmann in dem erweiterten Güntherschen System 1873, Hofmann Bronns Klassen und Ordnungen der Amphibien Band VI pag. 648, *Rhacophorus* zu den *Hylinae* in die Unterfamilie der *Polypedatidae*, weil Finger und Zehe mit Haftscheiben versehen sind, Maxillarzähne vorhanden und gut entwickelte Gehörorgane. Die Charakteristik bringt gegenüber Duméril und Bibron nichts neues, erwähnt aber bereits fünf Spezies. Boulenger hat sein System nach dem von Cope umgearbeitet und *Rhacophorus reinwardtii* (*Boie*) zu den *Ranidae* ge-

stellt. Erst 1895 wird in den Ann. Mag. Hist. V, 16 p. 170 *Rhac. nigropalmatus Blgr.* als neue Spezies von dem nahe verwandten *Rhacophorus reinwardtii* getrennt, hauptsächlich wegen Differenzen in der Fingerbehäutung und der Länge der hinteren Extremitäten.

Sein Name — der Lumpenträger — verdankt *Rhacophorus* dem Vorhandensein von Hautanhängen am Vorderarm und am Tarsus und von mächtigen Membranen, welche Finger und Zehen verbinden. Diese dienen dem auf Bäumen lebenden Frosche, wie wir später sehen werden, als Fallschirm. Wallace berichtet in seinem Buche über den malayischen Archipel pag. 54: «dass ein chinesischer Arbeiter den Frosch in querer Richtung einen hohen Baum gleichsam fliegend herunterkommen gesehen hätte»; er lässt sich herabfallen, dabei die Häute zwischen den Phalangen ausdehnend, deren Oberfläche eine bedeutende ist; bei ihrer Berechnung fand ich bei Rh. *nigropalmatus* durchweg grössere Zahlen als Wallace bei Rh. *reinwardtii;* die Oberfläche der Phalangen samt den Häuten der beiden hinteren Extremitäten beträgt ungefähr 45 cm^2, die der vorderen bloss 21 cm^2, also total 66 cm^2, während die Körperoberfläche bloss 56 cm^2 gross ist. Aus diesem Verhältnis kann man ersehen, welche Ausdehnung die Spannhäute der Phalangen erreichen können. Wallace macht nun die Bemerkung, dass der Körper sich beträchtlich aufblähen könne: nun finden sich längs den Flanken des Körpers zwei hohle Hautsäcke, in die hinein die beim Herabfallenlassen aufgeblähten Lungen wahrscheinlich hineindrängen, die auf diese Weise wieder die Oberfläche des Körpers vergrössern und der Luft beim Sinken mehr Widerstand entgegensetzen. Ausser den Spannhäuten an den Phalangen mit den terminalen Scheiben tragen zur Oberflächenvergrösserung bei: der Hautlappen am Tibiotarsus und eine Hautfalte, die vom Ellbogengelenk längs des Vorderarms bis zum Ende des vierten Fingers hinzieht, ferner eine sehnige Haut, welche die Mitte des Vorderarms mit derjenigen des Oberarms so verbindet, dass diese beiden Glieder nicht ausgestreckt werden können, sondern stets einen beinahe rechten Winkel zusammen bilden. Diese Haut kann als ein Patagium oder eine Flughaut aufge-

	Rana esculenta	*Rhacophorus nigropalmatus*
Embryo, Länge	9000 μ	5800 μ
» *Querdurchmesser* .	1000 μ	900 μ
Dotter, Länge	5000 μ	2900 μ
» *Querdurchmesser* .	1500 μ	2250 μ

Dieses grosse im Darm eingeschlossene Dottermaterial — siehe Fig. 3b Tafel VI — erlaubt dem Embryo des *Rhacophorus* eine raschere Entwicklung ohne äussere Nahrungszufuhr als bei dem von *Rana*, der auch behufs eigener Ernährung früher frei wird. In diesem Stadium ist am Scheitel ausser den beiden Augen, den Gehörblasen und den Gehirnwülsten (siehe Fig. 3b Tafel VI) ein Mund mit kleinen Hornkiefern vorhanden, ferner darunter zwei Kaugnäpfe, die aber wie auch der After funktionslos sind. Der Siemenapparat besteht aus fünf Kiemenspalten, deren obere drei im etwas vorgerückteren Stadium Austrittsstellen von Spalten bilden, die mit drei Ausstülpungen des Schlundes kommunizieren und also Anlagen innerer Kiemen sind (siehe Fig. 3a und 3b Tafel VI) die zwei hintern Spalten verkümmern wahrscheinlich. Da ich nun keine äusseren Kiemenhöcker finden konnte, die auf äussere Kiemen deuten würden, sondern stets mit dem Schlunde kommunizierende Spalten, so scheint der Frosch dadurch, dass er das Stadium der äusseren Kiemen überspringt, eine abgekürzte Entwicklung durchzumachen.

Zusammenfassend ergibt sich, dass infolge seines überwiegenden Dottermaterials Rhacophorus nigropalmatus Blgr. länger als Rana esculenta in unfreiem Zustande zu leben befähigt ist und wahrscheinlich in einem höher entwickelten Stadium als Rana esculenta zur freien, selbständig sich ernährenden Larve wird.

Literaturverzeichnis.

O. Boettger, Katalog der Batrachiersammlung im Museum der Senckenbergischen naturforsch. Gesellschaft, Frankfurt a. M. 1892.

O. Boettger, Reptilien und Batrachier, in den Abhandlungen der Senckenbergischen naturforsch. Gesellschaft, XXV. Band, zweites Heft, Frankfurt a. M. 1901.

G. A. Boulenger, Catalogue of the Batrachia salientia in the collection of British Museum, London 1882.

G. A. Boulenger, On new Batrachians from Malacca, in the Annals and Magazine of Natural History Vol. XIX, London 1887.

G. A. Boulenger, Lists of the Reptils and Batrachians and freshwaterfishes collected by Prof. Moesch and Mr. Yverson in the district Deli, Sumatra, in Proceedings of the zoological Society of London for 1890.

G. A. Boulenger, Descriptions of Four new Batrachians discovered by Mr. Charles Hose in Borneo, in the Annals and Mag. of Natural History Vol. XVI, London 1895.

Daudin, Histoire naturelle des Rainettes, Paris 1802.

Duméril et Bibron, Erpétologie générale des Reptiles — Tome 8, Paris 1841 avec Planches, Paris 1854.

Goette, Entwicklungsgeschichte der Unke mit Atlas — Leipzig 1875.

C. K. Hofmann, Bronn's Klassen und Ordnungen des Tierreichs — Band VI Amphibien. Leipzig-Heidelberg 1873—1878.

Horst, On new and little known Frogs from the Malayan Archipelago, in Notes of the Leyden Museum, Vol. V—VI, Note XXIII.

Ikeda, Notes on the Breeding Habit and Development of Rhacophorus Schlegelii in the «Annotationes zoologicæ japonenses, Tokyo 1897» Vol. I Pars III.

J. J. Tschudi, Classification der Batrachier, Paris 1837 dans les Mémoires de la Société des Sciences nat. de Neuchâtel. Vol. I et II.

A. R. Wallace, Der malayische Archipel, 1. Band, Braunschweig 1869.

Fr. Werner, Reptilien und Batrachier aus Sumatra, gesammelt von Herrn G. Schneider im Jahre 1897—1898, in den Zool. Jahrb. Band XIII. 1899—1900. Jena 1900.

Erklärungen zu den Tafeln.

Tafel I. Ventralansicht von *Rana tytleri* (*Theob.*) mit ziemlich zugespitzter Schnauze, schmalen Sacralfortsätzen und knöchernem Sternumfortsatz.

Tafel II. Dorsalseite von *Rhacophorus nigropalmatus Blgr.* mit zylindrischen Sacralfortsätzen, knöchernem Sternalfortsatz und dichotomen Phalangenenden.

Tafel III. Ventralansicht von *Bufo asper Gravenh.*: gedrungene Körperform, stumpfe Schnauze, stark verbreiterte Sacralfortsätze.

Tafel IV, Fig. 1. Ventralansicht von *Bufo claviger Peters.* mit spitzer Schnauze, schaufelförmigen Sacralfortsätzen, erster Finger etwas länger als zweiter.

Fig. 2. Ventralansicht von *Nectes sumatranus* (*Tschudi*) mit gedrungener Körperform, abgestutzter Schnauze und schaufelförmigen Sacralfortsätzen.

Tafel V, Fig. 1. Rückseite von *Phrynella pulchra Blgr.* mit charakteristischen Zeichnungen 1½ Vergr.

Fig. 1a. Zunge derselben: herzförmig, hinten leicht gekerbt, ganze Mundhöhle einnehmend.

Fig. 2. Rückseite von *Bufo studeri* n. sp. mit gedrungener Körperform, spitzer Schnauze, schlanken Fingern und Zehen. Punktierung und Warzen des Rückens und der Schenkel. Doppelte Vergr.

Fig. 3. Mundhöhle mit umgekehrt birnförmiger, hinten zweilappiger, warzenbesetzter Zunge von *Rhacophorus nigropalmatus Blgr.*

Fig. 4a. Schädel des *Rhacophorus nigropalm. Blgr.*, von unten gesehen mit fast quadratischer Form, breites Spheneth-moid. Gerade Leisten, auf dem feingekerbte Vomerzähne stehen.

Fig. 4b. Schädel desselben von oben gesehen, breiter Hirnschädel indem breites Sphenethmoid und breiter Gesichtsschädel in Jugulargegend.

Tafel VI, Fig. 1a. Gastrula von *Rhacophorus nigropalmatus Blgr.*, runde Gestalt.

1 = Primäre Keimschicht.
2 = Sekundäre »
bp = Blastoporus.

Fig. 1b. Gastrula von *Rana esculenta*, etwas zu lang gezeichnet; gleiche Bezeichnungen wie oben. Ellipsoidische Gestalt.

Fig. 2. Vorgerücktes Stadium des *Rhacophorus*embryos mit mächtigem Dotter.

a = After.

Fig. 3a. Horizontaler, schräg geführter Längsschnitt durch den *Rhacophorus*embryo in der Kiemen- und Nachhirnregion. sp_1, sp_2, sp_3 = Einstülpungen der Haut, denen entgegenwachsen. sl_2 und sl_3 = Ausstülpungen des vd = Vorderdarms, dep = Darmepithel.

Fig. 3b. Schräger Querschnitt durch Region des Vorderhirns nach dem Hinterrande des Auges und dem Gehörorgan hinziehend.

vh = Vorderhirn.
a = Auge.
ch = Chorda.
gb = Gehörblase.
v = Herzanlage.
dd = Dotter im Darme.

J. H. Graf.

Notizen
zur
Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaft in der Schweiz.

Nr. 62. Herr Prof. Dr. G. Tobler hat mir nachfolgende Originalaufzeichnungen von Jakob Samuel Wyttenbach, dem ehemaligen Pfarrer zum heil. Geist und Gründer der bern. Naturforschenden Gesellschaft übergeben. Die Notizen stammen aus dem Jahre 1821, wo also Wyttenbach bereits 73 Jahre alt war (er starb 1830). Vergl. Wolf, Biogr. z. Kulturg. d. Schweiz. I, S. 353 u. f. f. Berner Taschenbuch 1852 und 1853. Wir geben die Notizen ganz unverkürzt und erlauben uns nur hie und da einen biogr. Hinweis oder eine Anmerkung. Die Notizen lauten:

Habe ich je in meinem Leben nach meiner Lage und meinen Kräften etwas Gutes gethan, dessen Andenken mir noch im Alter wohl thut; so unvollkommen es auch alles seyn mag — so waren es folgende Bestrebungen zur Ausbreitung der Kenntnisse der Natur vorzüglich unseres Vaterlandes.

I. So viele Jünglinge versammelten sich oft bey mir und meinen damals noch sehr kleinen Sammlungen, und ich hatte die Freude, ihnen Geschmack an den Schönheiten der Natur einzuflössen. Viele derselben sind nun schon gestorben, wie Daxelhofer, Gotl. Studer, Tscharner, Tillier, Höpfner, Friedr. von Wyss. Andere leben noch izt (1821) in Ämtern und Ehren, wie Gottl. Jenner, Dr. Wyss, Carl v. Bonnstetten, Prof. Studer, Schultheiss v. Mühlinen, 4. Brüder May, Sigm. Wagner, von Wattenwyl v. Malessert.

II. Im Anfange unserer unseligen Revolution half ich ein medicinisches Institut errichten mit Schieferlin, Morell, Triboleth, Bay, Hartmann

und lehrte in demselben Botanik und Naturgeschichte des Vaterlandes, letztere unter sehr zahlreichem Zulauf, und hatte das Glück, mir da unter meinen Zuhörern so viele dankbare Freunde zu erwerben, die viele Jahre nachher, ohne mein Wissen, eine Subscription veran-

stalteten, woraus mein Portrait durch Recco gemahlt wurde.[1]) (Plus d'honneur que de mérite.)

III. Ich veranlasste im Jahre 1779 die damals noch blühende ökonomische Gesellschaft zur Bekanntmachung einer Preisfrage «Was ist bis itzo über die Naturgeschichte Helvetiens geschrieben worden? was fehlt in derselben noch? welches wären die besten Mittel, dieselbe zur Vollkommenheit zu bringen? etc. etc. Obschon nun diese Fragen nie im Ganzen beantwortet wurden, so erweckten sie doch Aufmerksamkeit, welche durch meine Beiträge zur Naturgeschichte Helvetiens[2]) und durch mein bernisches Magazin[3]) immer lebhafter wurden — bis endlich Höpfner den 1. Band seines Magazins für die Naturkunde Helvetiens im J. 1787 herausgabe, und mich dadurch veranlasste, unsere bernische Gesellschaft naturforschender Freunde zu bilden, welche seither ungeachtet einiger Unterbrechungen fortgedauert hat. Siehe die beiden Vorreden zu Höpfners Magazin 1. 2. Bd.

Wenn ich nun meine im J. 1787 [(in Höpfners Magazin. 2. B. S. 1—22) der ökonomischen Gesellschaft vorgelesene Abhandlung über den damaligen Zustand der Nat. Gesch. unseres Vaterlandes mit den Fortschritten dieser Wissenschaft bis in unsere Zeiten vergleiche, so sehe ich mit grösster Freude, wie sehr vieles wir seither gewonnen haben.

IV. Ich war vor vielen Jahren in Genf und erzählte daselbst meinem Freunde Gosse vieles von unserem brüderlichen Vereine Naturforschender Freunde, und vernahm von ihm, dass wegen den damaligen politischen Uneinigkeiten nichts dergleichen unter den Naturfreunden in Genf statt finde. Ich munterte Gossen sehr auf, einen Versuch zu machen, die Representans und Negativs mit einander zu Gunsten der Naturgeschichte in Harmonie zu bringen, und auch in ihrer Stadt eine Gesellschaft Naturforschender Freunde zu bilden. Dem für alles gemeinnützige immer feurigen Gosse leuchtete dieser Gedanke und Wunsch so lebhaft ein, dass er sogleich auf den folgenden Tag einige seiner Freunde zu einem Desjeuner zu sich einlud, um diesen Gegenstand in Ueberlegung zu nehmen. Da erschienen Prof. Pictet, Jurine Tollot und einige andere, an welche ich mich nicht mehr erinnere. Der Vorschlag gefiehl einmüthig: man skizzierte eine Organisation, und wenige

---

[1]) Gemeint ist das Bild, welches im Sitzungszimmer des bern. Naturhist. Museums sich befindet und in meiner Festschrift zur Feier des 100jährigen Bestehens der Naturf. Gesellschaft wiedergegeben ist.

[2]) Beiträge zu der Naturgeschichte des Schweizerlandes. 3 Stücke. Bern, 1775. 8.

[3]) Bernerisches Mugazin der Natur, Kunst und Wissenschaft 5 Stücke. Bern, 1775—1779. 8.

Wochen nachher erhielt ich von der nun errichteten Gesellschaft ein Diplom zu einem ihrer ersten Mitglieder. Wenn ich nun denke, etwas weniges zur Bildung dieses Vereines, der seither so glänzend geworden, beygetragen zu haben, so ist auch dieses süsser Trost in meinem Alter!

V. Als die neue Gallerie an unserm Bibliotheksgebäude vollendet war, aber noch keine eigentliche Bestimmung hatte, so trug mir der damalige Bibliothecar, Hr. Sinner von Ballaigue, vereint mit dem Hrn. Schultheiss Sinner auf, die in einem Nebenzimmer von dem alten Bibliothek-Saale befindlichen wenigen Naturalien in Ordnung zu bringen und auf der neuen Gallerie aufzustellen. Dieses geschahe zum theil, aber sehr dürftig. Während der Revolution wurde alles drunter und drüber geschmissen und vieles verloren.

Als das Webersche Geschenk[1]) aus den Inseln der Südsee auf unsere Bibliothek kam, bot ich meine Hülfe zu Anordnung desselben an — man liess mir die gehörigen Schränke dazu machen, und setzte dieselben in ein kleines Nebenzimmer, wozu man mir aber keinen Schlüssel anvertrauen wollte, weswegen ich vom damaligen Unter-Bibliothekar und seinen Caprices manchen Verdruss hatte und endlich die Besorgung dieser seltenen Kostbarkeiten mismuthig aufgab. — So blieb alles während der Stürme unserer unseligen Revolution, und alles vorräthige Pelzwerk der Weberschen Sammlung gieng zu Grund.

Während der Revolution nahm die helvetische Regierung das schöne Mineralien-Cabinet des Hrn. Rathsherrn von Erlach von Spietz, an statt seiner zu bezahlenden Contribution im Preise von 500 Louisd'or an — und der damalige Minister der Wissenschaften, Prof. Stapfer schrieb mir von Lucern, ich solle diese Sammlung auf unsere Gallerie zur Hand nehmen, welches ich darum abschlug, weil keine Schränke dazu vorhanden wären und unsere Gallerie, als Burgergebäude, kein Dépôt der helvetischen Regierung seyn könne noch solle. So übernahm nun der Berghauptmann Gruner diese Sammlung unter der Aufsicht des Hrn. Escher von Zürich. Diese liessen auf Unkosten des helvetischen Staates die nöthig, aber unbequemen Schränke machen, welche nun lange Zeit in Gruners Wohnung aufbewahrt wurden.

Eben so gienge es mit dem Triboletschen Herbarium, welches die helvetische Regierung ankaufte, und ich auch nicht in unser Burger-Eigenthum aufnehmen wollte. In wessen Händen dieses kam, weiss ich nicht mehr — nur dieses ist mir davon bekannt, dass es stark geplündert wurde.

---

[1]) Johann Wäber von Bern (1749—1793) ein geschickter Maler, der Cook bei seiner letzten Weltumsegelung begleitete. Vergl. über ihn das Neujahrsstück der Künstlerges. auf 1821.

Im J. 1801 starb Hr. Sprünglin, und da seine Erben sich seiner schönen Vögelsammlung gern entladen hätten, so gaben Hr. Apotheker Morell und Prof. Studer sich vorzüglich Mühe, eine Subscription unter unsern Mitbürgern, zur Anschaffung dieser Sammlung zu veranstalten, welche glücklich von Statten ging. Hierauf machte ich unserer Staatsregierung den Vorschlag «wenn sie die Unkösten zur Anschaffung der nöthigen Schränke liefern wolle, so sey ich bereit, die ganze Sammlung in Ordnung zu bringen und dieselbe mit Hülfe einiger Freunde hinfüro unentgeldlich zu besorgen».

Alles dieses geschahe nach unsern Wünschen. Hr. Wyss, der geschickte Mahler und Ornithologe und Hr. Prof. Studer, auch nachher Hr. Prof. Meisner halfen mir treulich, und letzterer hat bis izt die nähere Besorgung des zoologischen Faches treulich übernommen.

Als im J. 1803 die Güter der ruinirten Helvetischen sogenannten untheilbaren Helvetik getheilt wurden, so wurde Bern mit dem Erlachschen Mineral-Kabinette und dem Triboletschen Herbarium auf eine mir nicht bekannte Weise dotirt, und beide Sammlungen nun auf unser Museum gebracht. Ich übernahm die Anordnung der Mineralien, und Haller und Morell die des Herbarii.

Izt erst entwickelte sich mit neuem Leben das bessere Schicksal unserer Musäen! Die drey Säale im Plainpied wurden uns eingeräumt — der Schrank mit den Weberschen Produkten der Südsee, die Schränke für die vorhandenen Alterthümer, die Mineralien und Pflanzen konnten in denselben aufgestellt werden, und oben in der Gallerie selbst, wurden unter der Anleitung Hrn. Prof. Studers, die schönen Commodes verfertigt, die mitten durch die Länge des Saales laufen, und zum Theile nun auch unsere vierfüssigen Thiere beherbergen.

Im J. 1804 übernahm die hiesige Naturforschende Gesellschaft unter meinem Präsidium die gemeinschaftliche Besorgung unserer Musäen. Einige Mitglieder derselben übernahmen ihre besondern Fächer; Hr. Prof. Studer und Prof. Meisner leisteten eine Zeitlang treue Dienste bis einige Misshelligkeiten zwischen ihnen und der Bibliothek-Commission entstanden und diese beiden Herren von den Musäen missmuthig entfernten. Nur mit Mühe liess Hr. Meisner sich endlich zur Rückkehr bewegen, und fuhr treulich fort, mit mir zu arbeiten.

Hr. Bergraths-Adjunkt Tscharner bemühte sich hierauf eine Zeitlang mit der systematischen Anordnung unserer Mineralien, und als im J. 1820 Hr. Candidat Bernhard Studer, Lehrer der Mathematik, ein geschickter Zögling von Hausmann zu Göttingen von seiner akademischen Reise zurückkam, so übernahm Er die Besorgung unserer Mineralien, brachte vorzüglich die von mir nur flüchtig hingeworfene

Sammlung von Schweizerischen Gebirgsarten, die er selbst sehr reichlich vermehrte, in eine sehr interessante Ordnung.

Bald nachdem man uns die drey untern Säale zu Musäen eingeräumt hatte, schrieb ich an Herrn Karl von Bonnstetten nach Genf und empfahl ihm das Beste unserer nun anfangenden Sammlungen, wozu mir ein ihm angehörender, seit vielen Jahren bey mir stehender, die Schärerschen Schmetterlinge enthaltender Schrank den Anlass gabe. Hr. v. B. entsprach grossmüthig meinem Vorschlage und begwältigte mich, diese schöne Sammlung, in welcher jedes Individuum in einem eigenen Kästchen eingeschlossen ist, als ein Geschenk von ihm, aufs Musäum transportieren zu lassen, welches sogleich geschahe.

Wir hatten im Anfang keine Sessel in den untern Säalen, und kein Geld, dergleichen anzuschaffen. Ich klagte bloss beyfällig dieses dem Hr. Rathshr. Zeerleder, der uns sogleich nöthige Strohsessel zum Geschenke machen liess.

Hr. Sprüngli hinterliess in seinem Kabinette eine ziemlich schöne Sammlung von Versteinerungen, an denen wir grossen Mangel hatten. Kaum sprach ich, wie im Vorbeygange, hiervon mit Hrn. Zeerleder, als Er mir den Auftrag ertheilte, diese Sammlung den Sprünglischen Erben abzukaufen, wozu er mir 18 Louisd'or auszahlte.

Mit der ersten Anlage des botanischen Gartens bey der Gallerie, gieng es folgender Weise. Der Ort war seit Jahrhunderten ein Todtenacker für die Bewohner des mittlern Stadtquartiers und vorzüglich für die höhern Familien unserer Mitbürger. Während der Revolution aber ein Park für die Franzosen und nachher für die helvetische Regierung. Alle Arten von Schweinereien wurden da auf der ehrwürdigen Asche unserer Voräitern getrieben und die drey Säale unter der Gallerie waren die schändlichsten Saufgelage des niedrigsten Pöbels. Als wir aber in Bern wieder etwas freier wurden, so machten einige Glieder unserer Naturforschenden Gesellschaft der damaligen Stadtverwaltung den Vorschlag, diesen so unwürdig misshandelten Ort uns zu einem botanischen Garten zu überlassen, welches uns auch bewilligt wurde. Hr. Haller und Morell zeichneten sich vorzüglich mit der Anlage dieses Gartens aus, und so wurde er einige Jahre hindurch sorgfältig unterhalten, bis endlich aus Mangel an Unterstützung derselbe allmählich vernachlässigt und zuletzt in gänzlichen Verfall gerieth.

Die Stadtverwaltung war nun beynahe entschlossen, einen Krautmarkt aus unserm Garten zu machen, welches mich bewog, derselben einen Vorschlag einzugeben, worin ich ihr proponirte, ich wolle die Restition des Gartens und auch die Unterhaltung desselben gratis übernehmen, wenn man mir zu diesem Ende die nöthigen Unkösten dazu und

dann auch das Salarium für den Gärtner jährlich zuschiessen wolle. Die Regierung entsprach meinen Wünschen: der Garten wurde durch den Gärtner Müller in schöne Ordnung gebracht, und so bis izt immer verschönert.

So erhielt ich vom damaligen Kassaverwalter dem Hrn. Notar Lüthard

1812. Zur Wiederherstellung des Gartens 100 G.

1813. Zur Unterhaltung desselben 250 G.

1814. Zu gl. Zweck und zur Bezahlung des Gärtners 120 G.

Damit nun auch die Studenten der hiesigen Academie unter der Anführung ihres Lehrers in der Botanik den Garten benutzten, gab uns seither die Curatel jährlich 80 G.

Einige Jahre hindurch besorgte ich nun den Garten beynahe ganz allein mit dem Gärtner Müller und arbeitete mit ihm in bescheidener Stille. Während dieser Zeit erhielt ich zu verschiedenen mahlen reiche Geschenke von Pflanzen und vorzüglich Saamen aus den Gärten von Dorpat und Schwetzingen und aus dem letztern eine schöne Menge von amerikanischen daselbst naturalisirten Holzarten, aus welchem ich die nun im Museum vorhandene Holzsammlung anzulegen anfing, und dieselbe nun auch vorzügl. mit schweizerischen Holzarten zu bereichern wünschte.

So wie aber die Geschäfte zunahmen und meine Kräfte schwanden, fand ich zum Vorteile des Gartens dringend nöthig, bey unsern Freunden und Kollegen Hülfe zu suchen und fand dieselbe in der Bereitwilligkeit der Hrn. Apotheker Studer, Dr. Wyttenbach und Apoth. Fueter, welche gütigst den grössten Theil der Besorgung des Gartens mir abnahmen. Da auch einige Zeit hernach Hr. Dr. Brunner den Wunsch äusserte, an unsrem Garten mitzuarbeiten, so wurde er in unser Committée aufgenommen, wo er uns aber durch übertriebenen und sehr oft schädlichen Eifer vielen Verdruss machte.

Nr. 63. Fortsetzung der Briefe von Micheli du Crest.

Ils ont donc conclu la hauteur de Caraburu a 1155 toises (pag. 108) sur la mer arbitrairement, et sans la mesurer geometriquement comme il le faloit *gradatim* et avec le barometre: ils ont bien observé que l'etat moien du barometre etoit a Caraburu de 21 pouces 3 lig. et au bord de la mer a 28 pouces, mais quelle assurance nous donnent ils que les six pouces 9 lignes qui se trouvent dans le barometre de difference equivalent a 1155 toises. Nous les conclurons diront ils depuis Pichinka ou nous avons observé le barometre. En vertu dequoi, en vertu dune regle

de progression imaginaire. *Negatur consequentia* leur repondrai je et par votre aveu pag. 112 vous y rencontrez 23 toises derreur; dailleurs la table de Mr. *Bouguer* differe a Caraburu de 67 toises de la conclusion des Espagnols.

Vous devez donc voir, Monsieur, que cette table depuis son commencement jusqu'a sa moitié n'a qu'un fondement imaginaire et contesté dailleurs entre les observateurs, et que bien loin de meriter eloge elle merite au contraire censure. Car ces Messieurs n'ignoroient point ce qu'avoit ecrit la dessus Mr. *Desaguliers,* puisqui'l dit au Tom 2 de ses exp. pag. 186 apres avoir decrit la table de progression du barometre suivant Mr. *Halley*:

«Quoique ces tables ne soient pas parfaitement conformes aux phé-«nomenes parcequo'n n'a pas eu un nombre suffisant d'observations pour «les calculer, je n'ai pas laissé de les donner ici parceque ce sont les «meilleurs qu'aient paru. Lorsqu'on aura fait des experiences plus exactes «avec de bons barometres portatifs aux haut aux bas et aux pentes des «montagnes les memes jours, on aura de bons materiaux pour calculer «de meilleures tables.»

Voiez au surplus pag. 112 des observations des Espagnols au Perou, ils y font assez connoitre le tems qu'ils ont perdu a se morfondre les uns les autres pour accorder la progression dont il sagit.

«Cette progression (disent ils) devroit toujours etre la meme, mais «au contraire apres en avoir bien fait l'examen, on trouvera que toutes «les fois qu'on donne des valeurs differentes aux lettres on conclue une «progression differente: les unes donnent le 1er terme plus grand et «l'excez moindre que le precedent, dans dautres c'est tout le contraire; «et quelques unes donnent l'excez negatif ce qui comme je lai deja dit «procede du changement de poids dans l'atmosphere pendant l'intervalle «des experiences.»

Si ces messieurs comme il est aisé de le voir ont negligé de faire avec leurs mauvais barometres les observations primitives et fondamentales quil y avoit lieu de faire depuis la mer *gradatim* jusqu'a Caraburu tant avec le barometre qu'avec des hautes perches et un niveau, ou bien avec des operations geometriques, pour determiner la hauteur, on ne doit pas s'attendre non plus dans tous les observateurs precedent plus d'exactitude et encore moins, et ainsy l'on ne peut jusqu'a present porter aucun jugement de comparaison pour savoir si la progression dans nos climats doit etre differente, je ne la croix pas telle ou du moins peu differente, et voila pourquoi j'eus l'honneur de vous ecrire ci devant pour inviter Mr. *Huber* a entreprendre quelque chose sur ce sujet la.

Quant a la question que vous me proposez sur le mercure et sur les degrez de chaleur susmentionez, je me propose de traiter tout cela dans les ecrits auquels je travaille actuellement, et ainsy je vous en rendrai raison par la suite, j'attends la copie de ma reponse a L'abbé Nollet s. v. p. pour samedi prochain si cela se peut.

J'ay l'honneur detre tres parfaitement

Monsieur votre tres humble et tres obeissant serviteur

MICHELI DU CREST.

A Mr. BAVIERE A BASLE. Au Chateau d'Aarburg le 6 Mars 1754.

Monsieur

J'ai cru devoir vous rendre aujourdhui par deux raisons 1° Parceque vous aiant prié par ma derniere du 3 de tacher de procurer un imprimé de la table de Mr. Bouguer, j'ai compris que vous auriez de la peine à l'avoir sans acheter le livre et cest pourquoi jai commencé a la copier. Elle est meme bien avancée et reduite dans un ordre plus commode, ajoutant à coté de chaque colonne de descente des lignes du barometre une echelle du barometre ou l'on les peut compter en montant et comparer par consequant d'un coup d'œil, je vous renvoierai ce livre, Mr., Mercredi prochain.

2° Parce qu'aiant mis a la charge de Mr. Bouguer dans ma precedante, le defaut de n'avoir pas mesuré la hauteur fondamentale de Caraburu sur le niveau moien de la mer geometriquement non seulement en gros, mais aussi en detail et aussi *gradatim* depuis la mer jusques à ce terme, tant par des observations barometriques que geometriques, l'un me paroissant inutile sans l'autre, j'ai trouvé depuis dans les observations astronomiques Tom 2, pag. 210 voiage du Perou un article, qui m'avoit echappé etant hors de place et qui paroit etre à la decharge de Mr. *Bouguer* sur le 1er point fondamentale de Caraburu si la mesure accusée de sa part a eté faite comme il faut, mais qui dechargeant ainsy Mr. *Bouguer* chargera d'autant plus ses compagnons de travail. Voici la copie de cet article que les Espagnols n'ont pas deplacé et placé la sans raison.

«On a deja vû dans le livre 5 ou il a eté parlé des experiences du «Barometre que la hauteur de Caraburu sur la superficie de la mer «trouvée par la regle de dilatation de l'air et de 1155 toises et que par «la progression arithmetique elle fut determinée de 1283 ce qui ne «s'ecarte pas beaucoup de la mesure geometrique faite par Mr. Bouguer «qui trouva cette hauteur de 1214 toises. Cest pourquoi *Tom Antonio «de Velba* la suppose 1268 et reduisit au niveau de la mer la somme «donnée la diminuant de ce qui y correspond par ces 1268 toises.»

On voit par la que ces Messieurs pretendoient conclure la hauteur de Caraburu les uns en vertu de la pretendue regle de la dilatation de l'air et les autres en vertu d'une progression arithmetique et que Mr. Bouguer etoit d'avis de mesurer cette hauteur géometriquement comme il le faloit et qu'il la fait de plus; mais apparemment que ses compagnons n'ont pas voulu tomber d'accord de la justesse de son operation puisqu'ils ne s'y sont pas voulu rendre. Or, en cela ils me paroissent inexcusable de n'avoir pas eux-memes refait cette mesuration geometriquement et non seulement celle la en gros mais encore toutes les intermediaires *gradatim* de meme conjointement avec le barometre.

Ce qui les embarassoit apparemment pour cet effet etoit la difficulté des descentes, mais il n'y avoit qu'a choisir des terrains propres si ce n'etoit pas pour y faire toute l'operation de suite du moins pour la faire en partie dans l'un et en partie dans l'autre et lier ce tout ensemble par des observations faites avec ce niveau ou geometriques et puis que Mr. Bouguer avait bien pu trouver le moien de mesurer géometriquement la hauteur fondamentale de Caraburu sur le niveau de la mer, donc oient ne le pouvoient ils pas trouver de meme et corriger ainsy sa mesure s'il y trouvoit du defaut et s'il le pouvoit ainsy faire grose, pourquoi ne le pouvoit il pas faire en detail avec des perches de 30 pieds de haut que l'on pose a plomb et que l'on nivelle puisque l'on replace au point du nivellement et que l'on renivelle? Est ce une chose si longue et si difficile que de mesurer ainsy 1200 toises d'hauteur.

2° On voit que ces Messieurs pour fonder leur pretendue regle de dilatation de l'air ou de progression geometrique ou arithmetique, n'avoient pour terme d'experience qu'un tres petit nombre et d'experiences d'autant plus suspectes qu'elles avoient eté faites dans le tems de leur *Noriciat* soit au petit Goave soit a Panama. Je dis *Noviciat* en vertu des paroles des Mathematiciens Espagnols Tom 2, pag. 96 des observ. que je vais transcrire.

«Mr. *Gaudin* pendant son sejour a la Martinique et a St Domingue «fit quelques experiences de barometre sur la montagne Pelée et au petit «Goave qu'il me comuniqua à Cartagene. Nous parlames de les repeter «sur le mont de la Popa, mais le mercure que le facteur Anglois nous «avoit donné pour cet effet etoit mal purifié et fort meslé, de sorte, que «nous ne pumes rien faire de passable.»

Ils disent ensuite qu'ils *continuerent les memes experiences à Manta Guayquil jusques à Quito,* mais celles de Manta et Guayquil furent faites au bord de la mer de meme que celles de Panama et ils n'en firent que deux dans l'intervalle jusques à Quito et encore en passant, dont l'une sur l'ancon de Panama quils mesurerent géometriquement 101 toises,

l'autre à Tarigagua et dont meme je ne trouve aucune mesure géometrique, de sorte, que c'etoit à peu pres autant que s'ils n'eussent rien fait, car quelle assurance pouvoient-ils prendre sur de telles operations?

Ainsy a moins que Mr. Bouguer ne justifie par d'autres experiences sans reproches sa table jusqu'au 7me pouce depuis le niveau de la mer, il me paroit qu'on y saurait faire fonds, car pour la bien faire il auroit falu avoir une soixainte de barometre a peu pres de meme calibre et tous bien d'accord (cest ce qui n'etoit point difficile n'y couteux) et les placer tous à demeure dans de petites loges construites pour cet effet *gradatim* de 50 en 80 toises l'une audessus de l'autre à fur et mesure qu'ils auroient avancés chemin en montant et en faisant attention lorsquils auroient deposé un barometre dans chaque loge de voir s'ils s'accordoient avec les autres et par ce moien etre scur que dans le transport il ne lui etait survenu aucun accident et il faloit pousser et repeter cette operation jusqua 3000 toises d'hauteur pardessus de la mer, ce que je suppose possible puisque l'echelle de Mr. Bouguer va jusqu'a 2988 et qu'il y a d'ailleurs lieu de croire que des personnes a forte poitrine peuvent aller jusqu'a cette hauteur lentement et en revenir de meme, le froid d'ailleurs a cette hauteur ne doit point etre si excessif qu'on ne le puisse bien supporter pendant quelques heures de travail et le chemin dans la neige n'est point si difficile a pratiquer puisqu'il n'est point exposé n'y a la pluie n'y au degele. Les Mathematiciens Espagnols semblent confirmer a la page 110 des obverv. la possibilité de la chose, car ils y disent que dans l'air libre la nature n'opere point comme dans la machine pneumatique et que pour faire les observations qu'il avoit falu faire sur Caraburu et Oyambaro il avoit falu s'elever audessus de 1780t et par conseqt 2935 toises audessus de la Mer. Or de 2935 a 3000 ce n'est que 65 toises de plus.

Cela supposoit fait ou du moins aussy haut qu'il eut eté possible il faloit observer chaque jour et a la meme heure tous ces Barometres pendant le tems necessaire par diverses personnes afin d'etre bien scur de leur etat moien ce qui etant fait, le procez, auroit eté decidé suivant des regles justes, sures et certaines et non pas par des regles d'imagination du cerveau des hommes.

Autrement vous observez avec un barometre que vous transportez et il y survient du derangement sans que vous vous en aperceviez ou bien l'air varie pendant l'intervalle des observations et vous comparez ainsy une observation faite dans le tems que l'air etoit pesant avec une autre qui est faite dans le tems qu'il etait leger et vous batissez ainsy en l'air sur des fausses suppositions des calculs de progression géometrique ou arithmetique qui exigent dil. ou cette sagacité et circonspection

qu'on ne trouve que dans les grands hommes, mais qui ne s'est surement pas rencontrée dans la plupart des Mathematiciens du Perou pour resoudre les difficultez qui naissoient des imprecatitions des observations.

Vous me direz peut etre qu'on pourroit bien faire l'operation d'ont il sagit avec 20 barometres seulement au lieu de 60, j'en conviens, Monsieur, mais comme j'ai toujours beaucoup multiplié les instrumens dans toutes mes experiences et que par ce moien j'ai decouvert quantité d'erreurs imprevues et par la beaucoup abregé la besogne c'est pourquoi j'estime quil vaut mieux en ce cas pecher du cote de trop de precautions que du trop peu.

Au reste ce que je dis ici ne tombe pas seulement sur les observations barometriques du Perou, mais encore sur toutes celles qui ont eté faites ci devant par d'autres et en cela je suis du meme avis que le Docteur *Desaguliers* dont je vous ai cité le temoignage dans une precedente, il ne me reste donc plus qu'a vous prier de vous souvenir de m'envoier s'il se peut la copie demandée ci devant pour Samedi prochain et de conserver soigneusement entre vos mains l'original.

J'ay l'honneur d'etre au surplus tres parfaitement, Monsieur,

votre tres humble et tres obeissant serviteur

MICHELI DU CREST.

A M. HUBER FILS à Bale

Au Chateau d'Arbourg, le 9 Mars 1754.

Monsieur,

Comme j'ai omis de parler dans ma derniere du 6 de ce mois adressée a Mr. Baviere (laquelle il vous aura communiquée sans doute de meme que la precedente) du thermometre qui doit etre joint a chaque planche du barometre, et qui peut etre fait de mercure ou d'esprit de vin c'est pourquoi j'ai cru devoir me donner l'honneur de vous adresser la presente, afin que la matiere dont il s'agit entre nous soit plus eclaircie.

Je compte à peu pres, Mr., que par les plus grandes chaleurs qu'on puisse aprouver sur toute la Terre, il y a environ une ligne à construire du calcul de l'elevation du mercure dans le barometre, en prenant pour baze du compte le Temperé du globe de la Terre, en sus pour le chaud, dessous pour le froid, ainy qu'il est pratiqué dans la division de mon Therm^{e} et qu'il y aura bien a ajouter au moins trois lignes a la d^{e} elevation du mercure dans le barometre lors qu'on le prouveroit au superlatif des forces humaines tant a l'egard du froid que de la hauteur.

Ce calcul me paroit assez compliqué si l'on veut le faire bien juste, parce que le plus ou le moins de hauteur de la colonne du mercure procure plus ou moins de compression; cependant je crois que la chose

n'est pas assez considerable pour y avoir egard votre calcul, mais je crois que vous devez avoir egard a la difference de la marche du therm^e d'esprit de vin, sy votre echelle y est relative ainsy que je crois qu'il convient mieux, attendu qu'il est beaucoup plus facile de faire des therm^es d'esprit de vin que non pas des thermometres de mercure et d'ailleurs les 1ers sont beaucoup plus visibles dans les grands froids que non pas les autres. Je compte donc, Monsieur, que vous reglerez cette echelle de façon qu'on pourra compter les observations barometriques comme si elles étoient toujours faites au terme comme de la temperature et vous laissant ce soin je passe a l'eclaircissement d'un autre point, concernant l'echelle ou la table de Mr. *Bouguer*, que j'ai achevée de copier, et sur laquelle j'ai fait depuis ma derniere encore de nouvelles reflexions.

Certainement cette table supposée n'avoit pas d'autre fondement que les observations barometriques et géometriques y sont raportées par les Mathematiciens Espagnols est hypothetique et si elle a pour fondement d'autres observations bien et dûement faites d'ou vient ces Mathematiciens n'y ont ils pas voulu avoir egard.

Une chose qui m'a bien surpris depuis ma derniere et qui vous surprendra de meme sans doute, Mr., si vous n'y avez pas fait attention, c'est le terme de 20 pouces 2 lignes qui repond à celui de 7 pouces 10 lig. de la Table susdite et a 1441 T^es 1/2 car ce terme etant comparé avec celui du livre de Mr. *Cotes* que vous m'avez fait la grace de me communiquer pag. 166 et derechef un peu plus correctement repeté pag. 408. On y voit que Mr. *le Monnier*, traducteur de ce livre, accuse dans ces deux endroits avoir observer conjointement avec Mr. *de Thury* la hauteur du barometre au sommet du Mont Canigon en Roussillon le 6 Octobre 1739 et l'avoir trouvée de 20 pouces 2 lignes 1/2 et a Canet au bord de la mer (sans dire le jour) a 28 pouces 1/2 ligne. Mr. de Thury avoit sans doute bien eté endoctriné par Mr. son Pere sur les precautions a observer dans les calculs des hauteurs qu'on fondoit sur le barometre et par conséquent puisqu'il est dit à la pag. 108 qu'ils avoient conclu la hauteur du mont Canigon sur la surface de la mer de 1441 Toises au lieu de 1440 que Mr. son Pere l'avoit mesurée à ce que je crois géometriquement, il faut qu'ils aient eté sûrs que l'observation de Canet se trouvoit au terme accusé, dans le tems qu'ils observoient au Canigon car ils l'ont mise en parallele au bas de la page, afin d'en conclure la difference, et fonder par conseq^t leur susditte conclusion.

A présent si vous jettez les yeux sur l'endroit susdit de la table de Mr. Bonguer vous trouverez precisement le meme terme au barometre et la meme hauteur en nombre de toises, de sorte que si Mr. Bonguer l'a ainsy fondé par une observation du Perou, il faut que la Terre soit si

parfaitement spherique que si elle avoit eté tournée au tour, elle ne pourroit pas l'être mieux, car vous voiez qu'au bord de la mer la pesanteur de l'air est par tout egale a 28 pouces qu'ensuite le chaud et le froid la font varier en hauteur suivant les climats, mais que l'égalité d'hauteur se retrouve avec l'egalité de la temperature d'abord que l'on parvient je crois peut etre en Octobre au sommet du Canigon, car ce sommet du Canigon a precisement la meme hauteur par le barometre qu'un mont du Perou a meme distance.

Il s'ensuit donc de la suivant Mr. Bouguer lui meme que sa Table ne se restraint pas comme il est dit au Tiere aux seuls monts du Perou, puisquelle mesure si juste le mont Canigou et surement beaucoup plus juste qu'aucun Mont du Perou puisque l'on a fait deux mensurations au Mont Canigou qui s'accordent a une toise près au lieu qu'il n'y a rien eu de pareil au Perou, n'y seulement a 50 toises près.

Il s'ensuit encore dela que cette table de Mr. Bouguer doit seulement se restraindre aux petits hauteurs du Perou comparées au fort de l'eté, car si la chaleur fait dilater l'air en hauteur au Perou, elle ne doit faire de meme par tout ou elle se fait sentir, cela se justifie d'ailleurs par les experiences que j'ai faites a Bâle en 1745. En effet Mr. Baviere doit avoir depuis lors de moi un thermometre a air, qui se dilate d'environ 7 pouces depuis le temperé jusqu'a l'eau bouillante et qui se condense dans le froid à peu pres comme un thermometre de mercure. Ainsy quoique jusqu'a present je ne puisse considerer la Table de Mr. Bouguer que comme une hypothese je trouve neantmoins cette hypothese fort vray semblable, puisqu'elle est fondée à certaines egards sur l'experience.

Mais il est clair qu'il s'ensuit de la que toutes les observations que nous avons jusqu'a present du barometre ont eté mal faites, ou fort imparfaites et que pour les perfectionner il faut avoir des barometres placez au moins pendant un an comme je l'ai dit jusques aux plus grandes hauteurs que cela se pourra pratiquer afin de savoir surement a quoi s'en tenir, et le tout accompagné de bonnes mesures geometriques.

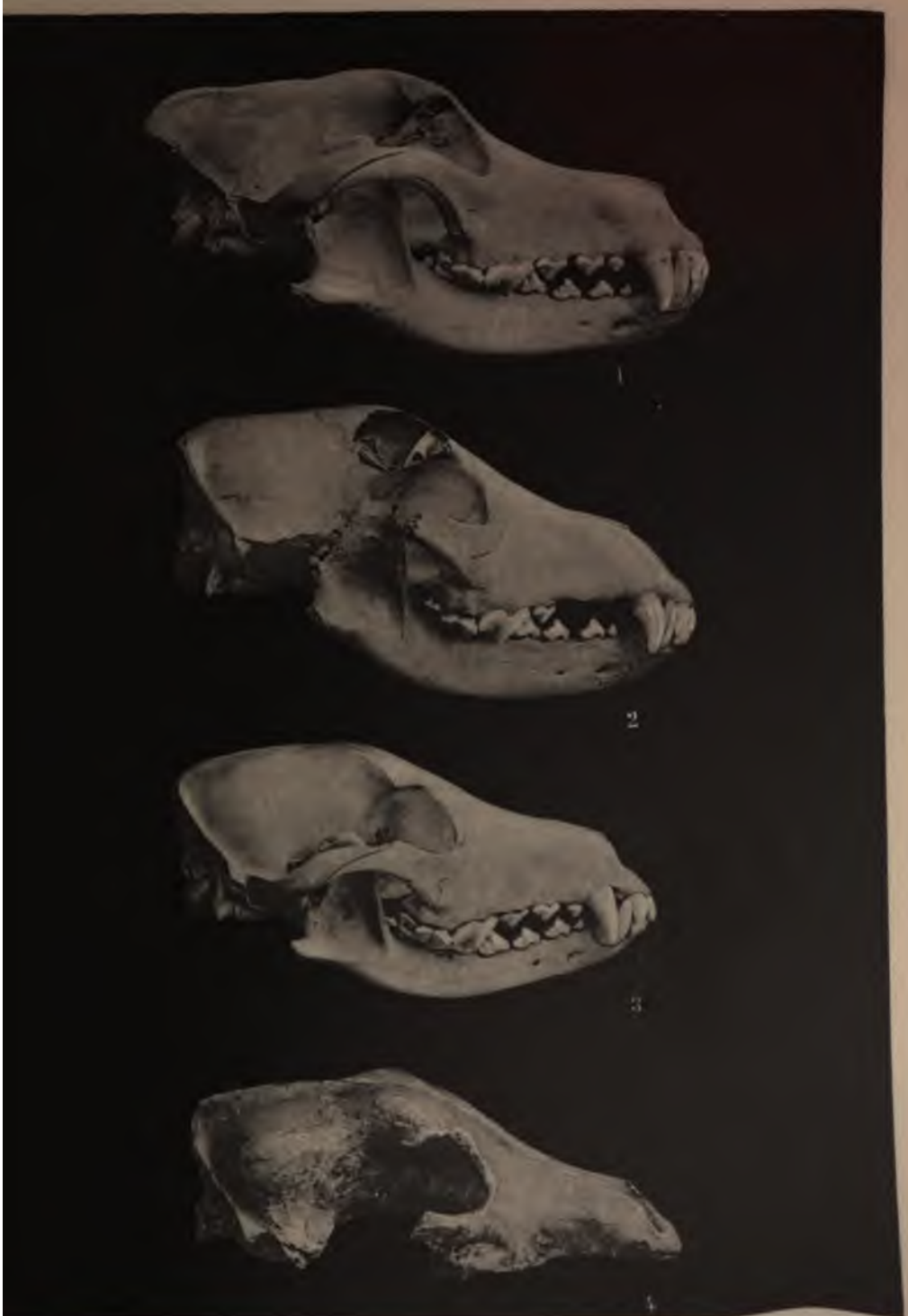
On soutient a Geneve qu'en considerant depuis Chezaux situé entre Lausanne et Cossonay, le mont St Gingo on decouvre au dessus une montagne qu'on apelle le Montblanc, et l'a trouvée etre elevée au dessus du niveau de ce lac de 2230 toises de Paris et eloigné de le Chezeaux supposée vraie et confirmée encore par une autre, faite par Mr. *Fatio de Duillier*, qui n'etant pas bien seur s'est borné a soutenir que ce Mont avoit plus de 2000 toises d'hauteur sur le lac et qu'il y avoit plus de 400 toises de pente jusqu'a la mer depuis Geneve ce dont je rabas beaucoup, il s'ensuit toujours par mon calcul que cette montagne doit avoir sur la mer 2438 toises d'hauteur et par conseq^{t} a peu près celle du Pochinka. On pourrait donc faire sur cette montagne des observations barometriques en quantité;

Inhalts-Verzeichnis.

	Seite der Sitzungs-Berichte	Seite der Abhandlungen
Jahresbericht	III	
Mitgliederverzeichnis	XIII	
Kassarechnung	XVIII	
Baltzer, A., Prof. Dr.		
Die Entstehung der alpinen Randseen	IV	
Die Lakkoliten der Berner Alpen	VI	
Gypsabguss eines Meteoriten	XI	
Geologische Notizen aus dem Berneroberland		64
Baumberger, G., Basel.		
Zur Kenntnis der Kreidebildungen auf dem Tessenberg und im Jorat (Berner Jura). [4 Figuren im Text]		6
Bohren, A., Dr. phil., Gymnasiallehrer.		
Die Schwerpunktskoordinaten in der Versicherung		62
Dick, R., Dr. med., Docent.		
Die Geweihbildung bei Rehböcken	IV	
Dutoit, E., Dr. med.		
Fund von verkieseltem Holz	XII	
Einstein, A., Beamter.		
Die Theorie der magnetischen Wellen	XI	
Fischer, E., Prof. Dr.		
Demonstration von Myrmecodia echinata	XI	
Fischer, Erich, cand. phil.		
Die Klippschliefer	IX	
Graf, J. H., Prof. Dr.		
Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf (Berliner Aufenthalt)	VI	
Notizen zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in der Schweiz		96
Gruner, Paul, Dr. phil., Prof.		
Mitteilungen über die letztjährigen Dämmerungserscheinungen	IV	1
Untersuchungen über atmosphärische Elektrizität	V	
Huber, R., Dr. phil., Gymnasiallehrer.		
Elektrische Resonanz bei Strömen	VIII	
Vorweisung eines japan. oder magischen Spiegels	VIII	

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Isenschmid, Moritz, Dr. phil., Gymnasiallehrer.		
Über eine von Dr. Walther Volz in Sumatra gemachte Sammlung von Batrachiern. (Mit 6 Tafeln) .		68
Keller, Schuldirektor, Solothurn.		
Die Betätigung Werner Munzingers bei der Aufsuchung von E. Vogel	VI	
Kissling, E., Dr. phil., Dozent.		
Demonstration von Landkristallen	XI	
Mai, Julius, Dr. phil., Dozent.		
Gasanalytische Bestimmungen mit dem Victor Meyerschen Dampfdichteapparat	IV	
Rubeli, O., Prof. Dr.		
Über den Bau der Zitze des Rindes . . .	X	
Steck, Th., Dr. phil., Bibliothekar.		
Demonstration von Sphingiden	XI	
Strasser, H., Prof. Dr.		
Die geschlechtsbestimmenden Ursachen bei Tieren .	IV	
Studer-Steinhäuslin, B., Apotheker.		
Demonstration von Pilzen aus der Pfahlbauzeit .	XI	
Studer, Th., Prof. Dr.		
Ursprung des Schäferhundes etc.	IV	
Über einen Fund fossiler Knochen im Diluvium von Bern	IV	
Über den Ursprung des Bernhardiners . . .	VI	
Über Funde von Tierresten in Patagonien . .	X	
Über den deutschen Schäferhund und einige kynologische Fragen. (Mit 9 Tafeln)		17
Tièche, M., Cand. med.		
Petrefactenfund am Belpberg	XII	
Troesch, A.		
Einige Korrekturen der geologischen Karte im Gebiet zwischen Kiental und Kandertal		56
Volz, W., Dr. phil., Assistent.		
Fauna Sumatras	VIII	

Brunner & Co., Zürich



& Co., Zürich

2

1

r & Co., Zürich

2
1
3

& Cie., Zürich

3
4
1
2

4
3
2

4

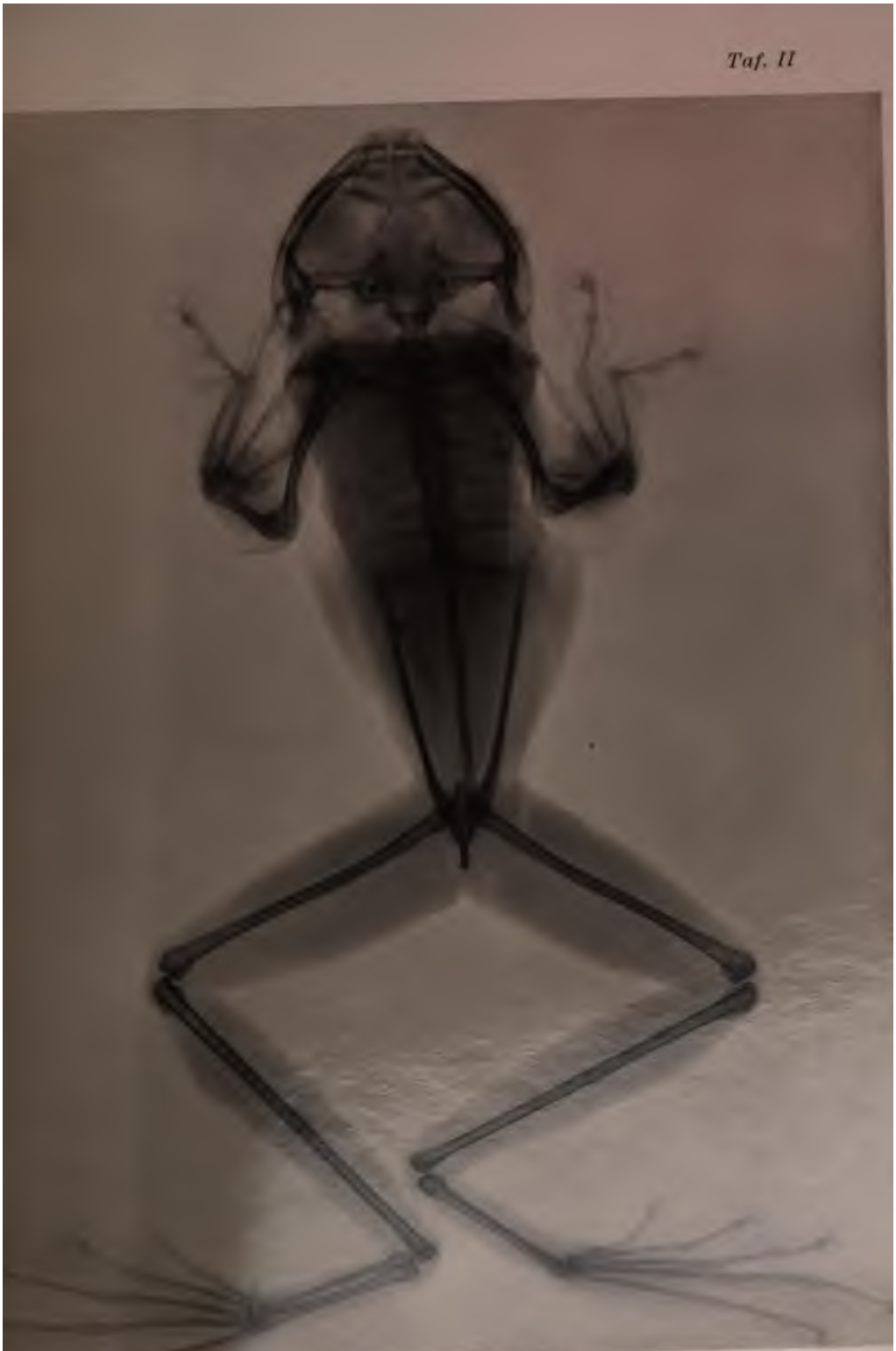
3

2

1

er & Co., Zürich

RANA TYTLERI (Theob.)



RHACOPHORUS NIGROPALMATUS (Blgr.)

BUFO ASPER GRAVENH.

BUFO CLAVIGER *PETERS* (Fig. 1) NECTES SUMATRANUS (Tschudi) (Fig. 2)

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

(Fortsetzung von Seite 2 des Umschlags.)

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 6: Mollusken. Zusammengestellt von Prof. Dr. Th. Studer, Dr. G. Anstein und Dr. A. Brot. Preis 60 Cts.

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 9: Crustacea. Von Dr. J. Heuscher etc. 35 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V 4: *Heraldik und Genealogie.* Bearbeitet von Jean Grellet und Maurice Tripet. Bern 1895. 68 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50.

Fascikel V 6 $^{a-e}$: *Architektur, Plastik, Malerei.* Zusammengestellt von Dr. B. Haendcke. Bern 1892. 100 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 6e: *Leibesübungen.* Turnen, Fechten, Reiten, Wassersport etc. Zusammengestellt von Alois Landtwing. 165 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel V 9 a b: *Landwirthschaft.* Zusammengestellt v. Prof. F. Anderegg u. Dr. E. Anderegg. Bern 1893. Heft 1—3. 258 S. 8° à Fr. 3,—
Id. „ 4 „ —.60
Id. „ 5 und 6 „ 2.—

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Forstwesen. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1894. 160 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Jagd. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. 77 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Fischerei. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1898. 65 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V 9 d: *Schutzbauten.* Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1895. 136 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9 g β: *Mass und Gewicht.* Bearbeitet von F. Ris, Direktor der eidgen. Eichstätte. Bern 1894. 36 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V 9 g γ: *Post- und Telegraphenwesen.*
Postwesen. Zusammengestellt von der Schweizer. Oberpost-Direktion.
Telegraphenwesen. Zusammengestellt von E. Abrezol, Inspektor der Central-Telegraphenverwaltung. Bern 1895. 113 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9 g ε: *Bankwesen, Handelsstatistik, Versicherungswesen.* Zusammengestellt von W. Speiser, Basel, Dr. Geering und Dr. J. J. Kummer. Bern 1893. 207 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel V 9 b β: *Schweizerische Eisenbahn-Litteratur 1830-1901.* Mit Anhang: Verzeichniss der in der Eisenbahn-Aktensammlung (Bd. 1-8, neue Folge Bd. 1-15) abgedruckten Aktenstücke 1850-1899. Bearbeitet von Carl Sichler. Bern 1902. 539 Seiten. Preis Fr. 5.—

Fascikel V 9 j: *Alkohol und Alkoholismus.* Zusammengestellt von Otto Lauterburg, Pfarrer in Neuenegg, E. W. Milliet, Direktor der eidgen. Alkoholverwaltung, und Antony Rochat, Pfarrer in Satigny. Bern 1895. 183 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 10 e γ: *Die christkatholische Litteratur der Schweiz.* Zusammengestellt v. Dr. F. Lauchert. Bern 1893. 32 Seiten 8°. 60 Cts.

Fascikel V 10 e ε: *Bibliographie der evangelisch-reformirten Kirche in der Schweiz.* Heft 1: Die deutschen Kantone. Zusammengestellt von Dr. G. Finsler. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 10 e: *Die katholisch-theologische und kirchliche Litteratur des Bisthums Basel* vom Jahre 1750 bis zum Jahre 1893. Zusammengestellt von Pfr. Ludwig R. Schmidlin in Biberist.
Heft 1 und 2 à Fr. 3.—

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Beiträge zur Kryptogamenflora der Schweiz.

I. Band. Heft I: *Entwicklungsgeschichtliche Untersuchungen über Rostpilze.* Von Prof. Dr. Ed. Fischer Fr. 4.—

I. Band. Heft II: *Die Farnkräuter der Schweiz.* Von Dr. Hermann Christ . . . . . Fr. 4.—

I. Band. Heft III: *Algues vertes de la Suisse. Pleurococcoïdes Chroolépoïdes.* Par F. Chodat . . Fr. 10.—

II. Band. Heft I: *Le «Boletus subtomentosus» de la région genevoise.* Par Ch. Ed. Martin . . Fr. 10.—

Graf. J. H., Prof.. Dr. *Einleitung in die Theorie der Gammafunktion und der Euler'schen Integrale.* Fr. 2.—

— — *Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in bernischen Landen* vom Wiederaufblühen der Wissenschaften bis in die neuere Zeit. Heft 1—3. Fr. 7. 20

— — *Leben und Wirken des Physikers und Geodäten Jacques Barthélmy Micheli du Crest* aus Genf, Staatsgefangener des alten Bern 1746—1766. Mit Porträt Micheli's, einer Ansicht seines Gefängnisses in Aarburg und Facsimile seines Panorama der Alpen Fr. 3.—

— — *Das Leben und Wirken des Physikers und Astronomen Joh. Jac. Huber* aus Basel, 1733—1798. Mit dem Bildnisse Huber's und einer Tafel, seine freie Uhrhemmung darstellend . . . . . Fr. 1.—

— — *Professor Dr. Rudolf Wolf, 1816—1893* . 1.—

— — *Professor Ludwig Schläfli, 1814—1895* . . 1. 20

— — *Der Briefwechsel zwischen Jakob Steiner und Ludwig Schläfli* . . . . . Fr. 3.—

— — *Die Exhumierung Jakob Steiner's* und Einweihung des Grabdenkmals Ludwig Schläfli's anlässlich des 100. Geburtstages Steiner's. Mit 2 Lichtdrucken Fr. 1.—

— — *Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf.* Ein Lebensbild und zugleich eine Würdigung seiner Leistungen . . . . . Fr. 1.50

— — *Wann beginnt das XX. Jahrhundert?* Vortrag. Fr. —.50

— — *Ueber Zahlenaberglauben, insbesondere die Zahl 13.* Akademischer Vortrag . . . . . Fr. 1.—

Graf J. H., Prof. Dr. und **Gubler Ed., Dr.** *Einleitung in die Theorie der Bessel'schen Funktionen.* 2 Hefte: Die Bessel'schen Funktionen erster und zweiter Art . . . . . à Fr. 4.—

Huber, G., Prof. Dr. *Sternschnuppen. Feuerkugeln, Meteorite und Meteorschwärme* . . . . Fr. 1.—

— — *Forschungen auf dem Gebiete der Spektralanalyse* —. 80

— — *Die kleinen Planeten des Asteroidenringes* . —. 80

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1904.

Nr. 1565-1590.

Redaktion: J. H. GRAF.

BERN
Druck und Verlag von K. J. Wyss
1905.

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Bibliographie der schweizerischen Landeskunde.

Unter Mitwirkung der hohen Bundesbehörden, eidgen. und kant. Amtsstellen und zahlreicher Gelehrter

herausgegeben von der

Centralkommission für schweizerische Landeskunde.

In deutscher und französischer Ausgabe.

Bis jetzt erschienen:

Fascikel Ia: *Bibliographische Vorarbeiten der landeskundlichen Litteratur und Kataloge der Bibliotheken der Schweiz.* Zusammengestellt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1894. 69 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel I b, enthaltend: *Bibliographie der Gesellschaftsschriften, Zeitungen und Kalender der Schweiz,* von Prof. J. L. Brandstetter in Luzern. 380 Seiten. Preis Fr. 3.—

Fascikel II a: *Landesvermessung und Karten der Schweiz, ihrer Landstriche und Kantone.* Herausgegeben vom eidgen. topographischen Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1892. 193 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II b: *Karten kleinerer Gebiete der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf, Bern 1892. 164 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II c: *Stadt- und Ortschaftspläne, Reliefs und Panoramen der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1893. 173 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II d, enthaltend: *Generalregister, Ergänzungen und Nachträge zu den Fascikeln II a—c* (Landesvermessung, Kataloge der Kartensammlungen, Karten, Reliefs und Panoramen). Im Auftrage des eidgen. topograph. Bureaus redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. 220 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel III: *Landes- und Reisebeschreibungen.* Ein Beitrag zur Bibliographie der schweizer. Reiselitteratur, 1479—1890. Zusammengestellt von A. Wäber, Bern. 462 Seiten 8°. Preis Fr. 4.—

Fascikel IV 3: *Balneologie und Climatotherapie.* Versuch einer schweiz. Bibliographie der Litteratur auf den Gebieten des Badewesens, der Heilquellen, der climatischen Kurorte u. s. w. Von B. Reber in Genf. 130 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel IV 6: *Die Fauna der italienischen Schweiz.* Redigirt von Prof. Dr. A. Lenticchia. Como 1894. 19 Seiten 8°. Preis 50 Cts.

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica:* Heft 2: Seenfauna. Zusammengestellt von Prof. D. F. Zschokke. Bern 1897. 30 Seiten. 60 Cts.

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 3: Säugethiere. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer-Sigwart. Bern 1900. 119 Seiten. Fr. 2.—

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 4: Vögel. Zusammengestellt von Prof. Dr. Theophil Studer. Bern 1895. 57 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 5: Reptilien und Amphibien. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer. 39 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 5d: Fische. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer-Sigwart. Bern 1900. 99 Seiten. Preis Fr. 1.50

(Fortsetzung auf Seite 2 des Umschlags.)

Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1904.

Nr. 1565-1590.

Redaktion: J. H. GRAF.

BERN
Druck und Verlag von K. J. Wyss
1904

506
A28

Jahresbericht

über die

Tätigkeit der bernischen Naturforschenden Gesellschaft

im Vereinsjahr 1903/1904.

Hochgeehrte Herren!

Das Vereinsjahr, über welches wir zu berichten haben, dauerte vom 24. Mai 1903 bis 7. Mai 1904. Es wurden in demselben 13 Sitzungen abgehalten, welche durchschnittlich von 34 Mitgliedern besucht worden sind. Es beteiligten sich dabei folgende Herren durch Vorträge oder kleinere Mitteilungen und Vorweisungen: Baltzer (2), Böhme (1), Brückner (2), Einstein (1), Ed. Fischer (2), Erich Fischer (1), Graf (2), Gruner (1), Heffter (1), Rud. Huber (2), Keller-Solothurn (1), Kissling (1), Kraemer (1), Rubeli (1), Steck (1), Bernhard Studer (1), Theophil Studer (2), Tièche (1), Volz (2). Von diesen Mitteilungen entfallen auf Zoologie (Praehist. Forschung) (9), Geologie und Gletscherkunde (6), Physik (4), Botanik (3), histor. Biographie (3), physiolog. Chemie (1). Eine der erwähnten 13 Sitzungen wurde als auswärtige am 24. Mai 1903 in Solothurn abgehalten. Wir folgten hiebei einer freundlichen Einladung unserer befreundeten Naturforschenden Gesellschaft in Solothurn. Im Grossratssaale wurde unter stattlicher Beteiligung des Publikums und der beidseitigen Mitglieder eine Sitzung abgehalten, an welcher Prof. Dr. Graf über «Steiner in Berlin», Hr. Schuldirektor Keller in Solothurn über die «Tätigkeit Werner Munzingers bei der Auffindung E. Vogels» und Hr. Prof. Dr. Studer über «Den Ursprung des Bernhardiners» sprachen. Daran schloss sich ein belebtes Bankett im Hôtel Krone und ein Ausflug in die Eremitage. Ein weiterer besonders feierlicher Anlass war die 1000. Sitzung vom 7. Mai 1904, eingeleitet durch ein einfaches Nachtessen im Hôtel Storchen, an welcher 32 Mitglieder und Gäste teilnahmen. Mit derselben war eine besondere Ehrung für unser hochverdientes Mitglied Herrn Apotheker B. Studer senior verbunden, der von 1844 an der Gesellschaft angehört und derselben treffliche Dienste geleistet hat. Nachdem vom Vorsitzenden ein kurzer Ueberblick über die Geschichte der 118 Jahre alten Gesellschaft gegeben worden war, überreichte er im Namen der Gesellschaft dem Senior, Herrn Apotheker Studer, Vater, eine Adresse mit nachfolgendem Inhalt:

Bern im Mai 1904.

Die bernische Naturforschende Gesellschaft

an

Herrn **Bernhard Studer** senior, ihr Mitglied seit 1844.

Hochgeehrter Herr!

Bei dem feierlichen Anlass der tausendsten Sitzung unserer Gesellschaft erinnert sich dieselbe daran, dass Sie im Jahre 1844 unter dem Präsidium des längst heimgegangenen Herrn Shuttleworth in unsere Gesellschaft eingetreten sind. Während dieser 60jährigen Mitgliedschaft haben Sie regen Anteil an dem wissenschaftlichen Leben unserer Gesellschaft genommen und derselben als Kassier im Vorstand die wertvollsten Dienste geleistet und freuen wir uns, mit welcher Anhänglichkeit und Treue Sie noch heute unseren Sitzungen beiwohnen. Sie haben, hochverehrter Herr, damit die altbewährte Haltung Ihrer Familie gegen unsere Gesellschaft bewahrt und deren für uns so verdienstliche Tradition fortgesetzt.

Wir ergreifen den Anlass, Ihnen bei diesem Ehrentage im Namen der bernischen Naturforschenden Gesellschaft herzlich zu gratulieren, und verbinden damit den Wunsch, Sie mögen noch recht lange als ein Muster unverbrüchlicher Treue Ihre so wohlwollenden Gesinnungen unserer Gesellschaft bekunden und den andern Mitgliedern ein erhebendes Vorbild sein können.

Mit den besten Wünschen und dem Ausdruck des herzlichsten Dankes

Namens der bernischen Naturforschenden Gesellschaft:

Der Präsident: sig. Prof. Dr. **J. H. Graf**

Der Sekretär: sig. Dr. **Rud. Huber.**

Der Jubilar, der in seltener Geistesfrische unter uns weilte, verdankte die Aufmerksamkeit und brachte Erinnerungen aus dem früheren Leben der Gesellschaft und sein Hoch dem Blühen und Gedeihen derselben aus. Der gemütliche Teil gestaltete sich durch die freundliche Mitwirkung der Herren Prof. Dr. Heffter, Prof. Dr. Gauchat und Dr. Rud. Huber zu einem sehr genussreichen. — Von den Herren Dr. Kissling und Hofrat Brunner von Wattenwyl liefen Glückwünsche ein. Endlich ist noch mitzuteilen, dass die Frage des Lesezirkels nicht erledigt werden konnte, jedoch wurde eine Statutenrevision hauptsächlich mit Rücksicht auf die §§, welche die Bibliothek betrafen, durchgeführt. An den internationalen Zoologenkongress wurde ein Beitrag von Fr. 100 gesprochen. Die Zahl der ordentlichen Mitglieder betrug zu Anfang des Jahres: 145.

Für das neue Vereinsjahr sind gewählt worden: Zum Präsidenten Herr Prof. Dr. A. Heffter, zum Vizepräsidenten Herr Prof. Dr. E. Fischer. Leider gab der bisherige Sekretär Herr Dr. R. Huber wegen Arbeitsüberhäufung seine Demission, welche ihm unter bester Verdankung seiner vielfach geleisteten Dienste erteilt wurde; an seine Stelle wurde als Sekretär gewählt Herr Dr. H. Rothenbühler, Gymnasiallehrer.

Der abtretende Präsident:
Prof. Dr. **J. H. Graf.**

Sitzungs-Berichte.

994. Sitzung vom 23. Januar 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 26 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **Ed. Fischer** spricht **„Ueber den Wirtwechsel bei den parasitischen Pilzen."**

Ein solcher ist zur Zeit bekannt bei den Ascomyceten und Uredineen. Bei erstern ist er nur für eine Art *Sclerotinia heteroica* bekannt, deren Wirte zwei nahe verwandte Pflanzen sind, nämlich *Ledum palustre* und *Vaccinium uliginosum*. Ein Wirtwechsel kommt höchst wahrscheinlich auch der *Sclerotinia Rhododendri* zu. Bei den Uredineen kennt man gegenwärtig ungefähr 150 wirtwechselnde (heteroecische) Arten; dieselben zeigen folgende Eigentümlichkeiten: 1. Soweit die Erfahrung reicht, ist ihr Wirtwechsel streng obligat, denn es gelang niemals eine dieser Arten dazu zu bringen, ihren ganzen Entwicklungsgang auf nur einer ihrer zwei Nährpflanzen zu vollziehen. 2. Die beiden Wirte, auf denen sich die Entwicklung vollzieht, sind immer Pflanzen, welche im System weit voneinander entfernten Familien angehören. 3. Jede Generation der wirtwechselnden Rostpilze ist in der Wahl ihrer Nährpflanzen auf eine oder auf wenige nahe verwandte Arten beschränkt; eine Ausnahme hievon bildet *Cronartium asclepiadeum*, dessen Teleutosporengeneration auf *Vincetoxicum*, *Paeonia* und auf der *Scrophulariacee Nemesia* leben kann. 4. Die heteroecischen Uredineen bilden nach ihren morphologischen Charakteren nicht eine Gruppe für sich, sondern sie haben ihre nächsten Verwandten sehr oft unter den nicht wirtwechselnden Arten; daraus geht hervor, dass man sich phylogenetisch die Heteroecie in verschiedenen Artgruppen und Gattungen unabhängig entstanden denken muss.

Schliesslich erläutert der Vortragende am Beispiel der Umbelliferenbewohnenden Puccinien, deren heteroecische Vertreter auch auf *Polygonum* übergehen, die verschiedenen Hypothesen, welche über die Entstehung des Wirtwechsels aufgestellt worden sind. Vortragender selbst denkt diesen Hergang so: Die hypothetische Stammform dieser Gruppe vermochte unterschiedslos sowohl auf Polygonaceen wie auf Umbelliferen ihre ganze Entwicklung zu durchlaufen und konnte beliebig von Vertretern der einen Familie auf solche der andern übergehen. Bei den Descendenten erfolgte dann eine Weiterent-

wicklung nach zwei Richtungen: bei den einen blieben zwei Nährpflanzen im Spiel, dabei gewöhnt sich das eine Entwicklungsglied des Parasiten (die Aecidiengeneration) ausschliesslich an die Umbelliferen, das andere (die Teleutosporengeneration) ausschliesslich an *Polygonum*: so entstanden die heteroecischen Arten; bei andern Descendenten dagegen gewöhnt sich der Parasit für seinen ganzen Entwicklungsverlauf ausschliesslich an die Umbelliferen: so entstanden die nicht wirtwechselnden Vertreter der Gruppe.

995. Sitzung vom 6. Februar 1904.

Abends 8 Uhr im Café Merz.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 30 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **W. Volz** spricht über **„Tiergeographisches und Biologisches aus Sumatra."**

Der Vortragende berichtet über den Inhalt zweier von ihm publizierter Arbeiten: «Ueber die Verbreitung von *Siamanga syndactylus* Desmar. und *Hylebates agilis* Geoffr. u. Cuv. in der Residentschaft Palembang (Sumatra)». Zoolog. Jahrbücher, Abt. f. Syst. Geogr. u. Biol. d. Tiere, Bd. 19, 1903, p. 662—672 und «Zur Kenntnis der Suiden Sumatras», ibid. Bd. 20, 1904, p. 509—540.

Was die erstern dieser beiden Aufsätze anbelangt, so zeigte der Vortragende, dass in dem Tieflande von Palembang die zwei dort vorkommenden Gibbons durch Flüsse, z. B. den Musi, Rawas und Lematang, voneinander getrennt sind. Aehnliche Verhältnisse, die dieselbe Affenfamilie betreffen, sind schon von Borneo und Hinterindien gemeldet worden. Die zweite Abhandlung beschäftigt sich mit der über einen Teil der grossen Sundainseln verbreiteten Schweineart *Sus rittatus*, über deren Lebensweise einige Angaben gemacht werden, um dann überzugehen zu *Sus barbatus*, einem seit kurzer Zeit von Sumatra bekannten Schweine, das bisher nur von Borneo gemeldet wurde. Das Interessanteste bei diesem Tier ist wohl dessen Eigenschaft, bei Eintritt der Regenzeit vom Meeresstrande, wo es sich für gewöhnlich aufhält, ins Innere des Landes zu wandern, wobei die grössten Flüsse überschwommen werden.

2. Hr. **R. Böhme** spricht **„Ueber den Luftatmungsapparat eines sumatranischen Welses."**

Der zu den Teleostiern und zwar zu den Siluroiden gehörige Fisch Clarias melanoderma besitzt am Epibranchiale des zweiten und vierten Kiemenbogens ein accessorisches Branchialorgan, das in Farbe und Gestalt einem kleinen Korallenbäumchen gleicht. Dieses Branchialorgan liegt in einer Höhle hinter der Kiemenhöhle. Diese accessorische Branchialhöhle wird von einer Kapsel umhüllt, die aus einer Modifikation eines Teiles der Kiemenblätter hervorgegangen ist. Die mikroskopische Untersuchung der korallenähnlichen Bäumchen ergibt die Anwesenheit von Faserknorpel als Stützsubstanz im Inneren der Bäumchen und einer aufgelagerten, äusserst zahlreich mit Kapillargefässen ausgestatteten Schleimhaut. Zwischen Schleimhaut und Stützsubstanz ziehen zahlreiche, grössere Gefässe. Die hintere Wand der accessorischen Branchialhöhle ist an eine zwerchfellartige

Platte geheftet, die vom hinteren Rand der Clavicula nach der Wirbelsäule zieht und so die ganze Leibeshöhle dieses Fisches in zwei Höhlen teilt. In der vorderen Höhle liegen die Respirations- und Zirkulationsorgane, während die übrigen Eingeweide in der hinteren Höhle gelegen sind. Dieser Umstand lässt den Ausdruck «zwerchfellartige Platte» wohl begründet erscheinen. Die ganze Kapsel liegt auf der Clavicula auf und ist mit ihr locker bindegewebig verbunden. An die seitlichen Portionen und zwar an die der hinteren Höhle zugewandten Fläche befestigen sich in ziemlicher Ausdehnung die ventralen Portionen des musculus lateralis. Die zwerchfellartige Platte selbst ist mit Muskelfasern durchzogen. Von der inneren Fläche der Clavicula ziehen sich jederseits zwischen Kapsel der accessorischen Branchialhöhle und Clavicula sich hindurchdrängend zwei Muskeln nach den vereinigten Copulae des vierten bezw. fünften Kiemenbogens.

Was nun die physiologische Funktion dieser accessorischen Kiemenapparate anbetrifft, so kommen 3 Punkte in Betracht.

Erstens kann der Fisch im Stande sein, Wasser in diese Höhle aufzunehmen, das er bei eintretender Trockenheit dazu benützen könnte, seine Kiemen feucht zu halten, indem er es tropfenweise auf diese abgibt. Bei solchermassen feucht gehaltenen Kiemen könnte der Fisch auch im Trockenen leben. Dagegen spricht jedoch das Fehlen jeglicher Apparate, die ein solches tropfenweises Abgeben von Wasser gestatten würde. Ausserdem dürfte diese geringe Menge Wasser nicht ausreichen, um den Fisch auch nur kurze Zeit im Trockenen leben zu lassen.

Zweitens kann der Fisch im Stande sein, gutes, respirables Wasser in diese Höhle aufzunehmen, um daraus den für die Atmung nötigen Sauerstoff zu schöpfen. Dagegen spricht die geringe Menge Wasser, die in den Höhlen Platz finden würde.

Drittens kann der Fisch im Stande sein, mit seinem Organe Luft zu atmen. Dieser letzte Punkt hat die meiste Wahrscheinlichkeit für sich. Wo man nämlich bisher genaue Untersuchungen mit Fischen angestellt hat, die mit accessorischen Branchialapparaten ausgerüstet sind, hat die Untersuchung stets gezeigt, dass diese Organe der Luftatmung dienen. Ich nenne, um einige Forscher anzuführen, Zograff, Day, Sagemehl. Nach dem histologischen Bau und der Analogie mit anderen accessorischen Branchialorganen ist also auch für Clarias anzunehmen, dass er mit seinem accessorischen Branchialapparat Luft atmet. Ich glaube sogar, dass die Luftatmung bei Clarias und auch den andern Fischen mit solchen Apparaten das normale Atmen darstellt und dass die Kiemenatmung ganz in den Hintergrund tritt. Die meisten dieser Fische sind nämlich Schlammbewohner, leben also in einem Medium, das sehr arm an Sauerstoff ist und so eine Kiemenatmung a priori recht zweifelhaft macht.

Zum Schluss wären noch einige Bemerkungen über den Mechanismus der Atmung bei Clarias am Platze.

Sobald die ventrale Portion des musculus lateralis sich kontrahiert, wird sie die zwerchfellartige Platte nach hinten ziehen. Unterstützt wird diese Bewegung durch Kontraktion der in der Platte selbst gelegenen Muskelfasern. Da die Platte mit der hinteren Wand der

[illegible] wird diese untere Wand kandal- [illegible] für diesen Muskel gibt der [illegible] der Innenfläche der [illegible] Ich denke mir dabei [illegible] Darm folgendermassen: Sobald [illegible] stellt er an die Oberfläche [illegible] des Mantels ein wenig über die [illegible] des ventralen musculus lateralis [illegible] der accessorischen Branchial- [illegible] in dieser Höhle bezw. in der Mal- [illegible] Höhle strömen kann, sobald der Fisch [illegible] das Einströmen von Luft [illegible] dem Fisch Gelegenheit gegeben. [illegible] zu verwenden und zwar [illegible] den kornelenähnlichen Bäu- [illegible] der [illegible] Muskeln, die von der [illegible] Luft [illegible]

[illegible] Sitzung vom 20. Februar 1904.

[illegible] 24 Mitglieder und [illegible]

[illegible] **Eine synologische Streitfrage.**

[illegible] die Vorfahren der Bernhardiner [illegible] Prof. [illegible] Einfluss der [illegible]

lückenlos bis in die Schweiz nachweisen. Wertvoll sind namentlich die griechischen aber auch römische Schriftsteller und Dichter.

An der gründlichen Diskussion nimmt namentlich Prof. Studer teil, der seine Ansicht von der autochthonen Entwicklung der Doggenrassen und demnach auch der Bernardiner aufrecht erhält.

997. Sitzung vom 5. März 1904.

Abends 8 Uhr im geographischen Institut der Universität.

Vorsitzender: Herr A. Heffter. Anwesend: 28 Mitglieder und Gäste.

1. Herr **Ed. Brückner** spricht über „**Struktur der Gletscher**“ und demonstriert eine Anzahl Glescherphotographien.
2. Hr. **P. Gruner** projiziert **astronomische Bilder**, insbesondere Sonnen-, Planeten-, Fixstern- und Mondphotographien.

998. Sitzung vom 19. März 1904.

Abends 8 Uhr im mathematischen Seminar der Universität.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 28 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **A. Heffter** spricht über „**Reduktionserscheinungen im Tierkörper**“.

999. Sitzung vom 30. April 1904.

Abends 8 Uhr im geographischen Institut der Universität.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 60 Mitglieder und Gäste.

1. Die vom Kassier Hrn. **Bernh. Studer** abgelegte **Jahresrechnung** wird genehmigt und bestens verdankt.
2. Für das Vereinsjahr werden in den Vorstand gewählt:

   Herr Prof. Dr. A. Heffter zum Präsidenten,
   » Prof. Dr. Ed. Fischer zum Vizepräsidenten,
   » Dr. H. Rothenbühler zum Sekretär.

3. Die wegen des Uebergangs der Bibliothek der Schweiz. Naturforschenden Gesellschaft an die Stadtbibliothek Bern notwendig gewordene **Statutenrevision** wird nach dem Antrag des Vorstandes beschlossen.
4. Hr. **Ed. Brückner** spricht über „**Gletschererosion und Seebildung**“. (Mit Projektionen.)

1000. Sitzung vom 7. Mai 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 32 Mitglieder und Gäste.

Festliche Feier der **1000. Sitzung**, zugleich Feier der **60jährigen Mitgliedschaft von Herrn Apotheker Bernhard Studer senior.**

1001. (Auswärtige) Sitzung vom 12. Juni 1904.

Morgens 9½ Uhr im physikalischen Institut in Freiburg

gemeinschaftlich mit der Freiburgischen Naturforschenden Gesellschaft.

1. Hr. **Guillebeau** spricht über die „**Bakterienflora der gesunden Milch**“.
2. Hr. **de Kowalsky** spricht „**Ueber die Salpeterfrage**“.

accessorischen Höhle verbunden ist, wird diese hintere Wand kaudalwärts gezogen werden. Den Antagonisten für diesen Muskel gibt der oben erwähnte paarige Muskel ab, der von der Innenfläche der Clavicula nach den vereinigten Copulae zieht. Ich denke mir dabei den Mechanismus der Atmung bei Clarias folgendermassen: Sobald der Fisch Bedürfnis zur Atmung empfindet, steigt er an die Oberfläche des Wassers und erhebt die Oeffnung des Maules ein wenig über das Wasser. Sobald nun eine Kontraktion des ventralen musculus lateralis eintritt, entsteht durch das Zurückziehen der accessorischen Branchialhöhle ein luftverdünnter Raum in dieser Höhle bezw. in der Maulhöhle, so dass Luft in die Höhle strömen kann, sobald der Fisch das Maul ein wenig öffnet. Durch das Einströmen von Luft in die accessorische Branchialhöhle ist dem Fisch Gelegenheit gegeben, den Sauerstoff dieser Luft für seine Atmung zu verwenden und zwar mit Hilfe der Kapillargefässe, die in den korallenähnlichen Bäumchen liegen. Durch Kontraktion der paarigen Muskeln, die von der Innenfläche der Clavicula nach den vereinigten Copulae ziehen, wird der gegenteilige Effekt ausgelöst, d. h. die gebrauchte Luft wird wieder ausgestossen.

996. Sitzung vom 20. Februar 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 24 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **H. Krämer** spricht über **„Eine kynologische Streitfrage“.**

Nach verbreiteter Meinung sollen die Vorläufer der Bernhardiner in Europa seit den ältesten Zeiten eingeboren sein. Prof. Studer hat in Font, einer neolitischen Fundstätte, und beim Einfluss der Schüss in den Bielersee, in einer der Bronce angehörigen Schicht, Hundeschädel gefunden, die er als Stammformen der in Vindonissa gefundenen Hunderasse und der heutigen Sennenhunde betrachtet. Der Bernhardiner ist nach dieser Auffassung durch eine Kreuzung von Sennenhund und Doggen entstanden. Auch diese Doggen sind europäischen Ursprungs.

Diese Hypothese wird von Krämer mit dem Bemerken bestritten, dass in *Europa in prachistorischer Zeit* keine Doggen gefunden wurden und dass auch die von Studer entdeckten Schädel der vorgeschichtlichen Zeiten nicht hinreichende Aehnlichkeit mit dem Hundeschädel von Vindonissa und den Sennenhunden besitzen, um hier eine Abstammungsreihe annehmen zu können. Dagegen sei von andern Forschern schon auf die verblüffende Uebereinstimmung unserer Bernhardiner mit den Tibetanerdoggen hingewiesen worden. Krämer ergänzt nun die für diese Verwandtschaft vorhandenen Beweise mit neuem Material und nimmt an, dass in den ältesten Kulturzeiten schon eine Verbreitung der Tibetanerhunde über Indien, Vorderasien, Griechenland und Italien stattgefunden habe. Die Römer haben die Rasse nach dem Norden gebracht.

Die Methode der kranio-metrischen, der vergleichend-anatomischen Messungen findet der Referent zu einseitig. Er ergänzt deshalb seine Masstabellen mit Bildern und literarischen Quellen. Nach diesen letzteren lässt sich die Verbreitung der indischen Hunde

lückenlos bis in die Schweiz nachweisen. Wertvoll sind namentlich die griechischen aber auch römische Schriftsteller und Dichter.

An der gründlichen Diskussion nimmt namentlich Prof. Studer teil, der seine Ansicht von der autochthonen Entwicklung der Doggenrassen und demnach auch der Bernardiner aufrecht erhält.

997. Sitzung vom 5. März 1904.

Abends 8 Uhr im geographischen Institut der Universität.

Vorsitzender: Herr A. Heffter. Anwesend: 28 Mitglieder und Gäste.

1. Herr **Ed. Brückner** spricht über „**Struktur der Gletscher**“ und demonstriert eine Anzahl Glescherphotographien.
2. Hr. **P. Gruner** projiziert **astronomische Bilder**, insbesondere Sonnen-, Planeten-, Fixstern- und Mondphotographien.

998. Sitzung vom 19. März 1904.

Abends 8 Uhr im mathematischen Seminar der Universität.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 28 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **A. Heffter** spricht über „**Reduktionserscheinungen im Tierkörper**“.

999. Sitzung vom 30. April 1904.

Abends 8 Uhr im geographischen Institut der Universität.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 60 Mitglieder und Gäste.

1. Die vom Kassier Hrn. **Bernh. Studer** abgelegte **Jahresrechnung** wird genehmigt und bestens verdankt.
2. Für das Vereinsjahr werden in den Vorstand gewählt:

   Herr Prof. Dr. A. Heffter zum Präsidenten,
   » Prof. Dr. Ed. Fischer zum Vizepräsidenten,
   » Dr. H. Rothenbühler zum Sekretär.

3. Die wegen des Uebergangs der Bibliothek der Schweiz. Naturforschenden Gesellschaft an die Stadtbibliothek Bern notwendig gewordene **Statutenrevision** wird nach dem Antrag des Vorstandes beschlossen.
4. Hr. **Ed. Brückner** spricht über „**Gletschererosion und Seebildung**“. (Mit Projektionen.)

1000. Sitzung vom 7. Mai 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 32 Mitglieder und Gäste.

Festliche Feier der **1000. Sitzung**, zugleich Feier der **60jährigen Mitgliedschaft von Herrn Apotheker Bernhard Studer senior.**

1001. (Auswärtige) Sitzung vom 12. Juni 1904.

Morgens 9½ Uhr im physikalischen Institut in Freiburg

gemeinschaftlich mit der Freiburgischen Naturforschenden Gesellschaft.

1. Hr. **Guillebeau** spricht über die „**Bakterienflora der gesunden Milch**“.
2. Hr. **de Kowalsky** spricht „**Ueber die Salpeterfrage**“.

Nach der Sitzung Besichtigung der neuen, trefflich eingerichteten Universitätsinstitute, [illegible] im Restaurant des Charmettes gemeinsamer Spaziergang in die Unterstadt und freundliches Zusammensein mit der Schwestergesellschaft.

1002. Sitzung vom 22. Oktober 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 27 Mitglieder.

1. Hr. **Kronecker** spricht über **„Das Institut Marey zu Paris und sei Begründer“.**
2. Hr. **Th. Studer** spricht über **„Die Verbreitung des Rhinozeros in Diluvium der Schweiz“.**

Gegenüber zahlreichen Funden von Elephas primigenius ware bis jetzt Reste von *Rhinoceros tichorhinus* in den jüngeren Glacia ablagerungen der Schweiz spärlich vertreten, nur die diluviale Ablagerungen des Rheintales bei Basel zeigten ein häufigeres Vo kommen teils im Löss, teils im Niederterrassenschotter.

Hr. Dr. Stehlin, Custos am naturhistorischen Museum in Base war so freundlich, mir über die bei Basel gemachten Funde, di zum grossen Teil in der dortigen naturhistorischen Sammlung auf bewahrt werden, nähere Auskunft zu geben. Schon Merian erwähn (Verh. der naturf. Gesellschaft in Basel, Bd. III, 1838) Zähne vo Rhinoceros von Istein, ferner befindet sich das Fragment eines obere Molaren von Rixheim in der Basler Sammlung. Von neueren Funde liegen vor

Stadt Basel, Niederterrasse:
- Atlas. Gasanstalt 1890.
- Ulna. Hägenheimerstrasse 1893.
- Oberer Molar. Nauenstrasse 1862.
- Oberer Molar. Wolfgottesacker 1870.
- Oberer Prämolar. Wolfgottesacker 1894.

Leopoldshöhe, Niederterrasse:
- Zwei Mol. inf. 1887 und 1889.

St. Jakob, Niederterrasse:
- Humerus sin. fragm. und M. inf. 1879.

Wiehlen, Löss 1889:
- Tibia dextra, fragm. nebst Radius sin. fragm. und unvollständiger Carpus und Metacarpus sin. Reste eines offenbar i situ erhaltenen ganzen Skelettes.

Vöhlinshofen (Elsass), Löss:
- Humerusfragment 1887.

Prattelen, Niederterrasse:
- Rippe 1903.

Weiter östlich fanden sich wieder ein Unterkiefer Molar im Niederterrassenschotter bei Diessenhofen, der im Museum in Bern auf bewahrt wird.

Die Ausbeutung der Knochenreste in der Höhle von Thayngen im Kanton Schaffhausen, lieferte neben Knochen des Mammuth auc solche von *Rhinoceros tichorhinus*. Inmitten von Zeugen der Kultu

der Renntierjäger fanden sich angebrannte und zerschlagene Knochen von Mammuth und Rhinoceros nebeneinander. Nahe einer Feuerstelle, auf welcher namentlich Splitter von Mammuthknochen zerstreut waren, lag ein Femur von Rhinoceros tichorhinus, zum Teil calciniert vom Einfluss des Herdfeuers, Zähne und Schädelstücke wurden schon bei der früheren Ausgrabung durch Rütimeyer dort nachgewiesen. Diese Funde beweisen, dass das Rhinoceros bei Thayngen noch in der typischen Renntierzeit im Norden der Schweiz vorkam und von den Renntierjägern erlegt wurde. Dafür, dass es auch am Ende der Glacialzeiten mit dem Mammuth in die innere Schweiz vordrang, mehren sich die Anzeichen. In den Mitteilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern von 1888 konnte ich über den Fund des Unterkiefers eines jungen Rhinoceros tichorchimus berichten, der im Februar 1885 in der Kiesgrube von Rapperswyl, Amt Aarberg, Kanton Bern, 30 Fuss unter der Oberfläche gefunden worden war. Es war die rechte Unterkieferhälfte eines jungen Tieres mit Milchmolaren und dem hervorbrechenden ersten Molaren; in derselben Grube fanden sich Fragmente eines Stosszahnes vom Mammuth, Zähne vom Diluvialpferd, Geweihstangen vom Renntier. Der Kies ist verschwemmter Gletscherschutt, wie er sich beim Rückzug der Gletscher in der letzten Eiszeit bildete. In analogem Terrain fand sich in diesem Jahre ein Oberkiefermolar von Rhinoceros 5 Meter tief im Kies begraben bei Wynau an der Aare, an der Grenze von Bern und Solothurn. Weiter südlich kam ein Oberkiefermolar auf dem Boden des Bahnhofs von Freiburg zum Vorschein. Endlich verdanke ich der Güte von Herrn Professor F. A. Forel in Morges die Mitteilung eines Unterkiefermolars aus dem Museum in Lausanne, der bei Bioley-Orjoulay im Jorat, zwischen Echallens und Cossonay gefunden wurde. Diese Stelle, ungefähr in der Mitte zwischen dem Westende des Neuenburgersees und Lausanne, etwas näher bei Lausanne gelegen, ist der südlichste mir bis jetzt bekannt gewordene Fundort von *Rhinoceros tichorhinus* in der Schweiz. Unter den Knochenresten der Renntierstationen vom Salève und von der Grotte du Scé bei Villeneuve, die auch noch mit palaeolithischen Werkzeugen vermengt sind, finden sich keine Knochen von Rhinoceros. Soweit das geologische Alter der Fundstücke konstatiert werden konnte, fallen sie in das Ende der Glacialzeit, sie finden sich im Verschwemmungsgebiet der letzten Moränen der sich zurückziehenden Gletscher. In Frankreich und Belgien verschwindet das Rhinoceros noch vor dem Mammuth, nach Mortillet schon in seiner Epoque Monstérienne.

In der Epoche von Solutré und der eigentlichen Renntierzeit, der Epoque magdaléenienne, ist es noch vor dem Mammuth verschwunden. Bei Vöklinshofen im Elsass findet es sich aber in Gesellschaft von Tieren der letzten Eiszeit, in Thayngen in der der jüngsten Renntierperiode, der typischen Epoque Magdaléenienne Mortillets. Sein Vorkommen in der inneren Schweiz im Rückzugsgebiet der letzten grossen Gletscher zeigt, dass es am Ende der Eiszeit nicht nur nach Norden und Nordosten, dem Tundrengebiet nach, das sich vor den sich zurückziehenden Gletschern ausbreitete, auswich, sondern auch nach Süden, den in die engeren Alpentäler einschrumpfenden Glet-

schern nach. Hier verengte und zersplitterte sich das Gebiet, in dem es seine Lebensbedingungen fand, immer mehr, die Tundravegetation, auf die es angewiesen war, zog sich immer mehr in die Höhen zurück, die es nicht mehr leicht erklimmen konnte, und so mag es noch vor dem Mammuth den ungünstigen Verhältnissen erlegen sein. Im allgemeinen dürfte aber aus dem Gesagten hervorgehen, dass die glaciale Fauna der Mittelschweiz, soweit sie die letzte Glacialzeit betrifft, jünger ist als die Mittel- und namentlich Westeuropas. Die Schweiz war das Rückzugsgebiet der glacialen Fauna.

1003. Sitzung vom 5. November 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 31 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **J. H. Graf** bringt **„Beiträge zur Biographie des Mathematikers Jakob Steiner von Utzenstorf."**
2. Hr. **Ed. Fischer** weist sog. **«springende Bohnen»** vor, die von Herrn stud. med. Möller aus Mexiko mitgebracht und dem Vortragenden übergeben worden waren. Es sind das Teilfrüchte einer Euphorbiacee: *Sebastiania Paroniana*, in denen die sehr bewegliche Larve von *Carpocapsa saltitans* lebt. Durch die Bewegungen dieser Larve werden die Früchtchen, welche auf einer Seite rundlich, auf der andern zweiflächig abgeplattet sind, in eine wackelnde oder hüpfende Bewegung versetzt, die dann auch zu einer ruckweisen Ortsbewegung führt. Diese Bewegungen werden besonders lebhaft, wenn die Früchte den Sonnenstrahlen oder einer sonstigen Erwärmung ausgesetzt sind. Näheres über diese Erscheinung, sowie über die Feststellung der Pflanze, findet man in einigen Mitteilungen von Buchenau in den Abhandlungen des naturwissenschaftlichen Vereins zu Bremen (Bd. III und XII). Aehnliche Erscheinungen zeigten auch die Früchte einer andern in Brasilien lebenden Euphorbiacee *Colliguaya brasiliensis* und derjenigen einer südeuropäischen *Tamariscen-Art*. Für letztere war die Erscheinung schon im 16. Jahrhundert bekannt. Matthias de Lobel erwähnt sie bereits. In Tabernaemontanis Kräuterbuch (Ausgabe von Baulein 1687 p. 1354) finden wir über Tamarix die Bemerkung: das andere Geschlecht wächst in Frankreich um Narbona, daher es auch seinen Namen hat, mit viel kleinen Blümlein, fast Traubenweiss, von Farbenleibfarb, sollen aber keinen harechten Samen bringen, sondern kleine Beerlein, welche sich bewegen, so man sie an die Sonne legt, von wegen eines kleinen Würmleins, so darinnen wachsen soll. Auch gewisse *Cynips-Gallen* auf Eichen sollen nach dem Abfallen hüpfende Bewegungen ausführen. (Näheres über Tamarix und die Gallen siehe bei Ascherson Abhandl. naturwiss. Vereins Bremen Bd. XII.)
3. Hr. **Ed. Fischer** spricht über **„Verbreitung und Wanderungen von Pilzen in der Schweiz."**

   Der Vortragende hat sich aus Anlass seiner monographischen Bearbeitung der schweizerichen Rostpilze für die «Beiträge zur Kryptogamenflora der Schweiz» auch mit *der Verbreitung und Wanderung dieser Pilze in der Schweiz* beschäftigt. Er gibt eine kurze Ueber-

sicht über die in Frage kommenden Verhältnisse. In Bezug auf die Beziehungen der Uredineen zu Standortsbeschaffenheit und Klima bestätigen sich die Beobachtungen von Johannson (für den Norden) und von Magnus (für das Engadin) in dem Sinne, dass die Formen mit verkürztem Entwicklungsgang in der Alpenregion relativ zahlreicher sind als in der ganzen Schweiz. Verf. erörtert sodann die von F. v. Tavel zuerst ins Licht gestellten Beziehungen zwischen heteroecischen Uredineen und Pflanzenformationen; als Beispiel zitiert er Uredineen der sog. «Felsenheide» und des «Molinietum». — Die Uredineenflora der Schweiz lässt ferner, ebenso wie die phanerogamische Flora Bestandteile erkennen, die man als «nordisches Element» und als «meridionales Element» bezeichnen kann. Endlich wurden Veränderungen, die in neuerer Zeit in der Uredineenflora stattgefunden haben, erwähnt: so die Einwanderung von Puccinia Malvacearum (1875 zum erstenmal in der Schweiz gesehen) von Puccinia Chrysanthemi (1900 zum erstenmal in der Schweiz konstatiert) und die Besiedelung der Weymouthskiefer durch das ursprünglich in Europa auf der Arve lebende Cronartium ribicolum; allerdings sind bisher soweit dem Vortragenden bekannt, erkrankte Weymouthskiefern in der Schweiz nicht beobachtet, trotzdem der Pilz im Engadin auf der Arve vorkommt.

1004. Sitzung vom 19. November 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. Ed. Fischer. Anwesend: 27 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **H. Balmer** spricht über **„Die Reproduktion im Dienste der Wissenschaft“** und machte bei dieser Gelegenheit die erste öffentliche Mitteilung, es sei der Atlas der «Landtafeln der alten Eidgenossenschaft» von Thürst bis auf die Schenchzerkarte (1496—1712) von ihm im Laufe der letzten Jahre in 40 Platten in Metallhochgravierung und mit einer grossen Zahl Nebenclichés zum Druck fertig gestellt, so dass die Ausgabe im Frühling dieses Jahres erfolgen kann.

1005. Sitzung vom 3. Dezember 1904.

Abends 8 Uhr im Physikzimmer des städt. Gymnasiums.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 45 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **E. König** hält einen **„Experimentalvortrag über elektro-akustische und optische Resonanzapparate, Frequenzmesser, Ferntourenmelder“** etc.

Der Vortragende demonstrierte eine Anzahl von Frequenzmessern, welche von der Firma Hartmann und Braun, A.-G. in Frankfurt a./M. in entgegenkommender Weise für diesen Vortrag zur Verfügung gestellt worden waren. Die Instrumente enthalten eine Anzahl fertig abgestimmter, skalenartig angeordneter Stahlzungenfedern von unveränderlicher Tonhöhe. Unter den pulsierenden Kraftwirkungen eines lamellierten Magneten, der durch Wechselstrom oder intermittierenden Gleichstrom erregt werden kann, gerät nur diejenige Zunge

in Resonanzschwingungen, deren Eigenschwingungszahl mit der Frequenz des Erregerstroms übereinstimmt. Die Kurvenformen der zur Verwendung gelangenden Ströme wurden mit der Braunschen Kathodenstrahlenröhre gezeigt. Die Vorführung und Erläuterung obengenannter Apparate in verschiedener Ausführung, sowohl für die akustische wie die optische Wahrnehmung der Erscheinungen, bildeten das Haupttraktandum des Abends. Ausserdem noch demonstrierte der Vortragende die Wirkungsweise des Eisenvorschaltwiderstandes in den Nernstlampen, welcher bei Spannungsschwankungen die Rolle eines Regulators für konstante Stromstärke spielt; ferner wurde vorgewiesen die Konkurrentin der Nernstlampe, die Osmiumglühlampe von Auer, sowie ein Drehspulspiegelgalvanometer von Hartmann und Braun in Frankfurt mit zwei unabhängigen Wickelungen, dessen Leistungsfähigkeit durch eine Anzahl ausgewählter Versuche, namentlich theromelektrischer, gezeigt wurde; bei diesem Anlass wurde auch aufmerksam gemacht auf die bequeme Verwendung der neueren Formen der Nernstlampe (als Ersatz für die sonst gebräuchlichen Glühlampen mit geradem Kohlenfaden) für die objektive Ablesung von Spiegelinstrumenten.

1006. Sitzung vom 17. Dezember 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. Ed. Fischer. Anwesend: 27 Mitglieder.

1. Hr. **Thomann** spricht über **„Chemie und Bakteriologie im Dienste der Trinkwasserhygiene“.**

Mit den Fortschritten der allgemeinen Hygiene ist auch dem Trinkwasser vermehrte Aufmerksamkeit geschenkt worden, da man dasselbe als Verbreiter gewisser Infektionskrankheiten erkannt hat.

In verschiedener Weise und unter Zuhilfenahme verschiedener Wissenschaften hat man versucht, sich ein Urteil über den hygienischen Wert eines Wassers zu bilden. Ausgehend von einer blossen Sinnenprüfung, glaubte man zunächst in der **Chemie** das Mittel zum genannten Zweck gefunden zu haben. Die chemische Untersuchung erstreckt sich gewöhnlich auf Bestimmung

des Trockenrückstandes,
des Glührückstandes,
der Härte,
der organischen Substanz
von Chlor und Salpetersäure und

den Nachweis von freiem, sog. anorg. Ammoniak, albuminoidem Ammoniak, Schwefelsäure und salpetriger Säure.

Wenn auch noch heute die chemische Untersuchung des Trinkwassers — soweit sie hygienischen Zwecken dienen soll — in derselben Weise ausgeführt wird, so hat man auch andererseits auf ihr anhängende Mängel längst aufmerksam gemacht, von denen der grösste wohl der ist, dass wir durch die chemische Analyse nicht imstande sind, die Erreger der Infektionskrankheiten in einem Wasser nachzuweisen. Und doch wäre dieser direkte Nachweis das sicherste Kriterium für die Brauchbarkeit eines Wassers. Man hoffte nun in der sich immer mehr entwickelnden jüngsten Wissenschaft, der

Bakteriologie, das Mittel gefunden zu haben, ein allfälliges Vorkommen von gesundheitsschädlichen Bakterien im Wasser bequem nachweisen zu können. Zunächst gab die Bakteriologie die Möglichkeit, dass man sich über die Zahl der in einem Wasser vorkommenden Bakterien ein Bild machen konnte, und zwar geschah das durch die von Koch begründete Zählmethode durch Gelatineplatten, die im Prinzip noch heute angewendet wird und namentlich bei der Kontrolle von künstlichen Filtern unentbehrlich geworden ist. Wenn auch bekannt ist, dass sich auf der Nährgelatine nicht alle in einem Wasser wirklich vorhandenen Keime entwickeln, und wenn andererseits durch dieses Plattenverfahren allfällig vorhandene anaërobe Arten nicht zur Entwicklung gebracht werden können, so leistet die bakteriologisch-quantitative Untersuchung in der Hand eines geübten Bakteriologen und Hygienikers nicht zu verkennende Dienste.

Schwieriger und oft noch unmöglich ist der Nachweis von pathogenen Bakterien, speziell von Typhuskeimen im Wasser.

Die Bakteriologie hat hierin die von ihr erwarteten Leistungen noch nicht in befriedigender Weise erfüllt. In der Praxis muss man sich deshalb darauf beschränken, die Frage der Möglichkeit des Hineingelangens von pathogenen Keimen in das Wasser einer Quelle oder eines Brunnens zu beantworten. Dies werden wir aber nur dann erreichen, wenn wir neben wiederholten chemischen und bakteriologischen Untersuchungen, die unter Berücksichtigung der verschiedenen Witterungsverhältnisse und Jahreszeiten auszuführen sind, noch ein drittes Hülfsmittel, die sog. Lokalinspektion zu Rate ziehen. Wir verstehen hierunter die genaue Besichtigung der Herkunft, der Lage und Umgebung einer Quelle, einer Wasserader. Das ist der Standpunkt, den die Hygiene zur Zeit einnimmt bei der Beurteilung eines Trinkwassers. Ein Beweis, dass man noch nicht — wie vor allem Pettenhofer und seine Schüler — geneigt ist, zu glauben, dass Trinkwasser und Infektionskrankheiten (spez. Typhus und Cholera) nichts miteinander zu tun hätten. Auch der von Emmerich in München in ganz jüngster Zeit ausgesprochenen Flagellaten-Theorie stehen wir zur Zeit noch etwas skeptisch gegenüber, sie bedarf vor allem noch der Bestätigung und Erdauerung von Seite anderer Forscher.

Verzeichnis der Mitglieder

der

Bernischen naturforschenden Gesellschaft

(Am 31. Dezember 1904)

Vorstand.

Prof. Dr. *A. Heffter*, Präsident.
Prof. Dr. *Ed. Fischer*, Vize-Präsident.
B. Studer, jun., Apotheker, Kassier seit 1875.
Prof. Dr. *J. H. Graf*, Redakteur der Mitteilungen seit 1883.
Dr. *Th. Steck*, Bibliothekar und Geschäftsführer des Lesezirkels.
Dr. *H. Rothenbühler*, Sekretär.

Mitglieder.

		Eintrittsjahr
1.	*Allemann*, J., Arzt, Zweisimmen	1898
2.	*Allemann*, O., Dr. phil., Chemiker, Liebefeld, Bern	1904
3.	*Anderegg*, Ernst, Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern	1891
4.	*Badertscher*, Dr. A., Vorsteher der Knab.-Sekundarschule Bern	1888
5.	*Balmer*, Dr. Hans, Bern	1886
6.	*Baltzer*, Dr. A., Professor der Mineralogie und Geologie, Bern	1884
7.	*Beck*, Dr. Gottl., Lehrer des Freien Gymnasiums, Bern	1876
8.	*v. Benoit*, Dr. jur. G., Bern	1872
9.	*Benteli*, A., Professor und Rektor, Bern	1869
10.	*Benteli*, A., Buchdrucker, Bern	1891
11.	*Berger*, F., Assistent am med. chem. Institut, Bern	1904
12.	*Blom*, A., stud. phil., Bern	1904
13.	*Bohren*, A., Dr. phil., Seminarlehrer, Bern	1901
14.	*Böschenstein*, K., Gymnasiallehrer, Bern	1904
15.	*Brunner* von Wattenwyl C., Dr. phil., Hofrath, Wien	1846
16.	*Büchi*, Fr., Optiker, Bern	1874
17.	*Bürgi*, Dr. med., Bern	1904
18.	*Buri*, Dr. phil., Kreistierarzt, Laupen	1895
19.	*v. Büren*, Eug., allié von Salis, Sachwalter, Bern	1877
20.	*Coaz*, Dr., eidgenössischer Oberforstinspektor, Bern	1875
21.	*Conrad*, Dr. Fr., Arzt, Bern	1872
22.	*Crelier*, Dr., Priv. Doc., Lehrer am Technikum Biel	1902
23.	*Daut*, K., Apotheker, Bern	1[illegible]
24.	*Dick*, Dr. Rud., Arzt, Bern	1876
25.	*Droz*, Arnold, Kantonsschullehrer in Pruntrut	1890
26.	*Dubois*, Dr. med., Arzt, Professor, Bern	1884
27.	*Dumont*, Dr. med. F., Arzt, Professor, Bern	1890
28.	*Dutoit*, Dr. med., Arzt, Bern	1867

29. *Eberhard,* Dr. phil., Lehrer am Gymnasium Biel . . 1902
30. *Eguet,* Jules, Dr. med., Corgémont 1898
31. *Einstein,* Alb., Mathematiker a. d. Patent-Amt, Bern . . 1903
32. *Engelmann,* Dr., Apotheker in Basel 1874
33. *Farner,* Dr. A., Apotheker 1899
34. *v. Fellenberg,* R. Dr. med., Arzt, Bern 1904
35. *Fischer,* Dr. phil. Ed., Professor der Botanik, Bern . . 1885
36. *Fischer,* Dr. L., Honorar-Professor, Bern 1852
37. *v. Freudenreich,* Dr. E., Bern 1885
38. *Friedheim,* Dr. Prof., Bern 1897
39. *Geering,* Ernst, Dr. med., Reconvillier 1898
40. *Gerber,* Dr. E., Seminarlehrer, Bern 1902
41. *de Giacomi,* J., Dr. med., Arzt und Privatdozent, Bern . 1889
42. *Girard,* Prof. Dr. med., Arzt, Genf 1876
43. *Graf,* Dr. J. H., Professor der Mathematik, Bern . . 1874
44. *Gressly,* Alb., Oberst, Maschinen-Ingenieur, Bern . . 1872
45. *Grimm,* J., Präparator, Bern 1876
46. *Gruner,* Dr. Paul, Professor, Gymnasiallehrer. Bern . . 1892
47. *v. Grünigen,* Sekundarlehrer, Bern 1902
48. *Guillebeau,* Professor Dr., Bern 1878
49 *Gurwitsch,* Dr., Priv. Doc., Anat. Institut 1902
50. *Haaf,* C., Droguist, Bern 1857
51. *Haas,* Dr. med., Sigismund, Arzt in Muri bei Bern . . 1890
52. *Häni,* Rud., Dr. med., Arzt in Köniz 1900
53. *Hartmann,* Dr. phil., Mathemat. a. Eisenbahndepartement, Bern 1898
54. *Heffter,* Dr. A., Prof. der med. Chemie u. Pharmakologie . 1899
55. *Held,* Leon, Chef des eidgen. topograph. Bureaus, Bern . 1879
56. *Helgers,* cand. phil., Bern 1902
57. *Heller,* Dr. phil., Assistent a. Institut f. Infektionskrankheiten Bern 1904
58. *Hellmann,* Boris, stud. phil., Bern 1903
59. *Henneberger.* M. Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . 1904
60. *Huber,* Dr. G., Professor der Mathematik, Bern . . 1888
61. *Huber,* Rud., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1891
62. *Huber,* Rob. Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1904
63. *Hug,* Otto, Dr. phil., Bern 1897
64. *Hugi, E.,* Dr. phil., Assistent am geolog. Institut, Bern . 1900
65. *Isenschmid,* Moritz, Dr. phil., Bern 1903
66. *Jacky,* Ernst, Dr. phil., Münsingen 1901
67. *Jadassohn,* Dr. Prof., Bern 1897
68. *Jenner,* E., Entomolog, hist. Museum, Bern . . . 1870
69. *Jensen,* O., Dr. phil., Direktor, Liebefeld, Bern . . . 1904
70. *Jonquière,* Dr. med. Georg, Arzt in Bern . . . 1884
71. *Juillerat,* Lehrer am Technikum Biel 1902
72. *Käch,* P., Sekundarlehrer in Bern 1880
73 *Kesselring,* H., Lehrer an der Sekundarschule in Bern . 1870
74. *Kissling,* Dr. E., Sekundarlehrer und Privatdozent, Bern . 1888
75. *Kohi,* Dr., Rektor der Kantonsschule Pruntrut . . . 1878
76. *Kocher,* Dr., Professor der Chirurgie, Bern . . . 1872
77. *von Kostanecki,* Dr., Professor der Chemie, Bern . . 1896
78. *König,* Ed., Dr. med., Bern 1903
79. *König,* Emil, Dr. phil., Gymnasiallehrer u. Dozent, Bern . 1893

80. *Körber,* H., Buchhändler, Bern, ... 1872
81. *Kraft,* Alex., Besitzer des Bernerhofs, Bern . . . 1872
82. *Kræmer,* Prof. Dr., Bern 1903
83. *Krebs,* A., Dr. phil., Seminarlehrer, Bern . . . 1888
84. *Kronecker,* Dr. H., Professor der Physiologie, Bern . . 1884
85. *Kummer,* Dr. med. J., Arzt, Bern 1890
86. *Kürsteiner,* Dr. med., Bern 1904
87. *La Nicca,* Dr. med. R., Arzt, Bern 1899
88. *Langhans,* Prof. Dr., Bern. 1904
89. *Lang-Zschokke,* Dr. med., Arzt, Bern 1904
90. *Lanz,* Dr. Em., Arzt, Biel 1876
91. *Leist,* Dr. K., Lehrer an der Sekundarschule, Bern . 1888
92. *Lerch,* M., Professor Dr., Freiburg 1898
93. *v. Lerber,* A., Dr. med., Arzt, Laupen 1898
94. *Lindt,* Dr. med. W., Arzt und Dozent, Bern . . . 1888
95. *Lory,* C. L., Rentier, Münsingen 1894
96. *Lüscher,* E., Dr. med., Bern 1895
97. *Lütschg,* J., gewesener Waisenvater, Bern . . . 1872
98. *Mai,* Dr. Jul., P.-D. der Chemie 1902
99. *Meisser,* Benedikt, Dr. med., Bern 1903
100. *Mooser,* W., Dr., Bern 1901
101. *Moser,* Ch., Professor Dr., Bern 1884
102. *Müller,* Emil, gew. Apotheker, Bern 1882
103. *Müller,* Professor Dr. P., Bern 1888
104. *Mützenberg,* Dr. med. Ernst, Spiez 1885
105. *Nanny,* Dr. Wilhelm, Arzt, Bern 1890
106. *Nicolet,* L., Pharmacien, St. Imier 1892
107. *Noyer,* E., Prof. Dr. Bern 1904
108. *Pfister,* J. H., Mechaniker, Bern 1871
119. *Philippson,* A., Professor Dr., Bern 1904
110. *Pillichody,* A., Adjunkt des eidg. Oberforstinspektorats Bern 1904
111. *Rohr,* K., Dr. med., Arzt, Bern 1904
112. *Rothen,* G., Sekundarlehrer, Bern 1900
113. *Rothenbühler,* H., Dr. phil., Gymnasiallehrer in Bern . 1896
114. *Rubeli,* Dr. O., Professor in Bern 1892
115. *Rüfenacht,* Ed., Bern 1904
116. *Sahli,* Professor Dr. H., Bern 1875
117. *Sauter,* Dr. J., Ingenieur, Bern 1900
118. *Schachtler,* Jacques, Tiefbohr-Ingenieur, Bern . . . 1903
119. *Schaffer,* Prof. Dr., Kantonschemiker, Bern . . . 1878
120. *Schapiro,* Dr. J., Bern 1900
121. *Schär,* O., Dr. med., Bern 1904
122. *Schlachter,* Dr., Gymnasiallehrer, Bern 1884
123. *Schmid,* Dr. W., Oberst, Oberinstruktor der Artillerie, Bern 1891
124. *Schneider,* Otto, Assistent am botan. Institut, Bern . . 1903
125. *Schönemann,* Dr., Bern 1902
126. *Schürch,* Otto, Dr. phil., Zahnarzt, Langnau . . . 1898
127. *Schwendimann,* F., Prof. Dr., Bern 1904
128. *Sidler,* Dr., Honorar-Professor, Bern 1856
129. *Siegrist,* Prof. Dr., Bern 1904
130. *v. Speyr,* Dr. Prof., Direktor der Waldau 1898

Spiess, Otto, Dr., Assistent in Trappes (France) . . 1901
Stäger, Rob., Dr. med., Bern 1898
Steck, Th., Dr. phil., Konservator am Naturhist. Museum Bern 1878
Steck, Leo, stud. phil., Bern 1904
Steiger, Hans, Oberstleutnant, Bern 1897
Steinegger, Rud., Dr., I. Assistent, Liebefeld, Bern . . 1902
Stooss, Max, Professor Dr. med., Arzt, Bern . . . 1883
Strasser, Dr. Hans, Professor der Anatomie, Bern . . 1872
Strelin, Alexander, Dr. med., Arzt, Bern 1898
Studer, Bernhard, sen., Bern 1844
Studer, Bernhard, Apotheker, Bern 1871
Studer, B., Dr. phil., Apotheker, Bern 1904
Studer, Dr. Theophil, Professor der Zoologie, Bern . . 1868
Studer, Jakob, Sekundarlehrer, Bern 1903
Studer, Wilhelm, Apotheker, Bern 1877
Tambor, J., Dr. phil., Prof., Chem. Laboratorium . . 1894
Tanner, G. H., Apotheker, Bern 1882
Tavel, Professor Dr. E., Bern 1892
Thomann, Dr., Apotheker, Bern 1901
Tièche, M. Arzt, Bern 1903
Truninger, E., Assistent Liebefeld, Bern 1901
v. Tscharner, Dr. phil. L., Oberst, Bern 1874
Tschirch, Dr. A., Professor der Pharmakognosie, Bern . 1890
Valentin, Ad.. Professor Dr. med., Arzt, Bern . . . 1872
Volz, Walther, Dr. phil., Privat-Dozent, Bern . . . 1903
Volz, Wilhelm, Apotheker, Bern 1887
Wäber-Lindt, A., Dr. phil., Bern 1874
Walker, R., Dr. med., Arzt, Waldau 1904
Walthard, Max, Dr. med. Prof., Arzt, Bern . . . 1894
v. Wattenwyl-v. Wattenwyl, Jean, Oberst, Bern . . 1877
Wurth, Theoph., Dr. phil., Sekundarlehrer, Bern . . 1903
Wüthrich, Dr. phil. E., Direktor der Fabrik Neuenegg . 1892
Wyss, Dr. G., Buchdrucker, Bern 1887
Wyttenbach-v. Fischer, Dr., Arzt, Bern 1872
Zeerleder-v. Fischer, Alt-Forstmeister, Bern . . . 1904
Zeller, R., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1893
Zimmermann, K. W.. Prof. Dr., Bern 1903
Zimmermann, E., Sekundarlehrer, Bern 1904
Zumstein, Prof. Dr. med., J. J., in Marburg . . 1885

Mitgliederzahl auf 31. Dezember 1904: 170.

Im Jahre 1904 ausgetreten:

tach, Alfred, Bern.
r, G., Vorsteher in Hindelbank.
mund, Oberst, Ingenieur, Zürich.
n, G., Dr., Sekundarlehrer, Bern.
i, H., Dr. med., Thun.

ein unteres mittleres Seitenstück (f). Typisch für jede Spezies ist aber immer die unpaarige Carina (g). In seltenen Fällen kommt noch eine Subcarina vor und häufiger auch ein Rostrum, beide unpaarig. Doch wurden diese letztern Schalenplatten nur bei recenten Formen bis jetzt beobachtet.[1]) Hœk hat eine Einteilung der recenten Formen nach rein äussern Merkmalen aufgestellt. Nach dieser Einteilung gehört unsere Spezies zu den Formen, deren Carina winklig geknickt ist, die einen spitzen Wirbel (Umbo) besitzen, der vom eigentlichen Apex ziemlich weit entfernt ist und deren Schalen vollkommen verkalkt sind. Eine fossile Form Scalpellum magnum Wood weist alle diese Merkmale auf. Sie besitzt dreizehn Schalenstücke und zeigt eine überaus grosse Ähnlichkeit mit den am Belpberge vorkommenden Fossilien. (Siehe Abbildg. No. V.) Auch unter den recenten Formen kommen eine Anzahl Spezies vor, welche die oben erwähnten Charaktere sehr ausgeprägt besitzen, nämlich Scalpellum vulgare Leach und Scalpellum ornatum Gray mit rudimentärem Rostrum und ferner Scalp. Peronii Gray und Scalp. rostratum Darwin mit Rostrum und Subcarina. Sc. Stroemii Sars, Sc. carinatum, recurvirostrum und compressum Hœk, welche auch zu dieser Gruppe gehören, haben weniger Ähnlichkeit, ihre Carinen sind von den unserigen verschieden.

Siehe Challenger Report Part XXV. Hœk Cirripedia (Seite 63 und 64).[2])

Von den sieben für fossile Formen typischen Schalenplatten ist es mir bis jetzt gelungen, zwei der charakteristischsten aufzufinden, nämlich die Carina und das rostrale Seitenstück. Beide genügen, um die Gattung sicher festzustellen und auch Rückschlüsse auf die Spezies zu ziehen.

I. Carina. Siehe Abbildg. I B. u. A. II B. u. A. u. III.

Bei unserem Fossil entspricht der Umbo dem dicksten Teile der Schale; an dieser Stelle kreuzen sich auch die beiden Schenkel, welche den oben erwähnten Winkel[3]) der Abknickung bilden. Der Umbo befindet sich auf dem dritten Teile der Gesamtlänge. Der untere Teil der Schale ist stärker abgerundet als der obere, der

[1]) Was natürlich ihr Vorkommen bei fossilen Arten nicht ausschliesst.

[2]) A monograph on the subclass Cirripedia the pedunculated Cirripedes. Tafel V und VI.

[3]) Der Winkel beträgt etwa 130°.

in den Apex ausläuft. An den Exemplaren vom Belpberge lässt sich ferner auf beiden Seiten eine Kante beobachten, welche bis gegen die Basis ausläuft und einen dreieckigen obern Teil (tectum) von einem mehr dachförmig, nach unten gelegenen seitlichen Teil (parietes) abgrenzt. In allen diesen Punkten stimmt Darwins Abbildung der Carina von Scapellum magnum Wood. mit unsern Exemplaren überein. Darwins Abbildungen und Text beschreiben ferner noch eine zweite Kante, welche von dem oben erwähnten dreieckigen Feld jederseits die äussersten Partien (Interparietes) abgrenzt und vom Umbo bis in die Nähe der abgerundeten Basis verläuft. Diese Kante konnte ich an keinem unserer Exemplare beobachten.[1]) — Siehe Abbildg. V (g) und vergleiche damit Fig. I A u. B, II A u. B u. Fig. III. Ferner ist der ganze Bau unserer Carinen weniger massig, das heisst eleganter. Die Länge der Schale beträgt 4 cm, die Höhe beim Umbo etwa 3 bis 4 mm.

Es ist sowohl eine vom Umbo radiär ausstrahlende Längsstreifung vorhanden als auch eine um die ganze Schale herum verlaufende cirkuläre Streifung. — (Anmerkung: Über das Wachstum der Schalen siehe Darwin, Weithofer etc.)

II. Das rostrale Seitenstück. Fig. IV A, B, Fig. V (c).

Das rostrale Seitenstück ist kaum 1 cm gross. Es ist in die Länge gezogen und verbreitert sich ganz allmählich von der Spitze bis zum abgerundeten Ende der Schale. Die Vorderseite ist mit Streifen konzentrischer Natur bedeckt. Auf der Rückseite befindet sich eine ovale Fläche, von der ein schnabelartiger Fortsatz nach vorn abbiegt, der mit der oben erwähnten Spitze identisch ist. Dieser Fortsatz beträgt ein Drittel der Gesamtlänge. Die untere Seite dieses Fortsatzes zeigt gegen die Spitze verlaufende Kerblinien, welche sich in der Mitte schneiden und wahrscheinlich die Ausläufer der auf der Vorderseite geschilderten konzentrischen Streifung bilden. Der Umbo befindet sich in der Nähe des Apex. Im ganzen stimmt das rostrale Seitenstück vollständig mit der in Darwins Abhandlung gegebenen Abbildung überein.[2])

Da die Schalenstücke, welche sonst am meisten Verschiedenheiten aufweisen, so grosse Ähnlichkeit haben, werden sich die

[1]) Der Querschnitt erhält dadurch ein anderes Aussehen, und darin besteht der Hauptunterschied zwischen dem Scalp. magnum und den Fossilien vom Belpberge.

[2]) Siehe Darwin: a monograph on the fossil Lepadidæ, Tab. I.

doch ist dieselbe im ganzen zierlicher gebaut als die am Belpberge vorkommende. Da doch im grossen und ganzen Verschiedenheiten bestehen mit dem Scalpellum magnum Wood. und die oben erwähnten recenten Spezies bedeutendere Verschiedenheiten aufweisen, so schlage ich Ihnen vor, die Spezies vorläufig als neu unter dem Namen Scalpellum Studeri n. spec. nach Herrn Prof. Studer in Bern benannt in das Verzeichnis der Tierreste des schweizerischen Helvetians aufzunehmen.

Den HH. Prof. Mayer in Zürich, Prof. Steinmann in Freiburg im Breisgau und Prof. Studer in Bern spreche ich meinen verbindlichsten Dank aus für die mir erteilten Ratschläge.

Benützte Literatur.

A monograph on the fossil Lepadidæ or pedunculated cirripedes of Great Britain, 1851, by Charles Darwin.

A monograph on the fossil Balanidæ and Verrucidæ, 1854, by Charles Darwin.

Darwin a Monograph on the subclass Cirripedia. The Lepadidae: Ray society 1854. Vol. I.

Zittel: Handbuch der Palaeontologie. II. Basel 1885.

Reuss: Über eine neue oligocäne Scalp.-Art. Sitzungsberichte der k. Akad. der Wissensch. Wien 1861.

Reuss: Über fossile Lepadiden. Sitzungsbericht der k. Akad. der Wissensch. Wien 1864.

1. Lepadiden-Reste aus dem Oligocaen;
2. Miocæne Lepadiden-Reste;
3. Lepadiden der böhmischen Kreide;
4. Lepadiden aus der Mucronatenkreide von Nagorzani.

Fischer-Ooster. Über die Fossilien im Steinbruche Stockern. Pag. 213. Mitteilungen der Berner Nat.-F. Gesellschaft 1861. Isidor Bachmann, Die in der Umgebung Berns vorkommenden versteinerten Tierreste 1867.

Mayer: Systematisches Verzeichnis der marinen Arten der helvetischen Stufe der Schweiz und Schwabens 1872. Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz.

Hœk: The voyage of H. M. J. Challenger; Report on the cirripedia Part XXV Volume VIII. 1883.

Kissling. Die versteinerten Tier- und Pflanzenreste der Umgebung Berns 1890.

Weithofer: Bemerkungen über eine foss. Scalpellum-Art aus dem Schlier von Ottmang und Kremsmünster. Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanstalt 1887.

Marsson: Die Cirripedien und Ostracoden der weissen Schreibkreide der Insel Rügen 1880.

Mitteilungen aus dem N. W. V. von Neuvorpommern und Rügen.

Bosquet: Monographie des crustacés fossiles du terrain crétacé du duché de Limburg 1854.

Seguenza: Ricerche paleontologiche intorno ai Cirripedi Terziarii della Provincia di Messina 1873 und 1876.

Beide letztangeführten Werke waren mir nicht zugänglich.

Studer: Über decapode Krebse aus den marinen Molasse-Ablagerungen des Belpberges. Abhandlungen der schweizerischen Palaeontologischen Gesellschaft. Vol. XIX. 1892. Vol. XXV. 1898.

Bertrand 1893. Note sur trois espèces du genre Scalpellum du calcaire grossier des environs de Paris. Bul. soc. géol. de France. 3 s. t. XIX plg. XIII.

Nachtrag: Das nach Abschluss dieser kleinen Mitteilung von mir aufgefundene Untere Mediale Seitenstück entspricht vollkommen den Voraussetzungen. Es hat den Umbo im obern Drittel der Gesamtlänge der Schale. — Ich muss ferner noch darauf aufmerksam machen, dass sowohl die Terga als auch die Scuta unserer Balaniden bis jetzt unbekannt geblieben sind, somit die Spezies noch ganz unsicher sind. Das Scalpellum Studeri ist daher die bestcharakterisierte Cirripedien-Art aus dem schweizerischen Helvetian.

Erklärung der Figuren.

I. Carina von Scalpellum Studeri n. spec. von der Seite gesehen.
   A. Natürliche Grösse.
   B. Zweimal vergrössert.

II. Carina von Scalpellum Studeri n. spec. von oben gesehen.
   A. Natürliche Grösse.
   B. Zweimal vergrössert.

III. Etwas schematisierte Abbildung von der Carina mit Querschnitten

IV. Rostrales Seitenstück.
   A. Von unten.
   B. Von der Seite.

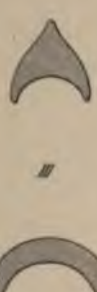
V. Darwins Abbildung von Scalpellum magnum Wood.
   a. Scutum.
   b. Tergum.
   c. Rostrales Seitenstück.
   d. Carinales Seitenstück.
   e. Oberes mittleres Seitenstück.
   f. Unteres mittleres Seitenstück.
   g. Carina.

IIB

IB

IIA

IA



II

A

IV

B

Gez. u. Lith. R. Armbruster & Söhne, Bern.

P. Gruner.

Dämmerungserscheinungen im Jahre 1903.

Die Dämmerungserscheinungen haben seit dem Sommer 1902 von neuem das Interesse der Naturfreunde auf sich gezogen. Ein kurzer Überblick derselben wurde bereits in einer früheren Arbeit (siehe diese Mitteilungen 1903 p. 1) gegeben. — Dem aufmerksamen Beobachter mussten sich bald eine Anzahl von Fragen aufdrängen, deren Beantwortung ein über längere Perioden sich ausdehnendes Beobachtungsmaterial verlangt. Es schien deshalb wertvoll, die Beobachtungen so regelmässig wie möglich fortzusetzen und dieselben in gedrängter Übersicht chronologisch geordnet zusammenzustellen.

Freilich können die nachfolgenden Angaben nicht auf absolute Vollständigkeit Anspruch erheben. Der Zeitpunkt der Dämmerungsphänomene ist oft ziemlich unbequem gelegen, so dass zeitweise eine regelmässige und besonders eine ungestörte Beobachtung nicht zu Stande kommt. Die meisten Beobachter pflegen nur diejenigen Daten anzugeben, an denen sie eine schöne Abendröte konstatierten; damit bleibt aber dahingestellt, ob an den nicht angegebenen Abenden trotz klaren Himmels keine auffallende Dämmerung eintrat, oder ob die meteorologischen Verhältnisse das Auftreten derselben von vorneherein verhinderten, oder ob die Beobachtung überhaupt ausgeblieben ist. Deshalb hielt ich es für wesentlich, die Angaben in der Weise zu vervollständigen, dass jedesmal bemerkt wird, ob eine Beobachtung einfach ausgeblieben ist, oder ob eine solche wegen der Witterung unmöglich war. Allerdings wird dadurch die ganze Tabelle etwas schwerfälliger, aber es darf nicht vergessen werden, dass ein Nichterscheinen des Purpurlichtes bei völlig klarem Abendhimmel wenigstens ebenso wichtig ist zur Klärung der Ursachen der Abendröte, als das Auftreten der glanzvollsten Himmelsfärbungen.

In Kürze sei hier noch der bekannte normale Verlauf der Dämmerungserscheinungen beschrieben. Aus denselben wird

hervorgehen, auf welche Punkte bei der Beobachtung hauptsächlich Gewicht gelegt wurde.

Die untergehende Sonne ist von einer intensiv weiss glänzenden Aureole, die sich allmählich hinter dem westlichen Horizont heruntersenkt, umgeben. Kurz nach Sonnenuntergang erscheinen daselbst in ziemlich weiter Ausdehnung gelbliche, oft rötliche Färbungen, die sich in langen Streifen dem Horizonte auflagern, höchstens einige Grade über ihn sich erheben und, in weisslichen (ausnahmsweise grünlichen) Tönen ausklingend, sich im Himmelsblau verlieren. Diese streifenförmigen Gebilde, die den Anfang und das Ende der Dämmerungserscheinung bilden, sollen in ihrer Gesamtheit als Horizontal-Streifen (Hor.-Str.) bezeichnet werden. Zehn bis zwanzig Minuten nach Sonnenuntergang — einige Zeit nachdem die weissliche Aureole ebenfalls untergegangen ist, und nur noch die matt gelblichen Hor.-Str. die Gegend des Sonnenunterganges kennzeichnen — bildet sich in ziemlicher Höhe über dem Horizont ein mattrötlicher Schimmer aus, der bald an Helligkeit und Ausdehnung zunimmt. In der Regel erscheint dieser schön purpurrot leuchtende Schimmer in Gestalt eines wohlausgebildeten Kreissegmentes, das sich oft ganz scharf von dem Hor.-Str. abhebt. Es ist das erste Purpurlicht, die charakteristische Erscheinung der Dämmerung, die mit ihrem milden, rosafarbigen Lichte die ganze Landschaft in ein farbiges Bild verwandelt. Nach 5—10 Minuten erreicht das Purpurlicht seine grösste Intensität, beginnt aber oft schon vorher, erst langsam, dann rascher herunterzusinken. Es scheint hinter dem Hor.-Str. unterzugehen, immerhin sich mit demselben allmählich verschmelzend. Der anfangs matte Hor.-Str. erglänzt dabei in lebhafteren Farben, die oft intensiv golden oder glühend feuerrot nüanciert sind. Oft glüht derselbe noch lange nach Untergang des Purpurlichtes weiter, oft allerdings erlischt sein Glanz sehr bald; mit dem letzten Vergehen der Rötung dieses Streifens erreicht die Dämmerung ihr definitives Ende. Allerdings bildet sich manchmal 10—15 Minuten nach Erlöschen des ersten Purpurlichtes ein zweiter, mehr violettrot leuchtender Schimmer über den letzten Spuren des Hor.-Str., es ist das zweite Purpurlicht, das an Glanz und Ausdehnung hinter dem ersten bedeutend zurücksteht, aber dessen Zeitdauer oft nicht gering ist.

Interessant ist es, den Reflex dieser Färbungen am Ost-Himmel, insbesondere an der schönen Kette unserer Berner-Alpen zu verfolgen. In dem Masse, als die Sonne unter den West-Horizont sinkt, erhebt sich über dem östlichen Horizont eine stahlgraue Wand, der Erdschatten. Ein breites, rosafarbiges Band umsäumt ihn, die sog. Gegendämmerung, die sich oft noch ziemlich hoch über dem Horizonte nachweisen lässt. Der Schein der letzten, die Alpen noch treffenden Strahlen beleuchtet die Bergspitzen in mehr oder weniger intensivem Rot, je nach dem Dunst der Atmosphäre; dieser Schein bildet das gewöhnliche Alpenglühen. Ist dasselbe erloschen, so erscheinen die Alpen in blassgrauen Farben (sog. Leichengrau), die aber in der Regel nur kurze Zeit andauert, um bald wieder einer neuen Erhellung Raum zu lassen. Diese Aufhellung der Alpen wurde durchwegs konstatiert; unter günstigen Umständen ist eine Rosafärbung der Alpen unverkennbar gewesen; aber das eigentliche Nachglühen konnte nicht konstatiert werden, ausgenommen vielleicht am 23. November.

Auf Grund dieser Bemerkungen ist die Zusammenstellung der Dämmerungserscheinungen, die vom Februar 1903 bis Februar 1904 in Bern beobachtet wurden, wohl ohne weiteres verständlich. — Bei den Beobachtungen wurde mehr Gewicht darauf gelegt, den allgemeinen Charakter der Erscheinung festzustellen (namentlich auch das Auftreten des roten Hor.-Str. womöglich bis zuletzt zu kontrollieren), als bestimmte numerische Angaben (exakte Zeitbestimmung, genaue Fixierung der Höhe und Ausdehnung) zu liefern; dieselben sind überhaupt bei dem schwankenden Charakter des Phänomens nur in angenäherter Weise möglich.

Die Zeitangaben beziehen sich auf die mitteleuropäische Stundenzonenzeit. Der Moment des Sonnenunterganges wurde hin und wieder ermittelt, ist aber bei dem unregelmässigen Charakter des westlichen Horizontes nutzlos; statt dessen wurden die nach dem «Annuaire du bureau des longitudes» berechneten Sonnenuntergangszeiten eingesetzt (die atmosphärische Refraktion ist dabei berücksichtigt). Wo es nötig schien, deuten einige Angaben den allgemeinen Himmelszustand an.

Zusammenstellung.

Febr. 5.

5 35 (Sonnenuntergang).

5 45 Noch keine Rötung im W. Normaler Hor.-Str.

5 50 Mattes Purpurlicht in geringer Höhe.

5 55 Purpurlicht hell, nicht sehr ausgedehnt, nicht sehr hoch.

6 — Purpurlicht sinkt. Hor.-Str. werden purpurfarbig.

6 05 Letzte Spur des Purpurlichtes.

6 20 Färbung der Hor.-Str. unmerklich.

Febr. 6. Beobachtung unvollkommen; gut entwickeltes Purpurlicht.

6 20 Hor.-Str. noch rot gefärbt.

6 30 Letzte Färbung verschwunden.

Febr. 7. Beobachtung unvollkommen.

6 — Letztes intensives Segment des Purpurlichtes sichtbar.

6 15 Hor.-Str. noch rot gefärbt.

6 35 Letzte Färbung verschwunden.

Febr. 8. Stratus im W. Intensive Karminfärbung derselben. Nach 6 Uhr noch Rötung des Himmels hinter den Wolken.

Febr. 9. Abends bewölkt; eintretendes Tauwetter.

Febr. 10. Beobachtung unvollkommen.

6 05 Sehr schönes, ausgebreitetes, hohes Purpurlicht.

6 10 Purpurlicht erblasst und sinkt.

6 15 Feurige Färbung der Hor.-Str.

6 20 Immer noch feurige Färbung.

Febr. 11.

5 44 (Sonnenuntergang) — Himmel ausserordentlich klar.

5 50 Goldgelbe Hor.-Str.

5 55 Beginn des Purpurlichtes. — Intensive Gegendämmerung über den Alpen.

6 08 Max. des Purpurlichtes, sehr intensiv, ziemlich hoch.

6 12 Starke Abnahme des Purpurlichtes. Hor.-Str. feuerrot. — Gegendämmerung verschwunden.

6 15 Purpurlicht untergegangen, Hor.-Str. intensiv goldfarben. — Alpen noch matt rosa.

6 20 Hor.-Str. noch feurig. Darüber klarer Himmel.

6 30 Hor.-Str. noch glutrot. Andeutung eines zweiten Purpurschimmers darüber.

6 40 Noch schmaler Glutstreifen. Zweites Purpurlicht fort.

6 46 Noch letzte Rötung im W.

Febr. 12.

5 46 (Sonnenuntergang) — Himmel und Alpen ausserordentlich klar.

5 55 Normaler Hor.-Str. — Intensive Gegendämmerung über den Alpen.
6 — Beginn des Purpurlichtes.
6 10 Purpurlicht intensiv, nicht sehr ausgedehnt, deutlich abgehoben über dem grünlich-weissen Streifen. Darunter matter Hor.-Str. — Alpen überraschend klar, deutlich rosafarbig.
6 15 Purpurlicht intensiv, tief gesunken. Hor.-Str. intensiv gelbrot. — Alpen noch klar.
6 20 Purpurlicht untergehend. Matt roter Hor.-Str.
6 30 Schmaler Hor.-Str. Darüber klarer Himmel.
6 40 Schwache Rötung: Zweites Purpurlicht.
6 55 Noch letzte Spuren der Rötung.

Febr. 13.

5 48 (Sonnenuntergang) — Himmel gegen Abend klar werdend; Alpen unsichtbar.
6 02 Beginn des Purpurlichtes.
6 10 Schwaches, wenig ausgedehntes Purpurlicht.
6 15 Fächerbildung; das Purpurlicht wird durch einen breiten, stark gegen den Horizont geneigten, nach S. gerichteten, klarblauen Streifen fächerartig geteilt.
6 20 Purpurlicht untergegangen. Matter Hor.-Str.

Febr. 14.—15. Bewölkt.

Febr. 16. Partielle Aufheiterung des Himmels.
6 15 Hinter den Cumuli erscheint der Himmel schön gerötet.

Febr. 17.—18. Beide mal unvollkommene Beobachtung.
Um 6 15 beide mal ein schönes Purpurlicht.

Febr. 19.

5 58 (Sonnenuntergang) — Alpen ausserordentlich klar.
6 12 Beginn des Purpurlichtes. — Alpen hell rosafarbig; dahinter deutlicher Erdschatten.
6 20 Purpurlicht wunderschön, sehr intensiv, ziemlich ausgedehnt, gut abgehoben über dem weisslichen Hor.-Str. — Alpen sehr hell, rosafarbig.
6 25 Purpurlicht sinkt rasch, wird noch intensiver. Hor.-Str. orangefarbig. — Alpen noch prächtig.
6 30 Purpurlicht untergegangen. Hor.-Str. feuerrot. — Alpen matt rosa.

Febr. 20. W. Himmel partiell durch Stratus bedeckt. Verschiedene Rotfärbungen desselben und des dahinterliegenden Hor.-Str.

Febr. 21.—23. W. Himmel mehr oder weniger bedeckt.

Febr. 24.

6 05 (Sonnenuntergang) —Himmel und Alpen sehr klar; nur vereinzelte Wolken.

6 10 Hor.Str. gelb bis orange gefärbt. Keinerlei Auftreten irgendwelcher Rosafärbung über dem Hor.-Str. — Berge stets klar und rosafarbig, wenn auch nur matt.

6 35 Hor.-Str. sehr matt.

Febr. 25.—28. W. Himmel mehr oder weniger bedeckt.

März 1.—3. Bedeckt und Regen.

März 4.

6 17 (Sonnenuntergang)

6 38 Beginn eines schwachen Purpurlichtes.

6 42 Purpurlicht sinkt, nicht intensiv. Hor.-Str. hellgelb.

6 50 Purpurlicht untergegangen. Hor.-Str. orangegelb.

7 05 Noch letzte Spuren von Rötung.

März 5. u. 6. Bedeckt und Regen.

März 7.

6 20 (Sonnenuntergang) — Alpen und Himmel klar.

6 37 Matter Hor.-Str. Keinerlei Rötung darüber.

6 45 » » » » »

6 55 Sehr matter Hor.-Str. » » »

März 8.—9. Bedeckt.

März 10.

6 24 (Sonnenuntergang) — Klarer Himmel, dunstiger Horizont, Alpen kaum sichtbar.

6 30 Dunstiger Hor.-Str., unten grau.

6 42 Mattrosafarbiger Hor.-Str. Keinerlei Purpurlicht.

6 45 Hor.-Str. sehr matt » »

6 50 » » äusserst matt » »

März 11. Genau wie am 10. März; etwas mehr Stratus am Himmel.

März 12. Bedeckt. Geringe Rötung zwischen den Wolken.

März 13. Beobachtung ausgeblieben; Himmel sehr klar.

März. 14. Bei klarem Himmel ähnliche Erscheinung wie am 10. März.

März 15.—18. Bedeckt oder bewölkt.

März 19.—20. Beobachtung ausgeblieben; Himmel meist sehr klar.

März 22.

6 42 (Sonnenuntergang) — Himmel sehr klar; Berge klar; warme Witterung.

6 55 Beginn des Purpurlichtes.

7 Intensives, dunkelgefärbtes Purpurlicht, deutlich sich von den schön gelben Hor.-Str. abhebend; aber nicht sehr hoch, nicht sehr ausgedehnt.

7 05 Purpurlicht senkt sich, verschmelzt sich mit den sich rot färbenden Hor.-Str.

7 10 Purpurlicht untergegangen. Hor.-Str. schön rot.
7 30 Letzte Spuren der Rötung.

März. 23. Unvollkommene Beobachtung.
Prächtiges Wetter. Um 7 Uhr dunkles Purpurlicht.

März 24. Bewölkt.

März 25. Dunstiger Horizont. 7 Uhr 10 keinerlei Rötung.

März 26.—31. Bewölkt bis bedeckt.

April 1.—5. Bewölkt bis bedeckt.

April 6.
7 03 (Sonnenuntergang) — Horizont dunstig.
7 10 Matt rosafarbiger Hor.-Str.
7 23 Mattes, wenig ausgedehntes Purpurlicht, nicht deutlich getrennt vom Hor.-Str.
7 30 Desgleichen.
7 32 Purpurlicht erloschen. Hor.-Str. schön rot.
7 43 Letzte Rötung verschwunden. Eigenartige Grünfärbung des Horizontes.

April 7. Keine Beobachtung — klarer Himmel.

April 8.—10. Bewölkt bis bedeckt (am 9. nicht beobachtet)

April 11.
7 10 (Sonnenuntergang) -- Himmel im Laufe des Tages sich aufheiternd.
7 10 Mattroter Hor.-Str.
7 23 Mattes, kaum bemerkbares Purpurlicht, unmittelbar über dem Hor.-Str.
7 27 Desgleichen.
7 30 Hor.-Str. noch schön rot.
7 45 Letzte Rötung verschwunden.

April 12.—30. Durchwegs bedeckter Westhimmel, Schnee etc. — nur vereinzelte Aufheiterung, deshalb nicht beobachtet.

Mai 1.—9. Bewölkt bis bedeckt, Regen etc.

Mai 10.—23. Beobachtungen sind ausgeblieben.

Mai 24. Unvollkommene Beobachtung.
8.20—8.35 prächtiges, intensives, ziemlich ausgedehntes Purpurlicht.

Mai 25.—Juni 30. Beobachtungen sind ausgeblieben.

Juli 1.—31. Der Monat Juli war durchwegs regnerisch; deshalb keine Beobachtungen.
So viel erinnerlich wurden keine auffallenden Dämmerungserscheinungen beobachtet.

August 1. Schön ausgebildetes Purpurlicht — von Grindelwald aus gesehen.

August 2. Regen.

August 3. Nicht beobachtet.

August. 4.

7 57 (Sonnenuntergang) — prächtiges Wetter.
8 06 Purpurlicht schon begonnen.
8 10 Intensive Gegendämmerung im O. Alpen rosafarbig.
8 15 Purpurlicht intensiv. Hor.-Str. darunter grünlich, dann golden.
8 18 Purpurlicht glänzend, aber nicht sehr ausgedehnt. Hor.-Str. golden. — Gegendämmerung erloschen; Alpen noch hell rosa.
8 22 Purpurlicht sinkt und verschmelzt sich mit dem Hor.-Str., wird noch intensiver. — Alpen noch rosafarbig.
8 30 Purpurlicht erloschen. Hor.-Str. noch rot.

August 5.

7 56 (Sonnenuntergang) — prächtiges Wetter; Beobachtung summarisch.
8 12 Purpurlicht schon begonnen.
8 15 Schönes Purpurlicht; nicht deutlich abgehoben von dem Hor.-Str.
8 30 Purpurlicht noch vorhanden.
9 — Noch Rötung im Westen.

August 6. Beobachtung ausgeblieben.

August 7.

7 53 (Sonnenuntergang) — Alpen bedeckt.
8 — Noch kein Purpurlicht.
8 12 Purpurlicht begonnen — schöne Gegendämmerung über dem östlichen Wolkenstreifen.
8 20 Schönes, intensives Purpurlicht; am obern, hohen Rande fächerförmig.
8 25 Purpurlicht sinkt, verschmelzt sich in goldenen Tönen mit dem Hor.-Str.
8 30 Ende des Purpurlichtes. Horizont noch goldfarbig.

August 8.

7 52 (Sonnenuntergang) — Alpen partiell bedeckt, im Süd-West kleine Wolkenwand.
8 03 Beginn des Purpurlichtes, ziemlich hoch — schöne Gegendämmerung.
8 08 Mattes Purpurlicht — Gegendämmerung verschwunden.
8 12 Purpurlicht ziemlich schön.
8 17 Purpurlicht matt.
8 20 Purpurlicht fast erloschen; Hor.-Str. matt.
8 30 Hor.-Str. kaum noch mattgelb.

August 9.—10. Bedeckt oder bewölkt; geringe Rötung am 10. August.

August. 11. Schöner Sonnenuntergang hinter einer Wolkenwand im Westen. Prächtige Aureole; Andeutungen eines bräunlichen Randes (Bishop'scher Ring?). — Unbedeutendes Purpurlicht.

August 12. Bedeckt.

August 13. Partiell bewölkt. Zeitweise geringe Rötung wahrgenommen.

August 14.—19. Bewölkt.

August 20. Partiell bewölkt. 7.50 bis 8 Uhr schöne Purpurrötung hinter den Cumuli des West-Horizontes. — Alpen. klar, aber im Schatten.

August 21. Unvollkommene Beobachtung.
Im Westen Wolkenwand und daneben Cumuli.
Dahinter schöne Purpurrötung von 7.50 bis 8 Uhr.

August 22.—24. Bewölkt.

August 25. Bewölkt. Eigentümliche feuerfarbige Rötung hinter den Wolken.

August 26.

7 22 (Sonnenuntergang). Klarer Himmel, aber Alpen bedeckt, im Westen einige dunstartige Streifen.

7 38 Beginn des Purpurlichtes, sehr schwach.

7 40 Purpurlicht nimmt schon ab.

7 50 Letzte Rötung der Hor.-Str.

August. 27.

7 20 (Sonnenuntergang) Himmel überaus klar, aber zarter Duft über den Alpen. Intensive Sonnenaureole; Spuren eines braunen Ringes.

7 13 Gelblich-weisser Hor.-Str. Intensive Aureole darüber, sich gleichsam in den Streifen hineinsenkend. Rand der Aureole graubraun, Berge mattrosa.

7 15 Hor.-Str. gleichmässiger als vorhin; oft scheinen grünliche oder rötliche Nüancen aufzutreten — Stahlgrauer Erdschatten, hinter den Alpen, dieselben ein wenig überragend.

7 24 Hor.-Str. matt, weisslich. Süd-West-Horizont dunstig, schmutzig-rot. Alpen sehr matt, Spitzen noch rosa. — Darüber Erdschatten mit ziemlich breitem rosafarbigem Gegendämmerungsstreifen.

7 30. Purpurlicht tritt auf, schön, deutlich abgehoben über dem mattgelben Hor.-Str. — Berge deutlicher, Spitzen heller rosa schöne, breite Gegendämmerung.

7 33 Intensives Purpurlicht, ziemlich hoch, gut abgehoben — Gegendämmerung nicht mehr sichtbar. Alpen noch rosa.

7 35 Geringe Abnahme des Purpurlichtes.

7 37 Purpurlicht sinkt. — Auf einmal intensive, breite Gegendämmerung, in 2 Hor.-Str. getrennt; oben breit, intensiv, darunter schmaler grauer Streifen, darunter neue Rötung bis hinter die Alpen.

7 40 Purpurlicht verschmelzt sich mit dem goldgelben Hor.-Str.

7 42 Neue Purpurrötung, dunkelviolett, eher ausgedehnter als zuvor, gut abgehoben — Gegendämmerung noch intensiv wie vorhin.

7 44 Purpurlicht nimmt an Intensität zu. Andeutung einer Zerteilung in 2 Fächer.

7 45 Purpurlicht sehr intensiv — Gegendämmerung verschwunden.

7 46 Purpurlicht sinkt — Alpen kaum sichtbar hinter dem graubraunen Dunst, der nach oben gelblich gesäumt ist.

7 48 Purpurlicht sehr tief, aber prächtig violettrot.

7 50 Purpurlicht fast erloschen.

7 52 Noch Andeutung des einen, nach N. geneigten Purpurlichtfächers Hor.-Str. matt.

August 28.

Unvollkommene Beobachtung.

Fast identisch mit der gestrigen; dagegen Alpen klar, aber keine merkbare Gegendämmerung.

7 27 Beginn des Purpurlichtes.

7 37 Erneuerung des Purpurlichtes.

7 50 Ende des Purpurlichtes. — Auch fächerförmige Gestaltung.

Aug. 29. Bewölkt.

Aug. 30. Himmel und Alpen ausserordentlich klar — Beobachtung summarisch 7 30—7 50. Sehr intensives, glänzendes Purpurlicht, sehr ausgedehnt, sich hoch erhebend, deutlich abgehoben von den Hor.-Str. Keinerlei Andeutung von Fächergestalt. Deutliches Herabsinken und Sichverschmelzen mit dem Hor.-Str., der dabei intensiv golden wird. — Die Alpen leuchten noch lange in orangefarbigem Schimmer. — Keine eigentliche Gegendämmerung.

Gegen 8 Uhr: 2. Purpurlicht; dasselbe ist um 8¼ Uhr noch als roter Saum über dem weissgelben Hor.-Str. sichtbar.

Aug. 31.

7 13 (Sonnenuntergang) — Himmel und Alpen sehr klar.

7 15 1. Alpenglühen.

7 20 1. Alpenglühen. Gegendämmerung intensiv und breit.

7 22 Beginn des Purpurlichtes. — Alpen grau.

7 25 Purpurlicht. — Alpen gelblich.

7 30 Intensives, hellrotes Purpurlicht, hoch. — Alpen hell; deutliche Gegendämmerung.

7 33 Purpurlicht intensiv, fast goldfarbig. — Alpen sehr hell; Gegendämmerung verschwunden.

Beobachtung unterbrochen.

8 10 2. Purpurlicht sichtbar.

Sept. 1.

7 11 (Sonnenuntergang) — Himmel sehr klar; Alpen etwas dunstig.
7 13 1. Alpenglühen.
7 15 Alpen fast völlig erblasst. Gegendämmerung als matter, breiter Streifen.
7 16 Alpen matt grau.
7 18 Alpen matt grau. Erdschatten darüber.
7 20 Beginn des Purpurlichtes.
7 24 Purpurlicht. — Steigender Erdschatten, schöne Gegendämmerung, Alpen gelblich.
7 27 Intensives Purpurlicht, weit ausgedehnt, hoch; orangefarbige Töne Gegendämmerung sehr breit, aber matt. Erdschatten unmerklich.
7 30 Purpurlicht blendend hell, sehr hoch. — Ost-Himmel allgemein gelbrot, Alpen matt gelblichrot.
7 33 Purpurlicht glänzend, senkt sich in den goldenen Hor.-Str. herab.
7 35 Purpurlicht sinkt, Fächerbildung. — Ost-Himmel erblasst.
7 36 Purpurlicht sinkt rasch, mit 4—6 tiefen, fächerförmigen Einschnitten.
7 40 Purpurlicht untergegangen. Hor.-Str. rasch an Glanz verlierend.
8 00 Keine Rötung mehr.

Sept. 2.

7 09 (Sonnenuntergang). — Im O. Cirrostratus, im W. einzelne Cirren.
7 20 Cirren goldig. — Erdschatten hinter den Alpen; Alpen selber matt.
7 22 Beginn des Purpurlichtes. — Alpen heller, gelblich. Gegendämmerung.
7 25 Schönes, ausgedehntes Purpurlicht; darauf Cirrus. — Alpen rosa. Gegendämmerung matter.
7 27 Sehr schönes Purpurlicht. — Alpen sehr hell. Gegendämmerung fort.
7 30 Sehr schönes Purpurlicht. Cirrus fahlgelb. — Alpen matt.
7 31 Sehr schönes Purpurlicht. Fächerbildung. Fast längs dem Horizont geht ein intensiver grünlich-blauer Strahl, weit gegen Süden sich erstreckend.
7 33 Purpurlicht sinkt. Fächerbildung an der äussersten Peripherie.
7 37 Purpurlicht ist sehr tief.
7 39 Purpurlicht ist untergegangen.
7 40 Graubrauner Dunst an Stelle des Purpurlichtes.
7 44 Hor.-Str. ganz blass.

Sept. 3. Unvollkommene Beobachtung.

7 27 Sinkendes, mattes Purpurlicht.

7 31 Purpurlicht sehr tief.
7 35 Hor.-Str. noch matt gerötet.

Sept. 4.
7 05 (Sonnenuntergang).
7 15 Beginn des Purpurlichtes.
7 20 Mattes, wenig ausgedehntes Purpurlicht.
7 25 Abnahme des Purpurlichtes.
7 30 Purpurlicht ist erloschen.

Sept. 5. Partiell bedeckt. — Rötung hinter den Wolken zwischen 7.15 und 7.25.

Sept. 6. Nicht beobachtet.

Sept. 7. Bedeckt.

Sept. 8. Partiell bewölkt. Rötung hinter den Wolken in ziemlicher Höhe.

Sept. 9.
6 55 (Sonnenuntergang). — Himmel von Cumuli und Cirren erfüllt. Auftreten intensiver Wolkenfärbungen.
7 10 Rötung hinter den Wolken bis in erhebliche Höhe.
7 15 Rötung sinkt.
7 30 Rötung beendet; noch goldfarbige Hor.-Str.
7 37 Horizont unter den Wolken noch goldrot gefärbt. Noch Purpurrötung darüber.
7 53 Noch Andeutungen einer Rötung (2. Purpurlicht) hinter den Wolken.
8 00 Rötung beendet.

Sept. 10. Bewölkt. — Rötung hinter den Wolken.

Sept. 11. West-Himmel abends aufheiternd. Von 7 Uhr an klarer West-Himmel. Nicht die geringste Spur von Rötung; kaum merkbarer matter Hor.-Str.

Sept. 12—17. Bedeckt oder Regen.

Sept. 18. Nicht beobachtet.

Sept. 19.
6 36 (Sonnenuntergang). — Dunstiger Horizont.
6 40 Beginn der Gegendämmerung.
6 45 Beginn des Purpurlichtes.
6 50 Purpurlicht gut entwickelt, aber matt.
6 55 Purpurlicht sinkt.
7 00 Hor.-Str. dunkel purpurrot gefärbt.
7 05 Hor.-Str. kaum rot.

Sept. 20—24. Nicht beobachtet.

Sept. 25. Unvollkommene Beobachtung. Stratuswand am West-Horizont.
7 05 Schwache Rötung des Hor.-Str.
7 15 Matter, aber schöner Purpurschimmer.

7 20 Purpurschimmer noch vorhanden, aber matter.
7 25 Hor.-Str. noch matt rot.

Sept. 26.

6 21 (Sonnenuntergang). — Prächtiges Wetter; Alpen unsichtbar.
6 35 Schönes Purpurlicht. — Gegendämmerung verschwunden; Dunstschicht im O.
6 40 Intensives, helles, hoch aufsteigendes Purpurlicht. Goldnüancen.
6 45 Goldrotes Purpurlicht.
6 47 Goldrotes Purpurlicht, sinkt.
6 49 Purpurlicht intensiv, sehr tief; Fächerbildung.
6 50 Purpurlicht fast untergegangen. Hor.-Str. schmutzig rot.
6 55 Hor.-Str. dunkel, dunstig, am obern Rand mattgelb. Im O. Andeutung einer Rötung über der Dunstschicht.
7 00 Hor.-Str. fast verschwunden. — Später keine Rötung mehr (vgl. damit 25. Sept.).
9 30 Mond geht orangerot glühend unter.

Sept. 27.

6 18 (Sonnenuntergang). — Im O. Wolkenwand; im W. vereinzelte Wolken.
6 31 Beginn des Purpurlichtes, gut abgehoben, matte Hor.-Str.
6 35 Mattes Purpurlicht; Fächerbildung. Die Lage und Intensität der fächerartig ausgebreiteten Streifen ändert sich fortwährend.
6 40 Zwei breite rosafarbige Fächer.
6 44 Purpurlicht erloschen.
6 50 Hor.-Str. nur noch matt.

Sept. 28.

6 16 (Sonnenuntergang). — O. dunstig, im W. feine Wolkenspuren.
6 30 Mattes, nicht ausgedehntes Purpurlicht, nicht abgehoben von dem Hor.-Str.
6 35 Desgleichen, aber ein wenig besser abgehoben.
6 37 Purpurlicht sehr matt und tief.
6 40 Purpurlicht erloschen.
6 50 Hor.-Str. nur noch äusserst matt.

Sept. 29.

6 14 (Sonnenuntergang). — O. dunstig; im W. zahlreiche Cirrocumuli.
6 27 Matte Rötung hinter den Cirrocumuli.
6 30 Purpurlicht deutlich, abgehoben aber matt. Im O. Bergspitzen sichtbar, matt weissgelb.
6 34 Purpurlicht intensiver, senkt sich schon.
6 35 Purpurlicht sinkt rasch hinter grauen Wolkenfetzen.

Sept. 30. Am West-Himmel Wolken in ziemlicher Höhe über dem Horizont. Dahinter keinerlei Spur von Rötung.

Okt. 1. Bewölkt und Regen.

Okt. 2. Unvollkommene Beobachtung. — 6.10 Der West-Himmel ist prächtig klar; zwischen 6.20 und 6.30 zeigt sich ein wenig ausgedehntes, aber gut abgehobenes Purpurlicht, das sich fächerförmig teilt. Die Rötung im W. dauert noch lange an.

Okt. 3—4. Bewölkt.

Okt. 5—8. Nicht beobachtet.

Okt. 9.—13. Bedeckt oder Regen.

Okt. 14.

5 45 (Sonnenuntergang). — Himmel und Alpen ausserordentlich klar.

5 48 West-Himmel wie gewohnt. — Schönes Alpenglühen.

5 50 West-Himmel wie gewohnt. — Alpenspitzen noch glühend.

5 51 West-Himmel wie gewohnt. — Alpen nicht mehr erleuchtet.

5 53 West-Himmel wie gewohnt. — Deutliche Gegendämmerung über den noch gelblichen Alpen.

5 54 Beginn des Purpurlichtes. — Gegendämmerung und Erdschatten sehr gut ausgebildet.

5 57 Purpurlicht gut entwickelt, nicht sehr intensiv, ziemlich hoch. Hor.-Str. goldgelb. — Gegendämmerung matt. Alpen nicht mehr hell.

6 00 Purpurlicht noch recht hell; Auftreten eines matten Fächerstreifens.— Gegendämmerung verschwunden. Alpen rosafarbig.

6 03 Purpurlicht sehr schön. — Alpen deutlich rosafarbig.

6 06 Purpurlicht sinkt; Auftreten schöner Goldnüancen. Fächerstreifen deutlich.

6 08 Purpurlicht sinkt rasch; schöner Fächerstreifen.

6 10 Purpurlicht sehr tief. Alpen noch matt gelblich.

6 11 Purpurlicht erloschen.

Okt. 15.—18. Bewölkt und Regen.

Okt. 19. Nicht beobachtet. — Himmel ausserordentlich klar.

Okt. 20. Unvollkommene Beobachtung. 6.15 bis 6.20 Matter Purpurschimmer.

Okt. 21.

5 33 (Sonnenuntergang). — Einige Bewölkung; kleine Wolkenwand im W. Von 5.10 bis 6.10 keine Spur von Purpurlicht; kaum Andeutung eines matten Hor.-Str.

Okt. 22.—23. Regen.

Okt. 24.

5 27 (Sonnenuntergang). — Schmaler Wolkenstreifen über dem West-Horizont.

5 40 Keinerlei Rötung.

5 50 Schönes, aber sehr wenig hohes Purpurlicht.

6 00 Purpurlicht erloschen.

Okt. 25.—30. Nicht beobachtet.

Nov. 1.—7. Bedeckt.

Nov. 8. Unvollkommene Beobachtung.

5 20 Beginn des Purpurlichtes.

5 35 Ende des Purpurlichtes. Glänzende Hor.-Str. — Alpen lange rötlich.

Nov. 12. Nicht beobachtet.

Nov. 9.—22. Bewölkt, Schnee etc.

Nov. 23.

4 47 (Sonnenuntergang). — Klarer Himmel, klare Alpen; einige Cumuli.

5 00 Beginn des Purpurlichtes. — Alpen weiss; Wolken darüber schön rot.

5 05 Purpurlicht matt, gut abgehoben vom mattgelben Hor.-Str.

5 10 Purpurlicht prachtvoll. — Alpen hellrosa.

5 12 Purpurlicht sinkt, wird noch intensiver.

5 20 Purpurlicht sehr tief, aber noch sehr intensiv, dunkel violettrot.

5 26 Purpurlicht erloschen. Hor.-Str. feuerrot. — Alpen sehr hell, fast glühend.

5 30 Hor.-Str. noch intensiv rot.

5 35 2. Purpurlicht, violett-rot.

5 47 2. Purpurlicht sinkt.

5 53 2. Purpurlicht noch wahrnehmbar.

6 00 2. Purpurlicht erloschen.

Nov. 24.

5 00 Prächtige Wolkenbeleuchtung: zuerst orangefeuerrot, dann purpurrot.

5 10 Wolkenbeleuchtung matt.

5 15 Noch feuerfarbiger Hor.-Str. hinter den Wolken.

Nov. 25.—30. Bewölkt, Nebel.

Dez. 1.—3. Bedeckt.

Dez. 4. Nicht beobachtet, klarer Himmel.

Dez. 5.—6. Bedeckt.

Dez. 7. Partiell bewölkt. Nach 5 Uhr ein Purpurschimmer sichtbar über der Wolkenwand des West-Horizontes.

Dez. 8.—13. Bedeckt.

Dez. 14.—16. Nicht beobachtet.

Dez. 17.—31. Nebel.

1904

Januar Durchwegs neblig und bedeckt. — An allen Tagen, an denen der Himmel abends einigermassen nebelfrei war, zeigte sich doch nicht die geringste Spur eines Purpurlichtes, so z. B. am 9., 10., 18. 24.—28.

Febr. 1.—20. Desgleichen; am 6. Febr. ist der Himmel völlig klar. aber keinerlei Dämmerungserscheinung.

Febr. 21.

6 00 (Sonnenuntergang). — Einige Cumuli im W., sowie feine Cirren. Alpen sichtbar, zeitweise durch Stratus bedeckt.

6 12 Beginn des Purpurlichtes, matt, gut abgehoben. — Schönes Alpenglühen.

6 17 Schönes Purpurlicht, aber nicht sehr ausgedehnt. — Alpen bedeckt.

6 25 Schönes Purpurlicht, sinkt und verschmelzt sich mit dem Hor.-Str.

6 27 Pupurlicht wird dunkler und intensiver, sinkt rasch.

6 40 Hor.-Str. sehr schmal, aber intensiv goldrot.

6 50 Neues, dunkelviolettes Purpurlicht, nicht sehr hoch.

7 05 2. Purpurlicht noch sichtbar, aber matt.

Eine detaillierte Diskussion der vorliegenden Beobachtungen (die der Vollständigkeit halber bis zum neuesten Datum ausgedehnt wurden) scheint noch nicht zweckmässig, da das Material noch zu gering ist. Es sei nur bemerkt, dass im allgemeinen das Auftreten der Dämmerungserscheinungen in hohem Masse mit der Witterungslage verknüpft ist, sodass fast ausnahmslos ein gut entwickeltes Purpurlicht mit hohem Barometerstand und Auftreten einer Anticyclone im westlichen Gebiet (Frankreich, Spanien) zusammenfällt. Das Fehlen des Purpurlichtes bei klarem Himmel weist dagegen meist auf tieferen Barometerstand und bevorstehenden Witterungswechsel hin — oder es ist dann durch Bewölkung oder Nebelbildung in der Gegend des Sonnenunterganges bedingt. — Ein Zusammenhang der intensiveren Dämmerungsphänomene mit den Mondphasen scheint nicht nachweisbar.

Bern, 22. Februar 1904.

C. Friedheim und O. Allemann.

Über Permanganmolybdate.

(Eingereicht den 18. Febr. 1904.)

Durch Untersuchungen von Struve[1]), Péchard[2]), Rosenheim und Itzig[3]) sowie von Friedheim und Samelson[4]) ist eine grössere Reihe von Manganmolybdänverbindungen bekannt geworden, welche mit Chlorwasserstoffsäure übergossen, Chlor entwickeln, also ein höheres Oxyd des Mangans enthalten.

Struve versuchte die Darstellung von den Alaunen analog zusammengesetzten Molybdänverbindungen, welche an Stelle des Schwefelsäurerestes denjenigen der Molybdänsäure enthalten sollten. Er erhielt jedoch durch Behandeln wässeriger Lösungen von Para- oder Trimolybdaten mit den frisch gefällten Oxydhydraten des Aluminiums, Chroms und Eisens Verbindungen von dem allgemeinen Typus:

$$3\,R^{I}_{2}O,\ R^{III}_{2}O_3,\ 12\,MoO_3 + x\,H_2O,$$

wo $R^{I} = K$ oder NH_4; $R^{III} = Fe, Al, Cr$ ist.

Bei Anwendung von Manganoxydhydrat entstand kein analog zusammengesetzter, sondern ein Körper von der Formel

$$5\,R^{I}_{2}O,\ Mn_2O_3,\ 16\,MoO_3 + 12\,H_2O$$

$[R^{I} = K$ oder $NH_4]$.

Er erhielt die Verbindung in rubinroten, gut ausgebildeten, glänzenden Kristallen nicht nur beim Kochen einer Lösung von

[1]) Struve. Petersbg. Akad. Ber. 12, 142 und Journ. pr. Chem. (1854) 61. 449.

[2]) Péchard. Compt. rend. 125, 29—31.

[3]) Rosenheim und Itzig. Zeitschr. für anorg. Chemie (1898) Bd. 16 S. 76.

[4]) Friedheim und Samelson. Zeitschr. für anorg. Chemie (1900) Bd. 24 S. 65.

Para- oder Trimolybdaten des Ammoniums oder des Kaliums mit Manganoxydhydrat, sondern auch durch Einleiten von Chlor in die heisse Lösung eines sauren Molybdates unter allmählichem Zusatze von Manganosulfat bis die Intensität der Färbung der gemischten Lösungen nicht mehr zunimmt.

Unter Benutzung anderer Darstellungsmethoden wurde von Péchard eine neue Untersuchung über diese Manganmolybdänverbindungen angestellt.

Péchard wich hierbei von den Struveschen Darstellungsmethoden ab: er liess nämlich auf in Wasser suspendiertes Alkalimanganmolybdat, welches durch Umsetzen von Paramolybdat mit Manganosulfatlösung in der Wärme erhalten worden war, solange Kaliumpermanganat einwirken, bis die violette Färbung vollständig verschwunden war, oder er reduzierte die gemischten Lösungen eines sauren Molybdates und Kaliumpermanganat in der Siedehitze mittelst Alkohol oder Aldehyd und entfernte das ausgeschiedene höhere Oxyd des Mangans durch Filtration.

Nach beiden Methoden erhielt er gut ausgebildete, schön rotgefärbte Kalium- und Ammoniumverbindungen von der allgemeinen Formel:

$$3R^{I}_{2}O,\ MnO_2,\ 12MoO_3 + xH_2O.$$

Dieses Ergebnis weicht also beträchtlich von dem von Struve erhaltenen ab.

Als aber Rosenheim und Itzig[1]), die Péchard'schen Versuche wiederholten, gelang es ihnen nicht, dessen Resultat zu bestätigen. Als sie nach der erstgenannten Methode arbeiteten, erhielten sie einen Körper:

$$2[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10MoO_3 + 5H_2O$$

und durch Umsetzung desselben mit Kaliumchlorid einen solchen

$$2K_2O,\ MnO_2,\ 8MoO_3 + 5H_2O.$$

Da sich somit die von Struve, Péchard, Rosenheim und Itzig erzielten Ergebnisse in verschiedener Hinsicht widersprachen, unterzogen Friedheim und Samelson[2]) sämtliche Methoden einer gründlichen Nachprüfung. Rosenheim und Itzig war es beim Arbeiten nach der Péchard'schen Vorschrift nicht möglich, eine

[1]) l. c.
[2]) l. c.

kaliumfreie Ammoniumverbindung zu erhalten; deshalb suchten Friedheim und Samelson auf anderem Wege sowohl solche, als auch reine Kaliumverbindungen, darzustellen.

Dies gelang ihnen durch die Einwirkung von Wasserstoffdioxyd auf Gemenge von Ammoniumparamolybdat und Manganochlorid, wobei je nach den angewendeten Mengenverhältnissen und der Konzentration des benutzten Wasserstoffdioxydes verschieden zusammengesetzte Körper, die stets mehr oder weniger rot gefärbt sind, erhalten wurden.

Des weitern war es möglich, durch Umsetzung des von Muthmann entdeckten Ammoniumpermolybdates[1]) mit Manganochlorid, gleichfalls eine hierher gehörende, wiederum in der Zusammensetzung abweichende reine Ammoniumverbindung darzustellen.

Bei einzelnen dieser Körper führten die Analysen auf solche Resultate, die scharf zeigten, dass in ihnen nur Mangan in Form von «Dioxyd» vorhanden ist.

So entstand bei Anwendung von 2 ½ % Wasserstoffdioxyd die Verbindung

$$3[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9MoO_3 + 7H_2O,$$

bei solcher von 18 % Wasserstoffdioxyd der Körper

$$2[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 7MoO_3 + 5H_2O.$$

In andern Fällen ergab sich folgendes:

Bei der Berechnung des Verhältnisses zwischen disponiblem Sauerstoff und Mangan stellt sich mit aller Schärfe heraus, dass dasselbe ein solches ist, dass die Annahme, in den Körpern sei ein bestimmtes höheres Oxyd des Mangans, wie MnO_3 oder Mn_2O_3 etc. anzunehmen, unstatthaft erscheinen muss: eine rationelle Formel für die Totalzusammensetzung der Körper wird so nicht erhalten.

Wohl aber ist dies möglich, wenn man sämtliche Verbindungen als Derivate des Mangandioxyds betrachtet und die Annahme macht, dass der dieses übersteigende Betrag an Mangan als zweiwertiges Mangan einen Teil des Ammoniums oder Kaliums vertritt.

So entsteht z. B. bei Anwendung von 3 % Wasserstoffsuperoxyd eine Verbindung, die das Verhältnis $MnO : MnO_2 =$

[1]) Muthmann und Nagel. Zeitschr. für anorg. Chemie. Bd. 17 S. 73.

0.021 : 0.05 also weder Mn_2O_3 noch MnO_2 enthält, deren Molekularverhältnisse sich aber wie folgt berechnen:

$$[NH_4]_2O : MnO : MnO_2 : MoO_3 : H_2O$$
$$\underbrace{0.172 : 0.02}_{0.192} : 0.05 : 0.539 : 0.12$$
$$4 : 1 : 11 : 8$$

was zu der Formel

$$4\left[[NH_4]_2Mn\right]O, MnO_2, 11MoO_3 + 8H_2O$$
$$[NH_4]_2O : MnO = 8 : 1$$

führt.

Die hier gemachte Annahme muss nun vielfach zur Erklärung der noch weiter unten zu erwähnenden von Friedheim und Samelson beschriebenen Verbindungen herbeigezogen werden und findet sich in den Formeln dadurch ausgedrückt, dass das zweiwertige Mangan sich mit «NH_4 oder K» zusammen in einer eckigen Klammer verzeichnet findet und darunter das Verhältnis, in dem die Einzelelemente zu einander stehen, angegeben wird; so hat z. B. die von Friedheim und Samelson bei Umsetzung des Muthmann'schen Salzes mit Manganochlorid entstehende Verbindung die Formel:

$$4\left[[NH_4]_2Mn\right]O, MnO_2, 10MoO_3 + 16H_2O$$
$$[NH_4]_2O : MnO = 17 : 3.$$

Es wurden von Friedheim und Samelson kaliumfreie Ammoniumverbindungen, welche mit den früher beschriebenen nicht übereinstimmen, von folgender Zusammensetzung erhalten,

$2[NH_4]_2O, MnO_2, 7MoO_3$

$3[NH_4]_2O, MnO_2, 9MoO_3$

$4[(NH_4)_2Mn]O, MnO_2, 10MoO_3$; $[NH_4]_2O : MnO = 17 : 3$

$4[(NH_4)_2Mn]O, MnO_2, 11MoO_3$; $[NH_4]_2 : MnO = 8 : 1$.

Auch reine Kaliumverbindungen lassen sich auf diesem Wege darstellen, nämlich:

aus Kaliumparamolybdat, Manganochlorid und $2^1/_2$% Wasserstoffdioxyd

$$3K_2O, MnO_2, 8MoO_3 + 3H_2O$$

und mit 3% Wasserstoffdioxyd

$$4[K_2Mn]O, MnO_2, 11MoO_3 + 7H_2O$$
$$K_2O : MnO = 8 : 1.$$

Somit ist eine ganze Reihe der verschiedensten neuen Körper darstellbar, bei denen auf dieselbe Menge Mangandioxyd, 7, 8, 9, 10 oder 11 Moleküle Molybdäntrioxyd und 2, 3 oder 4 Moleküle Basis kommen, eine bestimmte Beziehung zwischen den drei Komponenten also nicht vorhanden ist.

Der von Friedheim und Samelson gewonnene Körper

$$3K_2O,\ MnO_2,\ 8MoO_3 + 3H_2O$$

ist bis auf den Wassergehalt identisch mit dem von Rosenheim und Itzig unter anderen oben angeführten Bedingungen gewonnenen; diese Forscher erhielten denselben bei der Umsetzung der Ammoniumverbindung

$$2[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10MoO_3$$ mit Kaliumchlorid.

«Hierbei tritt — nach Rosenheim und Itzig — einmal ein Übergang von Mn_2O_3 in MnO_2 im Sinne der folgenden Gleichung ein:

$$2[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10MoO_3 + 4KCl =$$
$$3K_2O,\ MnO_2,\ 8MoO_3 + 4NH_4Cl + MnO,\ 2MoO_3.$$

Er steht offenbar im Zusammenhange mit den Affinitätsverhältnissen der Bestandteile der Verbindungen, und es hat, sowohl nach diesem wie nach manchen ähnlichen Fällen zu schliessen, fast den Anschein, als ob in den Salzen sehr schwacher komplexer Säuren beim Wechsel des Kations das Anion in seiner Zusammensetzung sich der veränderten Affinität gewissermassen anpasst.»

Demgegenüber machen Friedheim und Samelson auf folgendes aufmerksam:

«Es sei bei den sauren Molybdaten eine häufig beobachtete Erscheinung, dass sie bei Umsetzung mit andern Salzen in andere Sättigungsstufen übergehen. Es sei nur daran erinnert, dass beispielsweise nach den Untersuchungen von Ullik[1]) die Tetramolybdate leicht Trimolybdate ergeben, dass das Ammoniumparamolybdat beim Umsetzen mit Kaliumchlorid umgekehrt in ein stärker saures Salz, nämlich in das Trimolybdat übergeht. Es bleibt also als der Erklärung bedürftig nur der angebliche Wechsel in der Oxydationsstufe und die behauptete Abhängigkeit der Zusammensetzung des Kations von derjenigen des Anions.»

[1]) Ullik, Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wissenschaften 55, 1867 und 57, 1869.

Diese Widersprüche klären die Verfasser wie folgt auf: Während Rosenheim und Itzig der von ihnen dargestellten Ammoniumverbindung die Zusammensetzung

$$2\left[(NH_4)_2K_2\right]O,\ Mn_2O_3,\ 10\,MoO_3$$

geben, ist die von Friedheim und Samelson dargestellte:

$$4\left[(NH_4)_2K_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$$

$$\text{mit } K_2 : (NH_4)_2 : \overset{II}{Mn} =$$

$$5 : 20 : 1$$

erstere also ein Derivat des Mangansesquioxydes, letztere ein solches des Mangandioxydes, welcher Unterschied aber sofort verschwindet, wenn man die oben wiedergegebene Auffassungsweise dieser Verbindung auf die erstere überträgt. Dieselbe stellt sich dann dar als

$$4\left[(NH_4)_2K_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$$

$$\text{mit } K_2 : (NH_4)_2 : \overset{II}{Mn}$$

$$1 : 1 : 1$$

Überlegungen, in Bezug auf welche auf die genannte Arbeit von Friedheim und Samelson verwiesen werden muss, machen es jedoch wahrscheinlicher, dass der von Rosenheim und Itzig erhaltene Körper die Zusammensetzung

$$2\left[(NH_4)_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$$

gehabt hat, sich also den bei **A, Ba** und **Bb** erhaltenen Verbindungen vollständig anreihen würde.

Bezüglich der von Péchard erhaltenen Körperklasse sind sie der Ansicht, dass es sich wahrscheinlich um Körper mit

$$4\left[\overset{I}{R_2}\,\overset{II}{Mn}\right]O,\ MnO_2,\ 11\,MoO_3$$

gehandelt habe. —

Diese Untersuchungen führen also zu der Erkenntnis, dass unzweifelhaft eine ganze Reihe von Manganimolybdaten existiert, nämlich die folgenden:

$$2(NH_4)_2O,\ MnO_2,\ 7\,MoO_3$$
$$3K_2O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3$$
$$3\left[(NH_4)_2K_2\right]O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3$$
$$3(NH_4)_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$$
$$3K_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$$

$3[K_2Mn]O,\ MnO_2,\ 9MoO_3$
$3[(NH_4)_2Mn]O,\ MnO_2,\ 10MoO_3$ [1])
$4[(NH_4)_2Mn]O,\ MnO_2,\ 10MoO_3$
$4[(NH_4)_2MnK_2]O,\ MnO_2,\ 10MoO_3$
$4[(NH_4)_2O,\ MnO_2,\ 11MoO_3$
$4[K_2Mn]O,\ MnO_2,\ 11MoO_3.$

Nun erscheint es nicht ausgeschlossen, dass noch andere hierhergehörende Körper existieren, da, wie bereits Friedheim und Samelson erwähnen, rote Permanganmolybdänverbindungen gleichfalls entstehen, wenn man:

1. Auf Manganisalze Molybdate einwirken lässt;
2. Gemenge von Molybdaten und Manganochlorid mit Persultaten oxydiert;
3. Gemenge von Molybdaten und Kaliumpermanganat mit schwefliger Säure reduziert.

Es war daher zunächst die Aufgabe dieser Arbeit, diese Fragen näher zu studieren.

I. Einwirkung von Manganiacetat auf Ammoniumparamolybdat.

Versetzt man 300 ccm einer 25 % wässerigen Lösung von Ammoniumparamolybdat mit 25 ccm einer 2.8 % Lösung von Manganiacetat[2]) in Eisessig gelöst, so färbt sich das Gemenge zunächst hellgelb. Sobald zum starken Sieden erhitzt wird, wird die vollständig klare Flüssigkeit mehr und mehr rot und nimmt schliesslich einen vollständig rubinroten Farbton an. Beim Erkalten derselben wurden rote, prachtvoll glänzende Rhomboeder erhalten, die abgesaugt, mit wenig kaltem Wasser gewaschen und auf Ton an der Luft getrocknet wurden.

---

[1]) Hier wäre wohl die von Rosenheim und Itzig hergestellte $K[NH_4]$ Verbindung einzuschieben.

[2]) Nach Christensen, Zeitschr. für. anorg. Chemie XXI, 164:

5 gr fein gepulvertes $KMnO_4$ werden in trockenem Kolben von 800 ccm Inhalt mit Eisessig übergossen. Die Mischung wird hierauf auf einem Drahtnetze langsam zum Sieden erhitzt bis zum Eintritt der Reaktion, die braune Reaktionsflüssigkeit nochmals aufgekocht und durch Glaswolle abgesaugt. Diese Flüssigkeit enthält das Manganiacetat.

Analysenergebnisse.[1])

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	In Prozenten
1.5314	titriert	9.30 $[NH_4]_2O$
0.8703	»	5.16 MnO_2
0.7093	0.5571 MoO_3	78.54 MoO_3
0.7093	0.0321 Mn_3O_4	4.53 Mn_3O_4 = 5.15 MnO_2

$[NH_4]_2O$: MnO_2 : MoO_3 : H_2O
0.1789 : 0.0593 : 0.5454 : 0.3888
3 : 1 : 9 : 6

	Berechnet für		Gefunden
$3[NH_4]_2O$	156	9.47	9.30
MnO_2	87	5.28	5.16
$9MoO_3$	1296	78.69	78.54
$6H_2O$	108	6.56	7.00 a. d. Diff.
	1647	100.00	

Die Verbindung hat also die Zusammensetzung

$$3[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9MoO_3 + 6H_2O$$

und weicht nur im Wassergehalt von dem aus Ammoniumparamolybdat, Manganochlorid und 2 ½ % Wasserstoffdioxyd erhaltenen Körper

$$3[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9MoO_3 + 7H_2O$$

und dem aus Ammoniumparamolybdat durch Kochen mit manganooxydhaltigem Mangandioxyd erhaltenen

$$3[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9MoO_3 + 8H_2O$$

ab. Der Wassergehalt dieser Körper hängt offenbar sehr von Konzentration und Krystallisationstemperatur der Flüssigkeit ab.

II. Oxydation mit Persulfaten.

A. Einwirkung von Ammoniumpersulfat auf ein Gemenge von Manganochlorid und Ammoniumparamolybdat.

Auf 1500 ccm einer kaltgesättigten 25 % wässerigen Ammoniumparamolybdatlösung liess man 150 ccm einer Lösung von

[1]) In Bezug auf die Analysenmethoden sei auf die Arbeit von Friedheim und Samelson verwiesen. Zeitschr. für anorg. Chemie, Bd. 24 S. 69 u. 70.

Manganochlorid, die im Liter 75 gr wasserfreies Salz enthielt, in der Kälte einwirken.

Die Flüssigkeit färbt sich hierbei zunächst infolge der Bildung eines Manganomolybdates gelb, diese Farbe bleibt auch bestehen, wenn man gleichfalls in der Kälte 150 ccm einer kaltgesättigten Ammoniumpersulfatlösung hinzufügt. Erhitzt man aber das Flüssigkeitsgemisch auf freier Flamme kräftig bis zum Sieden, so färbt sie sich bald unter starker Sauerstoffentwicklung und unter Ausscheidung von saurem Manganomolybdat intensiv dunkelrot. Dasselbe wird abfiltriert, worauf sich bald aus der Mutterlauge gelbrote, glänzende Kristalle ausscheiden, welche abgesaugt, mit wenig kaltem Wasser gewaschen und auf Ton an der Luft getrocknet werden.

Analysenergebnisse.

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozent	Mittel
0.8434	titriert	9.04 $[NH_4]_2O$	9.10 $[NH_4]_2O$
0.5543	»	9.17 »	
0.8454	0.0400 Mn_3O_4	4.79 Mn_3O_4	4.78 Mn_3O_4 = 5.45 MnO_2 = 0.29 MnO
0.5392	0.0257 »	4.77 »	
0.8454	0.6507 MoO_3	77.88 MoO_3	77.86 MoO_3
0.5392	0.4197 »	77.84 »	
0.4903	titriert	5.10 MnO_2	5.09 MnO_2
0.4504	»	5.08 »	

Daraus resultiert das Molekularverhältnis

$[NH_4]_2O$	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
0.1750	:	0.0041	:	0.0585	:	0.5407	:	0.4205
0.1791								
3	:	1	:	9	:	7		

und somit die Formel

$$3\left[[NH_4]_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3 + 7\,H_2O$$

$$[NH_4]_2 : \overset{II}{Mn} = 43 : 1$$

	Berechnet für		Gefunden
$^{105}/_{36}$ $[NH_4]_2O$	151.68	9.11	9.10
$^{2}/_{3}$ MnO	4.73	0.29	0.29
MnO_2	87.00	5.22	5.09
9 MoO_3	1296.00	77.81	77.86
7 H_2O	126.00	7.59	7.62 a. d. Differenz
	1665.41	100.02	

Arbeitet man in der oben beschriebenen Weise, vermindert jedoch den Molybdängehalt um $^{1}/_{4}$, so verläuft die Reaktion in gleicher Weise, nur wird ein in der Zusammensetzung von voriger Verbindung etwas abweichender Körper erhalten.

Analysenergebnisse.

An-gewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
0.6141	titriert	9.13 $[NH_4]_2O$	9.03 $[NH_4]_2O$
0.6223	»	8.92 »	
0.8706	0.0412 Mn_3O_4	4.73 Mn_3O_4	4.75 Mn_3O_4 = 5.41 MnO_2 = 0.21 MnO
0.8416	0.0401 »	4.77 »	
0.8706	0.6862 MoO_3	78.82 MoO_3	78.72 MoO_3
0.8416	0.6618 »	78.62 »	
0.5049	titriert	5.15 MnO_2	5.15 MnO_2
0.3734	»	5.14 »	

Hieraus ergibt sich das Molekularverhältnis

$[NH_4]_2O$: MnO : MnO_2 : MoO_3 : H_2O

0.1737 : 0.0029 : 0.0590 : 0.5465 : 0.3806

0.1766

3 : 1 : 9 : 6

August 12. Bedeckt.

August 13. Partiell bewölkt. Zeitweise geringe Rötung wahrgenommen.

August 14.—19. Bewölkt.

August 20. Partiell bewölkt. 7.50 bis 8 Uhr schöne Purpurrötung hinter den Cumuli des West-Horizontes. — Alpen. klar, aber im Schatten.

August 21. Unvollkommene Beobachtung.
Im Westen Wolkenwand und daneben Cumuli.
Dahinter schöne Purpurrötung von 7.50 bis 8 Uhr.

August 22.—24. Bewölkt.

August 25. Bewölkt. Eigentümliche feuerfarbige Rötung hinter den Wolken.

August 26.

7 22 (Sonnenuntergang). Klarer Himmel, aber Alpen bedeckt, im Westen einige dunstartige Streifen.

7 38 Beginn des Purpurlichtes, sehr schwach.

7 40 Purpurlicht nimmt schon ab.

7 50 Letzte Rötung der Hor.-Str.

August. 27.

7 20 (Sonnenuntergang) Himmel überaus klar, aber zarter Duft über den Alpen. Intensive Sonnenaureole; Spuren eines braunen Ringes.

7 13 Gelblich-weisser Hor.-Str. Intensive Aureole darüber, sich gleichsam in den Streifen hineinsenkend. Rand der Aureole graubraun, Berge mattrosa.

7 15 Hor.-Str. gleichmässiger als vorhin; oft scheinen grünliche oder rötliche Nüancen aufzutreten — Stahlgrauer Erdschatten, hinter den Alpen, dieselben ein wenig überragend.

7 24 Hor.-Str. matt, weisslich. Süd-West-Horizont dunstig, schmutzig-rot. Alpen sehr matt, Spitzen noch rosa. — Darüber Erdschatten mit ziemlich breitem rosafarbigem Gegendämmerungsstreifen.

7 30. Purpurlicht tritt auf, schön, deutlich abgehoben über dem mattgelben Hor.-Str. — Berge deutlicher, Spitzen heller rosa schöne, breite Gegendämmerung.

7 33 Intensives Purpurlicht, ziemlich hoch, gut abgehoben — Gegendämmerung nicht mehr sichtbar. Alpen noch rosa.

7 35 Geringe Abnahme des Purpurlichtes.

7 37 Purpurlicht sinkt. — Auf einmal intensive, breite Gegendämmerung, in 2 Hor.-Str. getrennt; oben breit, intensiv, darunter schmaler grauer Streifen, darunter neue Rötung bis hinter die Alpen.

7 40 Purpurlicht verschmelzt sich mit dem goldgelben Hor.-Str.

Analysenergebnisse.

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
0.5635	0.1594 K_2SO_4	15.39 K_2O	15.33 K_2O
0.6294	0.1787 »	15.35 »	
0.4285	0.0208 Mn_3O_4	4.85 Mn_3O_4	4.80 Mn_3O_4 = 5.44 MnO_2 = 0.44 MnO
0.4984	0.0237 »	4.76 »	
0.4285	0.3127 MoO_3	73.15 MoO_3	73.33 MoO_3
0.4984	0.3635 »	73.52 »	
0.3963	titriert	4.93 MnO_2	4.90 MnO_2
0.4501	»	4.86 »	

Es ergibt sich demnach das Molekularverhältnis:

K_2O	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
0.1630	:	0.0062	:	0.0566	:	0.5092	:	0.3282
1692								
3	:	1	:	9	:	6		

und die Formel

$$3\,[K_2Mn]O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3 + 6\,H_2O$$

$$K_2 : \overset{II}{Mn} = 24{,}5 : 1.$$

	Berechnet für		Gefunden
$^{13}/_{17}$ K_2O	270.94	15.34	15.33
$^{2}/_{17}$ MnO	8.35	0.46	0.44
MnO_2	87.00	4.91	4.91
9 MoO_3	1296	73.21	73.33
6 H_2O	108	6.10	5.93 a. d. Diff.
	1770.29	100.02	

Sept. 1.

7 11 (Sonnenuntergang) — Himmel sehr klar; Alpen etwas dunstig.
7 13 1. Alpenglühen.
7 15 Alpen fast völlig erblasst. Gegendämmerung als matter, breiter Streifen.
7 16 Alpen matt grau.
7 18 Alpen matt grau. Erdschatten darüber.
7 20 Beginn des Purpurlichtes.
7 24 Purpurlicht. — Steigender Erdschatten, schöne Gegendämmerung, Alpen gelblich.
7 27 Intensives Purpurlicht, weit ausgedehnt, hoch; orangefarbige Töne Gegendämmerung sehr breit, aber matt. Erdschatten unmerklich.
7 30 Purpurlicht blendend hell, sehr hoch. — Ost-Himmel allgemein gelbrot, Alpen matt gelblichrot.
7 33 Purpurlicht glänzend, senkt sich in den goldenen Hor.-Str. herab.
7 35 Purpurlicht sinkt, Fächerbildung. — Ost-Himmel erblasst.
7 36 Purpurlicht sinkt rasch, mit 4—6 tiefen, fächerförmigen Einschnitten.
7 40 Purpurlicht untergegangen. Hor.-Str. rasch an Glanz verlierend.
8 00 Keine Rötung mehr.

Sept. 2.

7 09 (Sonnenuntergang). — Im O. Cirrostratus, im W. einzelne Cirren.
7 20 Cirren goldig. — Erdschatten hinter den Alpen; Alpen selber matt.
7 22 Beginn des Purpurlichtes. — Alpen heller, gelblich. Gegendämmerung.
7 25 Schönes, ausgedehntes Purpurlicht; darauf Cirrus. — Alpen rosa. Gegendämmerung matter.
7 27 Sehr schönes Purpurlicht. — Alpen sehr hell. Gegendämmerung fort.
7 30 Sehr schönes Purpurlicht. Cirrus fahlgelb. — Alpen matt.
7 31 Sehr schönes Purpurlicht. Fächerbildung. Fast längs dem Horizont geht ein intensiver grünlich-blauer Strahl, weit gegen Süden sich erstreckend.
7 33 Purpurlicht sinkt. Fächerbildung an der äussersten Peripherie.
7 37 Purpurlicht ist sehr tief.
7 39 Purpurlicht ist untergegangen.
7 40 Graubrauner Dunst an Stelle des Purpurlichtes.
7 44 Hor.-Str. ganz blass.

Sept. 3. Unvollkommene Beobachtung.

7 27 Sinkendes, mattes Purpurlicht.

Molekularverhältnisse:

Anschuss I u. II: $[NH_4]_2O$: K_2O : MnO : MnO_2 : MoO_3 : H_2O

$$\underbrace{0.1763 : 0.0122 : 0.0039}_{0.1924} : 0.006 : 0.5331 : 0.3972$$

$$3 : 1 : 9 : 7$$

Anschuss III: $$\underbrace{0.1770 : 0 : 0.0022}_{0.1792} : 0.061 : 0.5482 : 0.3538$$

$$3 : 1 : 9 : 6$$

			Berechnet für		Gefunden
I. und II. Anschuss	$3\left[(NH_4)_2K_2, Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$	$[NH_4]_2 : K_2 : Mn = 45 : 3 : 1$	$^{54}/_{10}[NH_4]_2O$	153.47	9.10	9.17
			$^{4}/_{19}K_2O$	19 79	1.17	1.15
			$^{1}/_{19}MnO$	3.73	0.22	0.28
			MnO_2	87	5.18	5.22
			$9MoO_3$	1296	76.87	76.77
			$7H_2O$	126	7.47	7.35 a. d. Diff.
				1685.99	100.01	
III. Anschuss	$3\left[(NH_4)_2Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 6H_2O$	$[NH_4]_2 : Mn = 81 : 1$	$3.^{91}{}_{92}[NH_4]_2O$	154.09	9.35	9.18
			$3.^{1}{}_{92}MnO$	2.63	0.16	0.16
			$1\,MnO_2$	87	5.28	5.31
			$9MoO_3$	1296	78.65	78.94
			$6H_2O$	108	6.55	6.37 a. d. Diff.
				1647.72	99.99	

Übersicht über die Ergebnisse dieses Abschnittes.

Darstellungsmethoden	Formeln	Verhältnis der basischen Bestandteile
A) Aus $[NH_4]_6Mo_7O_{24}$ und $MnCl_2$ durch Oxydation mit $[NH_4]_2S_2O_8$	$3\left[(NH_4)_2Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$	$[NH_4]_2 : K_2 : Mn$ 43 : 0 : 1
B) Wie **A)** nur Molybdat um $^1/_4$ vermindert	$3\left[(NH_4)_2Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 6H_2O$	60 : 0 : 1

Darstellungsmethoden	Formeln	Verhältnis der basischen Bestandteile
C) Aus $[NH_4]_6 Mo_7 O_{24}$ und $MnCl_2$ mit $K_2S_2O_8$ oxydiert	$3\left[(NH_4)_2 K_2 Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$	45 : 3 : 1
Ca) Aus der Mutterlauge von **C)** auskristallisiert	$3\left[(NH_4)_2 Mn\right]O, MnO_2, 9Mo_3O + 6H_2O$	81 : 0 : 1
D) Aus $K_6 Mo_7 O_{24}$ und $MnCl_2$ mit $K_2S_2O_8$ oxydiert	$3\left[K_2 Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 6H_2O$	0 : 24.5 : 1

Bei der Oxydation mit Persultaten werden also durchwegs zu derselben Reihe gehörende Körper erhalten.

III. Reduktion von Gemischen von Paramolybdaten und Kaliumpermanganat mit schwefliger Säure.

A. Mit wässeriger schwefliger Säure.

309 gr Ammoniumparamolybdat ($[NH_4]_6 Mo_7 O_{24} + 4$ aq.) in bei 70—80° gesättigter wässeriger Lösung wurden mit einer bei derselben Temperatur gesättigten wässerigen Lösung von 55 gr Kaliumpermanganat versetzt und unter Aufrechterhaltung dieser Temperatur, solange wässerige schweflige Säure hinzugegeben, bis die ursprüngliche Färbung des Permanganates verschwunden und ein orangeroter Farbton eingetreten war.

Bei geringem Abkühlen schieden sich aus dieser Lösung sofort orangerote, kleine gut ausgebildete Kristalle aus, während die darüber stehende Lösung schliesslich nur noch ganz schwach rot gefärbt war. Sie ergab beim Eindampfen weisse Nadeln, d. h. saures Molybdat, welches nicht weiter untersucht wurde.

Zusammensetzung des Körpers.

Das abgesaugte mit wenig Wasser gewaschene, lufttrockene, rote Produkt hatte die Zusammensetzung:

$$3\left[(NH_4)_2 K_2 Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$$

$$(NH_4)_2 : K_2 : \overset{II}{Mn} = 70 : 34 : 3$$

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Gefunden in Prozenten	Mittel
0.8776	titriert	6.10 $[NH_4]_2O$	6.08 $[NH_4]_2O$
0.9293	»	6.07 »	
1.0287	0.0960 K_2SO_4	5.04 K_2O	5.32 K_2O
0.7314	0.0762 »	5.59 »	
1.1029	0.8333 MoO_3	75.68 MoO_3	75.87 MoO_3
0.5131	0.3902 »	76.06 »	
0.3656	titriert	5.08 MnO_2	5.07 MnO_2
0.3891	»	5.06 »	
1.1029	0.0536 Mn_3O_4	4.86 Mn_3O_4	4.81 Mn_3O_4 = 5.50 MnO_2 = 0.34 MnO
0.5131	0.0245 »	4.77 »	

Molekularverhältnisse.

$[NH_4]_2O$	:	K_2O	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
0.1169	:	0.0566	:	0.0048	:	0.0583	:	0.5268	:	0.4061
		0.1783								
		3			:	1	:	9	:	7

	Berechnet für		Gefunden
$^{35}/_{18}$ $[NH_4]_2O$	101.11	5.95	6.08
$^{17}/_{18}$ K_2O	88.80	5.23	5.32
$^{3}/_{36}$ MnO	5.94	0.35	0.34
MnO_2	87.00	5.10	5.07
9 MoO_3	1296.00	76.01	75.82
7 H_2O	126.00	7.39	7.39 a. d. Diff.
	1075.89	100.06	

Auch dieser Körper gehört also derselben Reihe wie die oben beschriebenen Verbindungen an.

Umkristallisation des Körpers.

Für die Beurteilung der Natur der vorliegenden Verbindungen ist die Beständigkeit des als «sauer» zu betrachtenden Gesamtkomplexes $MnO_2, 9MoO_3$ von Interesse und da hier, im Gegensatze zu den Ergebnissen früherer Versuche, grössere Mengen des Ausgangsproduktes mit Leichtigkeit erhalten werden konnten, war es möglich, durch Umkristallisation und Untersuchung der einzelnen Anschüsse festzustellen, ob überhaupt, und eventuell in welchem Sinne, eine derartige Verschiebung eintrete. Aus diesem Grunde wurde eine grössere Menge des Körpers in Wasser von 70—80° gelöst und die sich nach einander ausscheidenden Fraktionen untersucht.

Analysenergebnisse.

		Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente
Fraktion 1		0.7381	titriert	5.48 $[NH_4]_2O$
		0.7465	0.0936 K_2SO_4	6.77 K_2O
		0.7026	0.0347 Mn_3O_4	4.94 Mn_3O_4 = 5.63 MnO_2 = 0.49 MnO
		0.7026	0.5372 MoO_3	76.46 MoO_3
		0.3377	titriert	5.03 MnO_2
Fraktion 2[1])		0.7467	titriert	5.74 $[NH_4]_2O$
		1.1070	0.0931 K_2SO_4	4.54 K_2O
		0.4678	0.0230 Mn_3O_4	4.86 Mn_3O_4 = 5.54 MnO_2 = 0.42 MnO
		0.4078	0.3598 MoO_3	76.91 MoO_3
		0.3377	titriert	5.02 MnO_2
Fraktion 4	a.	0.8309	titriert	8.58 $[NH_4]_2O$ = 8.53 $[NH_4]_2O$
	b.	0.4000	»	8.48 »
	a.	1.2374	0.0623 Mn_3O_4	5.03 Mn_3O_4 = 4.93 Mn_3O_4 = 5.64 MnO_2 = 0.42 MnO
	b.	0.7351	0.0358 »	4.87 Mn_3O_4
	a.	1.2374	0.9702 MoO_3	78.40 MoO_3 = 78.34 MoO_3
	b.	0.2864	0.2342 »	78.28 »
	a.	0.5355	titriert	5.23 MnO_2 = 5.12 MnO_2
	b.	0.2864	»	5.01 »

[1]) Fraktion 2 und 3 sind identisch.

Molekularverhältnisse:

	$[NH_4]_2O$	K_2O	MnO	MnO_2	MoO_3	H_2O
Fraktion 1.	0.1054	0.072	0.0070	0.0578	0.5309	0.3144
		0.1844				
		3		1	9	6
Fraktion 2.	0.1106	0.0483	0.0071	0.0577	0.5341	0.3944
		0.1660				
		3		1	9	6
Fraktion 4.	0.1640	0	0.0059	0.0588	0.5440	0.4161
		0.1699				
		3		1	9	7

Daraus resultieren die Formeln:

Verhältnis der Basen		Berechnet für			Gefunden
Anschuss 1	$3\,[[NH_4]_2K_2Mn]O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3 + 6\,H_2O$	$3\frac{21}{37}[NH_4]_2O$	86.40	5.11	5.48
	$[NH_4]_2 : K_2 : \overset{II}{Mn} =$	$3\frac{14}{37}K_2O$	106.72	6.31	6.77
	63 : 42 : 4	$^4/_{37}\,MnO$	7.89	0.47	0.49
	15.7 : 10.5 : 1	MnO_2	87	5.14	5.03
		$9\,MoO_3$	1296	76.59	76.46
		$6\,H_2O$	108	6.38	5.77 a. d. Diff.
			1692.01	100.00	
Anschuss 2	$3\,[[NH_4]_2K_2Mn]O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3 + 6\,H_2O$	$3\cdot\frac{11}{17}[NH_4]_2O$	100.94	5.99	5.74
	$[NH_4]_2 : K_2 : \overset{II}{Mn} =$	$3\cdot\frac{5}{17}K_2O$	82.91	4.92	4.54
	33 : 15 : 2	$^2/_{17}\,.\,MnO$	8.35	0.49	0.52
	16.5 : 7.5 : 1	MnO_2	87	5.17	5.02
		$9\,MoO_3$	1296	77.00	76.91
		$6\,H_2O$	108	6.42	7.27 a. d. Diff
			1683.21	99.99	

Verhältnis der der Basen		Berechnet für			Gefunden
Anschuss 4	$3[(NH_4)_2Mn]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$	$[NH_4]_2 : K_2 : \overset{II}{Mn} = 27{,}3 : 0 : 1$	$3\frac{31}{34}[NH_4]_2O$	142.23	8.57	8.53
			$\frac{2}{17}MnO$	8.35	0.50	0.42
			MnO_2	87.00	5.24	5.12
			$9 . MoO_3$	1296.00	78.09	78.34
			$7 . H_2O$	126.00	7.60	7.58 a. d. Diff.
				1659.58	100.00	

Diese Ergebnisse lassen erkennen, dass bei der fraktionierten Umkristallisation des Körpers:

1. Das Verhältnis von Mangandioxyd zu Molybdäntrioxyd keine Verschiebung erleidet, der saure Gesamtkomplex also unter den geschilderten Bedingungen sehr beständig ist.
2. Die Acidität des sauren Gesamtkomplexes unverändert bleibt.
3. Eine Verschiebung des Verhältnisses der basischen Bestandteile zu einander in dem Sinne stattfindet, dass die ersten Anschüsse kaliumreicher werden, der letzte jedoch kaliumfrei wird.
4. Die Verbindung sich demnach in der Tat wie eine «isomorphe» Mischung eines Ammonium- Kalium- und Manganosalzes eines beständigen sauren Komplexes $MnO_2 \cdot 9MoO_3$ verhält.
5. Dass infolge des geringen Löslichkeitsunterschiedes der Ammoniumverbindung und Manganverbindung dieses sauren Complexes die Darstellung eines alkalifreien Manganopermanganimolybdates auf diesem Wege nicht gelingt.
6. Es konnte des weitern festgestellt werden, dass mit Steigerung des Ammoniumgehaltes eine intensivere Dunkelfärbung der verschiedenen Anschüsse stattfindet.

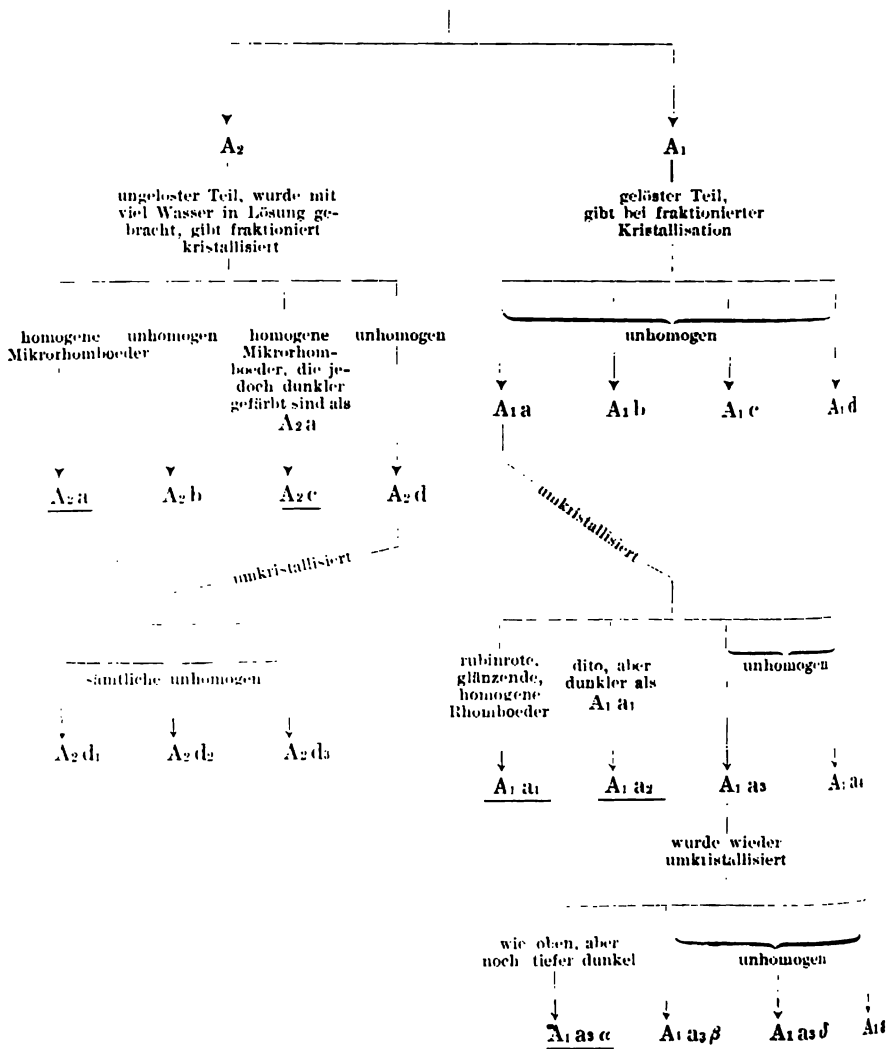
B. Mit gasförmigem Schwefeldioxyd.

Arbeitet man im übrigen unter den auf Seite 39 beschriebenen Bedingungen, benutzt aber zur Reduktion des Gemenges von Ammoniumparamolybdat und Kaliumpermanganat, gasförmiges Schwefeldioxyd, so bleibt die Konzentration des Gemenges

natürlich erhalten und es scheidet sich hier sofort das Reaktionsprodukt als mikrokristallinischer, dunkelbrauner Niederschlag aus.

Bei mikroskopischer Untersuchung erwies sich derselbe jedoch als nicht ganz rein und wurde deswegen aus bei 70° gesättigter Lösung umkristallisiert, wobei nach folgendem Schema gearbeitet wurde:

Das Ausgangsmaterial A**) besteht hauptsächlich aus sternförmig angeordneten, rhombischen Kristallaggregaten, die, bei gleichmässiger Dicke, bald hell, bald dunkelrot gefärbt und mit weissen Nadeln untermischt sind. Es wird mit einer zur vollständigen Lösung ungenügenden Menge siedenden Wassers behandelt und ergibt:



**) Nur die unterstrichenen homogenen Anschüsse wurden analysiert.

Die Ergebnisse finden sich in den folgenden Tabellen zusammengestellt, in welchen die Fraktionen nach dem Grade ihrer Löslichkeit aufeinander folgen.

Analysenresultate.

	An-gewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
Fraktion A_{aa}	0.9993	titriert	4.29 $[NH_4]_2O$	4.28 $[NH_4]_2O$
	0.5989	»	4.27 »	
	0.7306	0.1205 K_2SO_4	8.90 K_2O	9.05 K_2O
	0.6666	0.1136 »	9.21 »	
	1.2418	0.0525 Mn_3O_4	4.22 Mn_3O_4	4.44 Mn_3O_4 = 5.06 MnO_2
	2.9514	0.1374 »	4.66 »	
	1.2418	0.9304 MoO_3	74.92 MoO_3	75.16 MoO_3
	0.8313	0.6268 »	75.40 »	
	0.6937	titriert	5.06 MnO_2	5.05 MnO_2
	0.4771	»	5.04 »	
Fraktion A_2C	0.7754	titriert	7.03 $[NH_4]_2O$	7.03 $[NH_4]_2O$
	0.7206	0.0640 K_2SO_4	4.79 K_2O	4.79 K_2O
	0.4718	titriert	5.02 MnO_2	5.02 MnO_2
	0.9625	0.0431 Mn_3O_4	4.47 Mn_3O_4	4.47 Mn_3O_4 = 5.02 MnO_2
	0.9625	0.7397 MoO_3	76.85 MoO_3	76.85 MoO_3
Fraktion A_1a_1	0.7428	titriert	4.62 $[NH_4]_2O$	4.60 $[NH_4]_2O$
	0.3733	»	4.59 »	
	0.5352	0.0917 K_2SO_4	9.25 K_2O	9.27 K_2O
	1.2177	0.2094 »	9.29 »	
	0.5972	titriert	5.07 MnO_2	5.00 MnO_2
	1.0676	»	4.94 »	
	1.2177	0.0526 Mn_3O_4	4.32 Mn_3O_4	4.40 Mn_3O_4 = 5.02 MnO_2
	0.8407	0.0377 »	4.48 »	
	0.8642	0.6534 MoO_3	75.60 MoO_3	75.50 MoO_3
	0.8407	0.6339 »	75.40 »	

	Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
Fraktion A_1a_2	0.6482	titriert	4.96 $[NH_4]_2O$	4.96 $[NH_4]_2O$
	0.7092	0.1170 K_1SO_4	8.92 K_2O	8.92 K_2O
	0.7986	titriert	5.12 MnO_2	5.12 MnO_2
	0.7086	0.0318 Mn_3O_4	4.48 Mn_3O_4	4.48 Mn_3O_4 = 5.11 MnO_2
	0.7086	0.5351 MoO_3	75.51 MoO_3	75.51 MoO_3
Fraktion $A_1a_3\alpha$	1.2216	titriert	6.23 $[NH_4]_2O$	6.23 $[NH_4]_2O$
	0.6624	0.0642 K_2SO_4	5.23 K_2O	5.23 K_2O
	0.6995	titriert	5.03 MnO_2	5.03 MnO_2
	0.8471	0.0371 Mn_3O_4	4.37 Mn_3O_4	4.37 Mn_3O_4 = 4.98 MnO_2
	0.8471	0.6535 MoO_3	77.14 MoO_3	77.14 MoO_3

Molekularverhältnisse:

	$[NH_4]_2O$	: K_2O	: MnO	: MnO_2	: MoO_3	: H_2O
Fraktion A_2a:	0.0823	: 0.0964	: 0	: 0.0580	: 0.5220	: 0.350
	0.1787					
	3			: 1	: 9	: 6
Fraktion A_2c:	0.1352	: 0.0510	: 0	: 0.0577	: 0.5336	: 0.356
	0.1862					
	3			: 1	: 9	: 6
Fraktion A_1a_1:	0.0880	: 0.099	: 0	: 0.0575	: 0.524	: 0.3045
	0.1870					
	3			: 1	: 9	: 6
Fraktion A_1a_2:	0.0954	: 0.0949	: 0	: 0.0592	: 0.5243	: 0.314
	0.1903					
	3			: 1	: 9	: 6
Fraktion $A_1a_3\alpha$:	0.120	: 0.0559	: 0	: 0.0578	: 0.5356	: 0.360
	0.1759					
	3			: 1	: 9	: 6

Somit ist eine ganze Reihe der verschiedensten neuen Körper darstellbar, bei denen auf dieselbe Menge Mangandioxyd, 7, 8, 9, 10 oder 11 Moleküle Molybdäntrioxyd und 2, 3 oder 4 Moleküle Basis kommen, eine bestimmte Beziehung zwischen den drei Komponenten also nicht vorhanden ist.

Der von Friedheim und Samelson gewonnene Körper

$$3K_2O,\ MnO_2,\ 8MoO_3 + 3H_2O$$

ist bis auf den Wassergehalt identisch mit dem von Rosenheim und Itzig unter anderen oben angeführten Bedingungen gewonnenen; diese Forscher erhielten denselben bei der Umsetzung der Ammoniumverbindung

$$2[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10MoO_3$$ mit Kaliumchlorid.

«Hierbei tritt — nach Rosenheim und Itzig — einmal ein Übergang von Mn_2O_3 in MnO_2 im Sinne der folgenden Gleichung ein:

$$2[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10MoO_3 + 4KCl =$$
$$3K_2O,\ MnO_2,\ 8MoO_3 + 4NH_4Cl + MnO,\ 2MoO_3.$$

Er steht offenbar im Zusammenhange mit den Affinitätsverhältnissen der Bestandteile der Verbindungen, und es hat, sowohl nach diesem wie nach manchen ähnlichen Fällen zu schliessen, fast den Anschein, als ob in den Salzen sehr schwacher komplexer Säuren beim Wechsel des Kations das Anion in seiner Zusammensetzung sich der veränderten Affinität gewissermassen anpasst.»

Demgegenüber machen Friedheim und Samelson auf folgendes aufmerksam:

«Es sei bei den sauren Molybdaten eine häufig beobachtete Erscheinung, dass sie bei Umsetzung mit andern Salzen in andere Sättigungsstufen übergehen. Es sei nur daran erinnert, dass beispielsweise nach den Untersuchungen von Ullik[1]) die Tetramolybdate leicht Trimolybdate ergeben, dass das Ammoniumparamolybdat beim Umsetzen mit Kaliumchlorid umgekehrt in ein stärker saures Salz, nämlich in das Trimolybdat übergeht. Es bleibt also als der Erklärung bedürftig nur der angebliche Wechsel in der Oxydationsstufe und die behauptete Abhängigkeit der Zusammensetzung des Kations von derjenigen des Anions.»

[1]) **Ullik, Sitzungsber.** d. Wiener Akad. d. Wissenschaften 55, 1867 **und 57, 1869.**

Fraktion $A_1a_3\alpha$ $[NH_4]_2 : K_2 : Mn$ $45 : 21 : 0$	Berechnet für			Gefunden
	$^{45}/_{22}\,[NH_4]_2O$	106.4	6.30	6.23
	$^{21}/_{22}\,K_2O$	89.7	5.32	5.23
	MnO_2	87	5.15	5.03
	$9\,MoO_3$	1296	76.82	77.14
	$6\,H_2O$	108	6.41	6.46 a. d. Diff.
		1687.1	100.00	

Aus diesen Ergebnissen lassen sich die folgenden Schlussfolgerungen ziehen:

1. Arbeitet man mit der, zweifelsohne intensiver wirkenden gasförmigen schwefligen Säure, so sind die entstehenden Verbindungen auch von dem allgemeinen Typus:

$$3\,R^{I}_{2}O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3.$$

Es gelingt aber auf diesem Wege, das Manganooxyd vollständig als basisbildenden Bestandteil zu eliminieren.

2. Mit zunehmender Löslichkeit vermindert sich auch der Kaliumgehalt der einzelnen Fraktionen.

Nach ihrer Löslichkeit geordnet, ergab sich nämlich folgendes:

Es verhalten sich

$[NH_4]_2O : K_2O$ in A_2a = 12 : 15 = 1 : 1.25
in A_1a_1 = 24 : 27 = 1 : 1.125
in A_1a_2 = 1 : 1
in $A_1a_3\alpha$ = 15 : 7 = 1 : 0.47
in A_2c = 60 : 21 = 1 : 0.35

3. Die Beständigkeit des sauren Gesamtkomplexes tritt auch hier wieder deutlich hervor.

IV. Einwirkung von Wasserstoffdioxyd auf ein Gemisch von Natriumparamolybdat und Manganochlorid.

Infolge der leichten Zersetzlichkeit des Natriumparamolybdates in Trimolybdat, ist es am zweckmässigsten, folgendermassen zu verfahren: 70 gr Natriumparamolybdat werden allmählich unter stetigem Rühren in 400 ccm Wasser von 70—80°

$3[K_2Mn]O,\ MnO_2,\ 9MoO_3$

$3[(NH_4)_2Mn]O,\ MnO_2,\ 10MoO_3$ [1])

$4[(NH_4)_2Mn]O,\ MnO_2,\ 10MoO_3$

$4[(NH_4)_2MnK_2]O,\ MnO_2,\ 10MoO_3$

$4[(NH_4)_2O,\ MnO_2,\ 11MoO_3$

$4[K_2Mn]O,\ MnO_2,\ 11MoO_3.$

Nun erscheint es nicht ausgeschlossen, dass noch andere hierhergehörende Körper existieren, da, wie bereits Friedheim und Samelson erwähnen, rote Permanganmolybdänverbindungen gleichfalls entstehen, wenn man:

1. Auf Manganisalze Molybdate einwirken lässt;
2. Gemenge von Molybdaten und Manganochlorid mit Persultaten oxydiert;
3. Gemenge von Molybdaten und Kaliumpermanganat mit schwefliger Säure reduziert.

Es war daher zunächst die Aufgabe dieser Arbeit, diese Fragen näher zu studieren.

I. Einwirkung von Manganiacetat auf Ammoniumparamolybdat.

Versetzt man 300 ccm einer 25 % wässerigen Lösung von Ammoniumparamolybdat mit 25 ccm einer 2.8 % Lösung von Manganiacetat[2]) in Eisessig gelöst, so färbt sich das Gemenge zunächst hellgelb. Sobald zum starken Sieden erhitzt wird, wird die vollständig klare Flüssigkeit mehr und mehr rot und nimmt schliesslich einen vollständig rubinroten Farbton an. Beim Erkalten derselben wurden rote, prachtvoll glänzende Rhomboeder erhalten, die abgesaugt, mit wenig kaltem Wasser gewaschen und auf Ton an der Luft getrocknet wurden.

---

[1]) Hier wäre wohl die von Rosenheim und Itzig hergestellte $K[NH_4]$ Verbindung einzuschieben.

[2]) Nach Christensen, Zeitschr. für. anorg. Chemie XXI, 164:

5 gr fein gepulvertes $KMnO_4$ werden in trockenem Kolben von 800 ccm Inhalt mit Eisessig übergossen. Die Mischung wird hierauf auf einem Drahtnetze langsam zum Sieden erhitzt bis zum Eintritt der Reaktion, die braune Reaktionsflüssigkeit nochmals aufgekocht und durch Glaswolle abgesaugt. Diese Flüssigkeit enthält das Manganiacetat.

	Berechnet für		Gefunden
$^3/_2 Na_2O$	93	5.02	4.88
$^3/_2 MnO$	106.5	5.75	5.55
MnO_2	87	4.69	4.54
$9 MoO_3$	1296	69.95	70.45
$15 H_2O$	270	14.58	14.58 a. d. Diff.
	1852.5	99.99	

Diese Verbindung ist also ein Natriummanganomanganimolybdat, welches bislang unbekannt war, da Péchard[1]) lediglich die Verbindung $3 Na_2O, MnO_2, 12 MoO_3 + 13 H_2O$ beschreibt, deren Existenz aber ebenfalls aus den von Friedheim und Samelson[2]) angegebenen Gründen zu bezweifeln ist.

Umsetzung von Natriummanganomanganimolybdat $3[Na_2Mn]O, MnO_2, 9 MoO_3 + 15 H_2O$ mit Kaliumchlorid.

5 gr der Natriumverbindung wurden in Wasser zu einer 10%o Lösung aufgelöst und mit 25 ccm einer 10 % Kaliumchloridlösung versetzt. Nach 15 stündigem Stehen wurden die ausgeschiedenen orange-gelben mikrokristallischen Kristalle von der fast farblosen Mutterlauge getrennt und auf Ton getrocknet.

Analysenergebnisse.

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
0.4279	0.1113 gr K_2SO_4	13.48 K_2O	13.38 K_2O
0.4279	0.0254 Na_2SO_4	2.73 Na_2O	
0.5375	0.1604 $K_2SO_4 + Na_2SO_4$	13.28 K_2O	2.79 Na_2O
	= 0.2230 $BaSO_4$ (indirekt)	2.86 Na_2O	
0.4279	0.0238 Mn_3O_4	5.56 Mn_3O_4	5.43 Mn_3O_4 = 6.25 MnO_2 = 0.64 Mn
0.9740	0.0516 »	5.30 »	
0.4279	0.3152 MoO_3	73.33 MoO_3	73.19 MoO_3
0.9740	0.7115 »	73.05 »	
0.2592	titriert	5.45 MnO_2	5.44 MnO_2
0.3169	»	5.43 »	

[1]) Péchard. Vgl. Dammer, Handbuch d. anorg. Chemie, Ergänzungsband S. 93
[2]) Friedheim und Samelson. Zeitschrift für anorg. Chemie Bd. 24 S. 109.

Das Molekularverhältnis ist also:

K_2O	:	Na_2O	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
0.1422	:	0.045	:	0.0103	:	0.0625	:	0.5088	:	0.2533
		0.1950								
		3			:	1	:	8	:	4

und die Formel

$$3[K_2Na_2Mn]O,\ MnO_2,\ 8MoO_3 + 4H_2O$$

$$K_2 : Na_2 : \overset{II}{Mn} = 14 : 4.5 : 1$$

	Berechnet für		Gefunden
$3\ ^{14}/_{19}\ K_2O$	207.8	13.21	13.38
$^{13}/_{19}\ Na_2O$	42.41	2.70	2.79
$^{5}/_{19}\ MnO$	11.21	0.71	0.64
MnO_2	87	5.53	5.44
$8\ MoO_3$	1152	73.22	73.19
$4\ H_2O$	72	4.58	4.56 a. d. Diff.
	1572.42	99.95	

Auch diese Verbindung war bislang unbekannt.

V. Physikalischer Teil.

Bereits von Friedheim und Samelson[1]) ist darauf hingewiesen worden, dass in der Zusammensetzung der Permanganmolybdate äusserst auffällige Regelmässigkeiten auftreten.

Wir kennen nunmehr die folgenden Reihen:

$2\ R_2O,\ MnO_2,\ 7\ MoO_3$
$3\ R_2O,\ MnO_2,\ 8\ MoO_3$
$3\ R_2O,\ MnO_2,\ 9\ MoO_3$
$3\ R_2O,\ MnO_2,\ 10\ MoO_3$
$4\ R_2O,\ MnO_2,\ 10\ MoO_3$
$4\ R_2O,\ MnO_2,\ 11\ MoO_3,$

[1]) Friedheim und Samelson. Zeitschr. für anorg. Chemie Bd. 34 S. 65.

wo R sein kann K oder NH_4, bezw. K und $\overset{II}{Mn}$ oder NH_4 und $\overset{II}{Mn}$, bezw. K und NH_4 und $\overset{II}{Mn}$.

In dieser Arbeit ist die grosse Beständigkeit der Verbindungen der Nonoreihe nachgewiesen worden, während für diejenige der übrigen Reihen ähnliche Untersuchungen noch ausstehen.

Sämtliche Körper entstehen, worauf schon bereits Friedheim und Samelson hingewiesen haben, aus sauren Molybdaten, müssen also wahrscheinlich in ihrer Konstitution zu diesen und zwar vor allen Dingen zu dem Ammoniumparamolybdat in naher Beziehung stehen.

Dieses kann nach einem Vorschlage Geuthers[1]), der gänzlich in Vergessenheit geraten zu sein scheint, betrachtet werden als

$$Mo[O \cdot MoO_2 \cdot ONH_4]_6,$$

würde also das normale Ammoniumsalz einer nicht existenzfähigen sechsbasischen Säure sein.

Die Verbindung der ersten Reihe könnte dann

$$2R_2O,\ MnO_2,\ 7MoO_3$$

$$\overset{VI}{Mo}\begin{cases}[O \cdot MoO_2 \cdot OR]_4 \\ O \cdot MoO_2 \cdot O \\ O \cdot MoO_2 \cdot O\end{cases} > \overset{IV}{Mn}O$$

sein, und es lassen sich die Konstitutionen der übrigen etwa wie folgt denken.

$$3R_2O,\ MnO_2,\ 8MoO_3$$

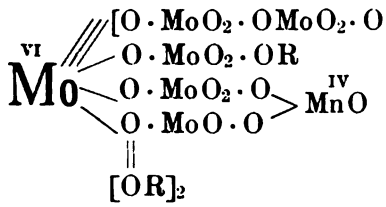
$$\overset{VI}{Mo}\begin{cases}O \cdot MoO_2 \cdot O\,MoO_2 \cdot OR \\ [O \cdot MoO_2 \cdot OR]_3 \\ O \cdot MoO_2 \cdot O \\ O \cdot MoO \cdot O \\ \quad\| \\ \quad[OR]_2\end{cases} > \overset{IV}{Mn}O$$

$$3R_2O,\ MnO_2,\ 9MoO_3$$

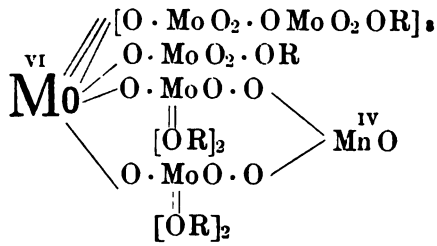
$$\overset{VI}{Mo}\begin{cases}[O \cdot MoO_2 \cdot O\,MoO_2 \cdot OR]_2 \\ [O \cdot MoO_2 \cdot OR]_2 \\ O \cdot MoO_2 \cdot O \\ O \cdot MoO \cdot O \\ \quad\| \\ \quad[OR]_2\end{cases} > \overset{IV}{Mn}O$$

[1]) Vergleiche dessen Lehrbuch der Chemie, gegründet auf der Wertigkeit der Elemente. Jena 1870. S. 614.

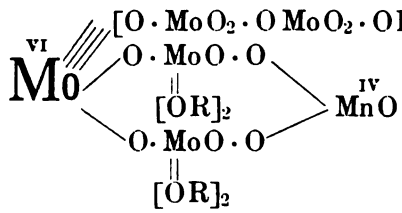
$3R_2O$, MnO_2, $10MoO_3$



$4RO_2$, MnO_2, $10MoO_3$



$4R_2O$, MnO_2, $11MoO_3$



Dann würden sämtliche Verbindungen sich auf verschiedene, aber stets sechsbasische Säuren mit 7, 8, 9, 10 und 11 Molekülen Molybdäntrioxyd zurückführen lassen. Hierfür müsste die Bestimmung der Leitfähigkeit einen Anhalt ergeben.

Über diesbezügliche Versuche wird im folgenden berichtet: Die Bestimmung der Leitfähigkeit erfolgte nach der Ostwaldschen Methode für die Verdünnungen 128 bis 1024. Die Ermittelung der Werte für die Verdünnungen 32 und 64 resp. 128 geschahen auf graphischem Wege, indem nicht, wie allgemein üblich, die Verdünnung als Abszisse und die Leitfähigkeit als Ordinate, sondern deren Logarithmen auf Millimeterpapier aufgetragen wurden (s. graphische Reduktionstafel).

Verbindet man die Schnittpunkte von Abszisse und Ordinate, d. h. die für die molekulare Leitfähigkeit jedes Körpers in bestimmter Verdünnung ermittelte Grösse miteinander, so stellt die Verbindungslinie von 128 bis 512 eine Gerade dar, durch deren Verlängerung man die Werte für μ 32 und μ 64 resp. 128 annähernd aus der Tafel ablesen kann. Die so ermittelten Werte sind in der folgenden Tabelle mit * bezeichnet.

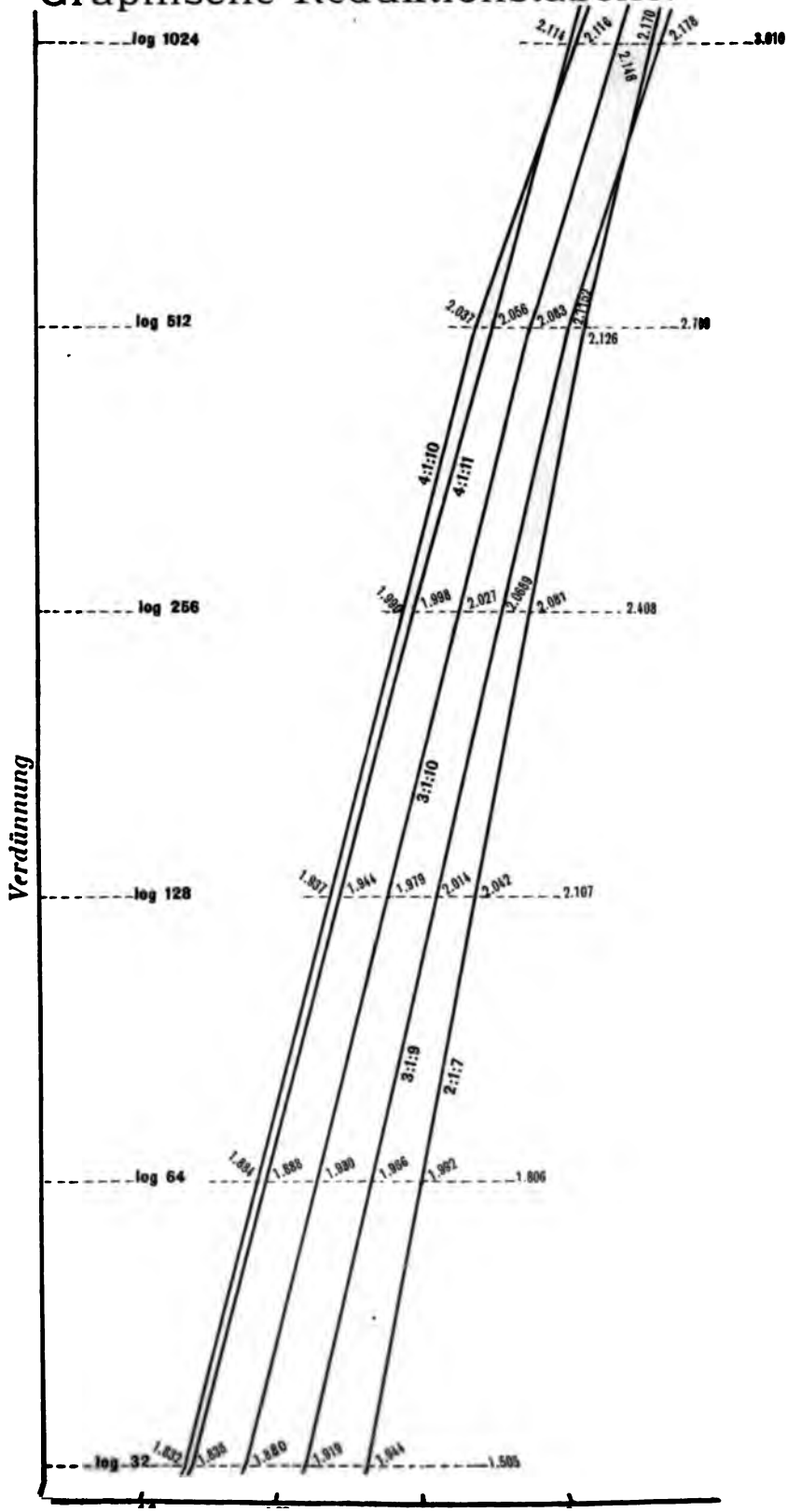
S = Verdünnung; μ = molekulare Leitfähigkeit.

$\Delta = \mu\ 1024 - \mu\ 32$.

S	1/6 $3[NH_4]_2O, 7MoO_3 + 4H_2O$	1/4 $2[NH_4]_2O, MnO_2, 7MoO_3 + 5H_2O$	1/6 $3[NH_4]_2O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$	1/6 $3[NH_4]_2O, MnO_2, 10MoO_3 + 6H_2O$	1/8 $4[NH_4]_2O, MnO_2, 10MoO_3 + 5H_2O$	1/8 $4[NH_4]_2O, MnO_2, 11MoO_3 + 8H_2O$
	μ	μ	μ	μ	μ	μ
16	105.12	—	—	—	—	—
32	121.44	87.70*	82.09*	75.90*	67.90*	68.55*
64	135.40	98.19*	92.47*	86.30*	76.63*	76.91*
128	147.65	110.30*	103.27	95.41	86.56	88.02
256	156.52	120.07	117.22	106.46	97.73	99.50
512	164.20	132.66	130.45	121.00	108.83	113.80
1024	179.62	149.04	149.66	140.08	130.83	130.04
2048	—	169.79	—	168.55	—	143.86
Δ	58.18	61.34	67.57	64.18	62.93	61.49

Aus dieser Darstellung ergibt sich, dass der durchschnittliche Wert ungefähr 60 ist, also nach der Ostwald-Walden'schen Valenzregel einer sechsbasischen Säure entspricht und oben gemachten Voraussetzungen somit bestätigt.

Graphische Reduktionstabelle.



Darstellungsmethoden	Formeln	Verhältnis der basischen Bestandteile
C) Aus $[NH_4]_6 Mo_7 O_{24}$ und $MnCl_2$ mit $K_2S_2O_8$ oxydiert	$3\left[[NH_4]_2 K_2 Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$	45 : 3 : 1
Ca) Aus der Mutterlauge von **C)** auskristallisiert	$3\left[[NH_4]_2 Mn\right]O, MnO_2, 9Mo_3O + 6H_2O$	81 : 0 : 1
D) Aus $K_6 Mo_7 O_{24}$ und $MnCl_2$ mit $K_2S_2O_8$ oxydiert	$3\left[K_2 Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 6H_2O$	0 : 24.5 : 1

Bei der Oxydation mit Persultaten werden also durchwegs zu derselben Reihe gehörende Körper erhalten.

III. Reduktion von Gemischen von Paramolybdaten und Kaliumpermanganat mit schwefliger Säure.

A. Mit wässeriger schwefliger Säure.

309 gr Ammoniumparamolybdat ($[NH_4]_6 Mo_7 O_{24} + 4$ aq.) in bei 70—80° gesättigter wässeriger Lösung wurden mit einer bei derselben Temperatur gesättigten wässerigen Lösung von 55 gr Kaliumpermanganat versetzt und unter Aufrechterhaltung dieser Temperatur, solange wässerige schweflige Säure hinzugegeben, bis die ursprüngliche Färbung des Permanganates verschwunden und ein orangeroter Farbton eingetreten war.

Bei geringem Abkühlen schieden sich aus dieser Lösung sofort orangerote, kleine gut ausgebildete Kristalle aus, während die darüber stehende Lösung schliesslich nur noch ganz schwach rot gefärbt war. Sie ergab beim Eindampfen weisse Nadeln, d. h. saures Molybdat, welches nicht weiter untersucht wurde.

Zusammensetzung des Körpers.

Das abgesaugte mit wenig Wasser gewaschene, lufttrockene, rote Produkt hatte die Zusammensetzung:

$$3\left[[NH_4]_2 K_2 Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$$

$$[NH_4]_2 : K_2 : \overset{II}{Mn} = 70 : 34 : 3$$

Franz Wilmer.

Beiträge zur Kenntnis des diluvialen Addagletschers.

(Eingereicht im September 1904.)

I. Literaturverzeichnis.

1. **A. und G. Villa:** «Sulla costituzione Geologica e Geognostica della Brianza.» Milano 1844.
2. **G. Omboni:** «I Ghiacciai antichi e il terreno erratico di Lombardia». Atti d. Soc. Ital. d. Sc. Nat. XII 1861.
3. **Stoppani:** «Sui rapporti del terreno glaciale col pliocenico nei dintorni di Como. In appendice alla memoria: «Il mare glaciale etc.» Atti d. Soc. Ital. di Sc. Nat. Vol. XVIII. Milano 1875.
4. **Rütimeyer:** «Über Pliocaen und Eisperiode auf beiden Seiten der Alpen». Basel 1876.
5. **Stoppani:** «L'Era neozoica in Italia». Milano 1878.
6. **A. Baltzer und E. Fischer:** «Fossile Pflanzen vom Comersee». Mitteil. d. Naturf. Ges. Bern 1890.
7. **Taramelli:** «Carta geologica della Lombardia» nella scala di 1:250,000 con fascicole di spiegazione Milano, Artaria 1890.
8. **A. Baltzer:** «Geologisches». Mitteil. d. Naturf. Ges. Bern 1891.
9. **Cermenati:** (Auszug) «Le marmitte Giganti» scoperte a Lecco. Boll. R. Com. Geol. Ital. 1891.
10. **Corti:** (Auszug) «Breva nota sul Quarternario e terreni recenti della Valassina e alta Brianza. Boll. R. Com. Geol. Ital. 1891.
11. **A. Baltzer:** «Glacialgeologisches». Mitteil. d. Naturf. Ges. Bern 1892.
12. **Corti:** (Auszug) «Il terreno quaternario di valle di Intelvi», osservazione geologiche. Boll. R. Com. Geol. Ital. 1892.
13. **Sacco:** «Gli anfiteatri morenici del Lago di Como», Ann. della R. Accad. di Agricolt. di Torino. Vol XXXVI 1893.
14. **Corti:** (Auszug) «Sopra una marmitta dei giganti nella valle della Cosia», Boll. R. Com. Geol. Ital. 1894.
15. **Penck, Brückner, du Pasquier:** «Système glaciaire des Alpes». Bull. Société Scienc. Nat. Neuchâtel 1894.
16. **Philippi, E.:** «Aufbau der Schichtenfolge im Grignagebirge». Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. 1895.

17. **Stella, A.**: «Sui terreni quaternari della Valle del Po, in Rapporto alla Carta geologica d'Italia»; Roma. Tip. Nazionale 1895.
18. **Sacco**: «La Valle Padana». Ann. R. Accad. di Agricolt. di Torino 1900.
19. **G. de Alessandri**: «Creta e sull' Eocene della Lombardia». Milano 1899.
20. **Moebus**: «Beiträge zur Kenntnis des diluvialen Oglioglетschers». Mitteil. d. Naturf. Ges. Bern 1901.
21. **A. Baltzer**: «Geologie der Umgebung des Iseosees»; Geol. und Palæont. Abhandlungen von Koken. Neue Folge V, Heft 2. Jena, Fischer 1901.
22. **Ziegler, J. M.**: «Karte des Ober-Engadin und des Bernina-Gebirges bei Übersicht der Ausdehnung dortiger Erratischer Spuren». 1 : 150,000.
23. **Taramelli, T.**: «I tre laghi», Studio geologico orografico.» Milano, Artaria 1903.
24. **Salmojraghi, F.**: «Osservazioni geologiche sopra alcuni pozzi recentemente perforati nella provincia di Milano»; Rend. Istituto lomb. S. II. Vol. XXV, 18—19. Milano 1892.
25. **Zollikofer, F.**: «Beiträge zur Geologie der Lombardei». Amtlicher Bericht der 32. Versamml. d. Deutsch. Naturf. und Ärzte in Wien 1854.
26. **A. Baltzer**: «Zur Entstehung des Iseosee- und Comerseebeckens», Zentralblatt für Mineralogie und Palæontologie. Stuttgart 1902.

II. Historische Einleitung.

Über die Moränenamphitheater des alten Addagletschers zwischen beiden Armen des Comersees ist bisher noch keine zusammenhängende, vollständige kartographische Darstellung nach den neueren Prinzipien der Glacialgeologie veröffentlicht worden. Auf Anregung von Prof. A. Baltzer habe ich diese Arbeit übernommen und dabei auch die obere Grenze des alten Addagletschers am Comersee bestimmt. Zu diesen Aufnahmen wurden in den Jahren 1902 und 1903 im ganzen 26 Wochen verwendet.

Von älteren Arbeiten über den alten Addagletscher kommen in unserem Gebiet hauptsächlich die von Omboni (Nr. 2),[1]) Stoppani (Nr. 3,5), Rütimeyer (Nr. 3), von neueren die von Sacco (Nr. 13) und Stella (Nr. 17) in Betracht.

[1]) Die Zahlen hinter den Verfassern und Literaturangaben bezeichnen die Nummer des zitierten Werkes im Literaturverzeichnis.

Omboni gibt in seiner Publikation «*I Ghiacciai antichi e il terreno erratico di Lombardia*» eine allgemeine Übersicht über den alten Addagletscher. In einer beigefügten Zeichnung stellt er das Areal des Gletschers bis an die Landesgrenzen dar. Er schildert das Vorkommen erratischer Blöcke am See sowohl wie in der Brianza und erklärt die Herkunft der grossen Granitporphyre *(serizzio ghiandone)*, die sich nur in der alta Brianza und auf der Ostseite des Comersees finden, damit, dass sie durch eine Mittelmoräne dorthin gebracht seien, welche bei dem Zusammenfluss des Splügen- und des eigentlichen Addagletschers gebildet wurde.

Seine Schilderung der Amphitheater ist jedoch an einzelnen Stellen nicht einwandfrei, denn er macht in erster Linie den Fehler, dass er viele anstehende Felsen mit Moränenüberzug als wirkliche Moränen auffasst; so z. B. die Kalkhügel südlich von Cesana, die er als Reste einer Seitenmoräne des Valmadreragletschers betrachtet. Seine Moränenhügel bei Tavernero und Solzago sind ebenfalls nichts anderes als Reste des Anstehenden mit Moränenüberzug. Er irrt sich auch in dem Verlauf der Endmoränen, weil er die Endmoräne von Cantu als rechte und meine Mittelmoräne Bernate-Casnate als linke Seitenmoräne des Comergletschers auffasst (vide Karte). Er nimmt nur eine Eiszeit an.

Ihm folgt Stoppani mit seinem Werk «*L'Era neozoica in Italia.*» Er beruft sich im allgemeinen auf Omboni und gibt selbst zu, dass er an einzelnen Stellen unseres Gebietes nur oberflächliche Beobachtungen gemacht habe. Indem er schon etwas vorsichtiger in der Auseinanderhaltung von Moränenwall und von Anstehendem wird, behauptet er aber unter anderem, dass in der eigentlichen Brianza eine Unterscheidung zwischen Moränenwällen ohne und solchen mit anstehendem Kern unmöglich wäre; eine Behauptung, die sich jedoch bei meinen Untersuchungen als unrichtig erwiesen hat. Er steht auch auf dem Standpunkt, dass es nur eine Eiszeit mit Oscillation gegeben habe, und spricht von einem «*carattere marino*» der Moränenablagerungen, indem er glaubt, die Gletscher hätten sich in das Pliocänmeer ergossen, mit dessen Sedimenten sich die Moräne vermischt habe.

In diesem Punkt wird er widerlegt von Sordelli und Rütimeyer und zwar von letzterem in seiner Arbeit «Pliocän

und Eisperiode auf beiden Seiten der Alpen.» Rütimeyer gibt eine kurze Schilderung der Moränenlandschaft bei Como, erwähnt einzelne Grenzen der verschiedenen Amphitheater und fügt seinem Werk eine Zeichnuug des Como-Amphitheaters bei. Der Verlauf der Moränen ist unrichtig angegeben; jedoch muss bemerkt werden, dass man bei Betrachtung des Amphitheaters vom Baradello bei Como aus leicht getäuscht wird, da von diesem Standpunkt aus gesehen die unterbrochenen Moränenwälle sich in eine zusammenhängende Linie projicieren. Erst bei Begehung des ganzen Terrains erkennt man den genauen Verlauf der einzelnen Ringe.

Den neueren Standpunkt der Glacialgeologie in Italien vertritt Stella in seiner kurzen Übersicht des Quartärs im Potal. Er hat sich mit den Amphitheatern des Addagletschers nicht speziell beschäftigt, nimmt verschiedene Eiszeiten an, verneint jedoch die Existenz der äusseren Moränenzonen und lässt die Hochterrassenschotter in der Interglacialzeit entstehen.

Alessandri beschreibt in seiner Abhandlung «*Creta e sull Eocene della Lombardia*» das Anstehende in dem Gebiet meiner Untersuchungen. Meine diesbezüglichen Angaben habe ich aus seiner Karte entnommen. Wie begreiflich behandelt er das Diluvium sehr kurz, doch ist nicht zu verstehen, warum er auf seiner Karte Alluvium und Diluvium mit ein und derselben Farbe bezeichnet, für Moränengebiet jedoch eine andere wählt. Er verzeichnet weder Wälle, noch macht er einen Unterschied in den einzelnen Terrassen; ja er scheint eine ältere Eiszeit überhaupt nicht anzunehmen.

Ein Interglacial in den südlichen Ablagerungen des Addagletschers wurde zum ersten Mal von Prof. Baltzer (Nr. 6) am Comersee bei Cadenabbia nachgewiesen. Er fand zwischen Grundmoränen und Kies eingeschlossen graue Tone mit Rhododendron ponticum und andern Pflanzenresten. Die Flora wurde von Prof. E. Fischer beschrieben.

III. Talsystem, Dimensionen und Mächtigkeit des Gletschers.

Der Addagletscher erfüllte seinerzeit das ganze jetzige Tal der Adda, das Becken des Comer- und des Leccosees und

ausserdem das ganze Val Chiavenna bis zum Splügen, da er von hier aus einen grösseren Seitengletscher empfing.

Seine Firnbecken erstreckten sich also im Westen über das Gebiet des Splügenpasses, nach Osten dehnten sie sich aus über die ganze Berninagruppe und die nördliche Seite der Disgraciagruppe, da die Firnmassen sich von dort durch das Bergell in das Tal Chiavenna ergossen (Nr. 22). Ferner erhielt der gewaltige Eisstrom noch Zuflüsse aus den Gebirgen östlich der Bernina- bis zur Ortlergruppe hin.

Die ganze Eismasse ergoss sich in das Becken des Comersees und teilte sich, nachdem sie vorher schon einen Seitenarm durch das Tal von Menaggio in den Luganersee gesandt hatte, bei Bellagio in zwei Hauptarme, den vom Comerseebecken und in denjenigen vom Leccobecken.

Aus dem ersteren Vereisungsgebiet sandte der Gletscher abermals einen Seitenarm durch das Val Intelvi bei Argegno in den Luganersee, erhielt aber andererseits aus diesem Gletscherareal in der Nähe von Como einen Zufluss durch das Tal von Chiasso.

Wie schon erwähnt, teilte sich der Gletscher bei Bellagio in zwei Hauptarme, ein Teil desselben ergoss sich jedoch auch über den Pass von Asso direkt nach Süden ins Vallassina. Bei Asso erhielt auch dieser Arm einen Zufluss durch das Valbrona vom Leccoarm her. Und weiter südlich gegenüber Lecco sandte der Leccoarm nochmals einen Zweig durch das Valmadrera in die eigentliche Brianza, er selbst aber nahm seine Fortsetzung dem jetzigen Lauf der Adda folgend nach Süden hin.

Die Länge des Hauptgletscherlaufes von der Quelle der Adda bis zu den äussersten Stirnmoränen betrug zirka 174 km. Seine Breite wurde nach der italienischen Karte 1:25000 an verschiedenen, von mir genau bestimmten Punkten der oberen Blockgrenze gemessen. Es ergaben sich folgende Breiten:

Zwischen	Breite
I. M. Legnoncino — M. Berlinghera	12 km 350 m.
II. M. Legnoncino — M. Bregagno	9 km 500 m.
III. M. Muggio — Cima Grona	9 km 000 m.
IV. Vorsprung des M. St. Primo — M. di Tremezzo	6 km 000 m.
V. M. Preaola — M. Colmegnone	3 km 750 m.
VI. M. Brunate — M. Bisbino	4 km 370 m.

Hieraus ergibt sich eine Verschmälerung des Eisstromes bis zur Enge bei Careno, von hier aus eine Verbreiterung bis zu den Stirnmoränen.

Die Mächtigkeit des Gletschers gab nach bekannten Seetiefen und gestützt auf die an den oben genannten Punkten bestimmte Blockgrenze gemessen, folgende Zahlen:

Punkt	I	?	Da die Mächtigkeit des Alluviums nicht bekannt ist.
»	II	1575 m.	
»	III	1500 m.	
»	IV	1440 m.	
»	V	1275 m.	
»	VI	850 m.	

Bei diesen Angaben sind die allfälligen Ablagerungen im Seebecken nicht mit in Rechnung gebracht worden.

Ziehen wir nun einen Vergleich bezüglich der Mächtigkeit zwischen dem Aaregletscher und dem Addagletscher, so steht ersterer diesem gegenüber bedeutend zurück.

IV. Moränen.

A. Moränen des Comerarms.

a. Ältere Eiszeit.

1. Endmoränen der älteren Eiszeit.

Die Endmoränen der älteren Eiszeit auf der Südseite der Alpen unterscheiden sich bekanntlich von denen einer jüngeren Eiszeit durch die Ferettisierung (Nr. 15, 20, 21) und dadurch, dass die Wallformen durch fliessende Wässer, Verwitterung u. s. w. mehr oder weniger abgetragen und verwischt sind.

Die ältere Eiszeit ist durch zwei Endmoränen vertreten. Der innere Ring beginnt beim Monte Orfano, läuft über Galliano bis Montesolaro und wird hier durch eine Niederterrasse und durch Alluvium unterbrochen. Sodann setzt er sich auf der anderen Seite des Tales in Resten von verwaschenen Moränenlappen fort bis Guanzate. Von hier aus geht er weiter in Gestalt eines noch gut erhaltenen Walles über Appiano und Oltrano bis zum Anstehenden an der Chaussee von Civello nach Olgiate.

Die zweite Moräne beginnt etwas südlich von Albese, zieht sich über Verzago und endet bei Vighizzolo. Sie ist sehr stark verwaschen und geht an einzelnen Stellen direkt in Hochterrasse über, besonders auf der Strecke von Verzago bis zum Tunnel de Terro.

Auf manchen Karten (s. z. B. Geolog. Übersichtskarte der Schweiz 1 : 500 000 Heim u. Schmidt) läuft ein grosser Moränenwall über Appiano und Cantu. Derselbe ist sogar von Rütimeyer (Nr. 4) besprochen worden. Ich möchte entschieden bestreiten, dass der Moränenwall von Appiano mit dem von Cantu zusammen zu stellen sei. Denn einerseits zeigt letzterer in allen Aufschlüssen frische Geschiebe, ersterer dagegen verwittertes Material. Andrerseits aber besteht ja auch eine Fortsetzung der Appianomoräne in verwaschenen Moränenlappen, die sehr gut mit dem ersten Ring der äusseren Moränenzone zusammengestellt werden können, kaum aber mit demjenigen von Cantu. Endlich befindet sich hinter der Appianomoräne eine wunderschöne Hochterrasse, die bis zu 20 m Tiefe Ferettisierung zeigt und keine Decke von frischem Moränenmaterial hat. Dass die Wallform der Appianomoräne besser erhalten ist, erklärt sich dadurch, dass auf der Westseite die Gletscherwässer das Höhenniveau dieser Moräne nicht erreicht haben.

2. Terrassen.

Die Hochterrassen unterscheiden sich von der Niederterrasse durch eine Verfestigung in der Tiefe, in höheren Schichten dagegen zeigen die ersteren eine ausgesprochene Ferettisierung. Sie treten in einzelnen, zipfelförmig nach Süden endigenden Abschnitten auf.

Der Abfall zur Niederterrasse übersteigt selten 10 m, an manchen Stellen ist er bedeutend niedriger. Ihre grösste Ausdehnung haben die Hochterrassen auf der Ostseite des Amphitheaters, hauptsächlich bei der Brenna und westlich vom Seveso. Ferner findet sich noch ein kleiner Rest einer solchen südlich der Moräne von Appiano. Die östliche Hochterrasse, auf der die Orte Brenna und Olgalasca liegen, schliesst sich direkt an die Moränen der äusseren Zone an und endet nach Süden in einem stumpfen Zipfel bei Meda (vide Karte!). Von Aufschlüssen sind in dieser Terrasse wohl die Täler Brenna und Terro zu

nennen. Beide lassen alten, schönen Ceppo, dem oben Feretto in einer bis zu 2 m mächtigen Schicht aufgelagert ist, zu Tage treten.

Der zweite Rest von Hochterrasse, westlich vom Torrente Seveso, ist im Westen, Osten und Süden durch einen ziemlich deutlichen Abfall zur Niederterrasse begrenzt. Im Norden dagegen, in der Gegend von Rovellasca bis Armenate, ist er sehr verwaschen; ausserdem ist frisches Fluvioglacial der jüngeren Eiszeit angeschwemmt. Es ist daher schwierig, in dieser Gegend eine genaue Grenze der Hochterrasse festzusetzen, doch zeigen kleinere Aufschlüsse in der Nähe der von mir gezogenen Grenze typische Ferettisierung. Bezüglich der südlichen Begrenzung dagegen kann gar kein Zweifel herrschen, da man in allen Bachbetten dieser Terrasse Feretto findet. Im Norden bei Asnago ist die Terrasse teilweise deutlich aufgeschlossen und zwar unten mit schönem Fluvioglacial und oben mit Feretto, der bis zu 1 m mächtig ist. Ferner sind, wie wir noch sehen werden, in der Niederterrasse abgerutschte Blöcke von altem Ceppo gefunden worden, die nur von hier oben aus der Hochterrasse kommen können.

In der Fortsetzung der kleinen Terrasse, die südlich von Appiano beginnt und von da nach Westen sich hinzieht (nicht mehr auf der Karte verzeichnet, da sie dort ins Luganergebiet übergeht), haben wir in einer Mächtigkeit von 15—21 m den schönsten Feretto der ganzen Gegend aufgeschlossen. Hierdurch dürfte Stella (Nr. 17) widerlegt sein, der behauptet, Feretto wäre das aufgearbeitete Produkt älterer Moränen in jüngeren Moränen. In diesen Aufschlüssen ist von jüngerem Moränenmaterial nichts zu bemerken.

b. Jüngere Eiszeit.

1. Endmoränen.

Die Endmoränen der jüngeren Eiszeit bilden zwei guterhaltene Wallmoränen und einen weitern verkümmerten Moränenzug bei Albate. Auf diesen folgt ein zweiter abgetrennter Wallrest bei Trecallo. Diese Moräne hat ihren Fortgang scheinbar auf der Westseite des Seveso in den Hügeln von Portichetto, Luisago und Villa Guardia.

Die erste deutliche Endmoräne, auf der Cucciago liegt, nennen wir die von Cucciago und die zweite, auf deren Höhen sich Cantu befindet, Cantumoräne.

Die Albatemoräne setzt sich an den Monte Croce an, der vermutlich einen Kern von anstehender miocäner Nagelfluh (Nr. 5, 19) besitzt und endet mit schwach bogenförmigem Verlaufe bei der Station Albate Camerlata. Fast möchte man annehmen, sie setze sich über das Erosionstal fort und verbinde sich mit der Mittelmoräne, die später beschrieben werden soll. Auf diese Art und Weise liesse sich die so auffallende Biegung in letztgenannter Moräne erklären (vide Karte!). Für diese Annahme spricht ferner aber auch noch der Umstand, dass die Mittelmoräne von ihrem Anfang bei Rebbio bis zu der Biegung viel weniger hoch ist, als in ihrem weiteren Verlauf, und dass ihre anfängliche Mächtigkeit viel eher mit derjenigen von Albate übereinstimmt. Sichere Beweise sind hierfür jedoch nicht aufzubringen. An diese Moräne ist direkt Niederterrasse angelagert und man möchte geradezu behaupten, erstere sei derselben aufgelagert. Denn bei Albate fand sich in einer Kiesgrube typisches Fluvioglacial als Liegendes der Moräne.

Dieser eben beschriebenen Endmoräne folgt auf der Ostseite nur ein kleiner Wallrest bei Trecallo, doch kann dieser in Zusammenhang mit den Rudimenten einer Endmoräne in der Niederterrasse bei Luisago gebracht werden.

Nach der Durchwanderung der folgenden Depression gelangen wir in südlicher Richtung fortschreitend zur schönen, ringförmig verlaufenden Endmoräne von Cucciago. Diese nimmt ihren Anfang bei dem Dorfe Lipomo (in der Nähe des Anstehenden) und läuft über Capiago nach Cucciago, setzt sich auf der anderen Seite des Seveso bei Abbadia fort, sodass man die Moränenhügel von Fino Mornasco und Casina Rizzardi wohl als zu ihr gehörig betrachten kann. Sie ist deutlich als Endmoräne an ihrem steilen Abfallen nach innen und dem weniger steil sich niedersenkenden Aussenrand zu erkennen. Das Bindemittel ist durchweg sandig bis kiesig, an einzelnen Stellen finden sich grosse eckige Blöcke, die bis zu 3—4 m^3 Inhalt haben.

Die nächste ringförmig verlaufende Endmoräne, d. h. diejenige von Cantu, befindet sich ungefähr 2 km südlich von der-

jenigen von Cucciago und läuft dieser fast parallel, nähert sich jedoch letzterer bei ihrem Anfang am Lago di Monte Orfano. Sie lässt sich verfolgen über Cantu und erreicht ihr Ende am Erosionstal des Seveso. Das Bindemittel ist kiesig, mit kleinern und grössern eckigen Oberflächen- und runden Grundmoränengeschieben. Die häufigen, in die ganz ungeschichteten Massen lokal eingeschalteten Sandschmitzen dieser Moräne deuten auf teilweise Verschwemmung hin. An dieser Stelle ist wegen der schönen Sandkessel besonders ein grösserer Aufschluss in der Villa Caranetta bei Cantu zu erwähnen.

Diese vier beschriebenen Endmoränen vertreten auf der Comerseite die jüngere Eiszeit. Die Grenze gegen die ältere Eiszeit ist durch die Ferettisierung der nach aussen zunächst folgenden Endmoräne gekennzeichnet. In dieser Zersetzung dokumentiert sich deutlich genug das höhere Alter der letzteren.

2. Mittelmoränen.

Nach ihrer Ausdehnung treten die Mittelmoränen gegenüber den Endmoränen stark zurück. Eine solche gut ausgeprägte Mittelmoräne verbindet die Orte Rebbio und Casnate. Doch muss erwähnt werden, dass diese an einzelnen kleinen Stellen einen Kern von Molasse mit bis zu 2 m mächtiger Gletscherschuttbedeckung erkennen lässt. Diese Moräne fängt bei Rebbio an und verläuft mit einer Biegung über Grandate, Bernate bis Casnate. Würde sich meine obige Vermutung bestätigen, dass ihr Anfang (bis zur Biegung) zur Moräne von Albate gehöre, so wäre sie nur von Grandate aus als eine Mittelmoräne zu betrachten. Sie hat viel Oberflächenmaterial und meist sandiges Bindemittel.

Eine zweite Mittelmoräne, doch bedeutend kleiner, finden wir dem Laufe des Flusses Seveso folgend bei Cucciago; sie verläuft von hier bis zur Moräne von Cantu. Auch hier ist viel Oberflächenmaterial, zum Teil in Form grosser erratischer Blöcke, vorhanden.

Zwischen den Wällen war überall, wo sich Aufschlüsse boten, sandige bis kiesige Grundmoräne und gemeiner Gletscherschutt zu konstatieren, an einigen Stellen auch Torf, Ton und Lehm (vide Karte), welch letztere zur Backsteinfabrikation ausgebeutet werden. So ist der Lago di Montorfano vollständig in Grundmoräne eingebettet. Es ist derselbe daher auch schon von

Rütimeyer (Nr. 4) und Stoppani (Nr. 5) als typischer Moränensee bezeichnet worden. Ein besonders grosses Lehmlager befindet sich, wie schon erwähnt, westlich von Trecallo, in welcher Gegend ebenfalls ein ziemlich grosses Torfmoor vorhanden ist.

3. Terrassen.

In dieser Gegend sind Terrassen und Moränen räumlich nicht so streng geschieden wie in anderen Glacial-Gebieten. Die typischste und ausgedehnteste Terrassenlandschaft befindet sich links und rechts der Adda bei ihrem Ausfluss aus dem Leccoarm. Jedoch sind die Terrassen im Amphitheater des Comersees zum Teil auch gut entwickelt.

Bei Betrachtung der letzteren müssen wir hauptsächlich die Erosionsbereiche zweier Flüsschen ins Auge fassen. Erstens des Seveso, zweitens diejenigen der Lura.

Der Seveso entspringt in der Nähe von Vergosa, seinen Namen erhält er nach der Vereinigung etlicher kleiner Bäche, die aus den Bergen westlich vom Monte Baradello kommen. Er nimmt seinen Lauf über Lucino, westlich von Grandate, Luisago, Fino und vereinigt sich bei der Station Cucciago mit dem Bach Aqua nera. Letzterer entspringt bei Lipomo und fliesst durch das Torfmoor bei Senna Comasco.

Es muss uns auffallen, dass auf der Westseite des Amphitheaters nichts mehr von den mächtigen Endmoränen von Cantu und Cucciago vorhanden ist, und es lässt sich nicht ohne weiteres erklären, dass überhaupt Moränen der jüngeren Eiszeit mit Ausnahme der verwaschenen Reste bei Fino und Cassina Rizzardi in diesem Gebiete fehlen, während dagegen an ihrer Stelle bei Bulgarograsso, Cadorago und südlich von Civello eine reine Terrassenlandschaft auftritt. Warum sind die Moränen der Ostseite so wenig verwaschen im Gegensatz zur Westseite? Man kommt nach allen Untersuchungen in dieser Gegend zu folgendem Resultat:

Die Schmelzwässer des alten Addagletschers, der hier endete, flossen in ungeregelten, vielfachen Armen, sowohl in der Richtung des jetzigen Sevesotals, als auch westlich davon ab. Ihre Erosionswirkung war nicht imstande, die noch jetzt mächtigen Endmoränen von Cantu und Cucciago zu durchbrechen oder abzutragen.

Die erodierende Wirkung dieser Wasserläufe wurde aber noch unterstützt durch die Schmelzwässer des Luganergletschers. Als Begründung für letztere Behauptung weise ich auf zwei Punkte hin:

1. Woher sollte denn die merkwürdige Ausbuchtung nach Nord-West in der Niederterrasse bei Civello und Lurate Abbate kommen? Dass die Wässer des Comogletschers hier eine solche Schleife nach Norden gemacht hätten, ist wohl kaum anzunehmen.

2. Die zweite beweisende Tatsache ist das Vorkommen von mit Moräne überzogenen Rundhöckern bei Lurate Abbate. Sie zeigen einen Kern von Molasse. Vor der Drumbildung nun musste diese Molasse an verschiedenen Stellen durchschnitten werden. Und von wem? Doch nur durch die Schmelzwässer des alten Ticino- oder Ceresiogletschers, denn diese Rundhöcker sind zu hoch, und die sie trennenden Tälern zu tief, als dass man annehmen könnte, sie seien ausschliesslich durch den Gletscher erzeugt worden.

Die Niederterrasse von Civello, Bulgarogrosso und Minoprio Caporago, also die auf der Westseite des Seveso, dacht sich sanft, schildförmig nach Süden ab und geht allmählich in alluvialen Kies über. Ähnliches ist auch in anderen subalpinen Amphitheatern beobachtet worden (Nr. 20). Von Asnago und Carimate an läuft sie als schmaler Streifen an beiden Seiten des Seveso hin und endet bei der Stadt Seveso und westlich von Meda mit deutlichem Absturz nach dem alluvialen Talboden des letztgenannten Flusses.

Alle Aufschlüsse in dieser Terrasse zeigen schönes, frisches, fluvioglaciales Material. Einen schlagenden Beweis, dass wir es wirklich mit Niederterrasse zu tun haben, liefert ein Aufschluss bei der Station Cantu-Asnago. Wir finden nämlich in dieser Terrasse alten, festen, abgerollten Ceppo der Hochterrasse. Der Übergang von Niederterrasse in Kies des Alluviums ist kaum festzustellen, da in den südlichen Teilen der Terrasse sehr wenig Aufschlüsse vorhanden sind. Zu erwähnen wären an dieser Stelle einige Bohrlöcher bei Saronno, die von Salmograghi (Nr. 24) beschrieben sind. Es wurde bis zu 122,51 Meter gebohrt, jedoch kein anstehendes Pliocän gefunden; man bemerkte aber in grösseren Tiefen eine Verfestigung des Kieses (Ceppo).

Beim Eintritt ins Amphitheater finden wir noch einen kleinen Rest von junger, sandiger Terrasse, innerhalb der ersten Endmoräne (Albate) angelagert. Im Sand treten 3 m^3 grosse, eckige Blöcke von Granit und Gneiss auf, die wahrscheinlich durch Schollentransport dorthin gekommen sind.

4. Alte Flussläufe, Rundhöcker und Drums.

Wie schon oben angeführt wurde, fand die Hauptentwässerung westlich des Seveso statt. Daher bemerken wir auf dieser Seite auch die meisten alten Flussläufe. Wir finden solche in der Niederterrasse zwischen den Resten der Appianomoräne und zwei grössere bei den Rundhöckern von Lurate Abbate.

Auf der Ostseite ist im Amphitheater ebenfalls ein alter Glacialabfluss zu beobachten, das sogenannte Tal von Brenna. Von Brenna beginnend mündet er am Ende der Hochterrasse. Ferner wird auch die Mittelmoräne Cucciago-Cantu von zwei alten Flussläufen unterbrochen.

Am Ende des Sees fallen uns sowohl auf der linken, wie auf der rechten Seite die rundhöckerartig abgeschliffenen Berge der (Nr. 4 und 5) miocänen Nagelfluh von Como in die Augen. Der Monte Baradello ist ein typischer Rundhöcker dieser Gesteinsart, ebenso der ihm gegenüber liegende Monte Croci. Ferner ist noch zu nennen der Monte Orfano, ein in die Länge gezogener Rundhöcker von einer Kalkbreccie, die Taramelli (Nr. 7) als Numulitenkalk bezeichnet. Hiermit sind die Rundhöcker in diesem Gebiete erschöpft. Anstehendes ist im Amphitheater fast gar nicht zu beobachten.

Drums finden sich nur an einer Stelle nördlich von Lurate Abbate, wie oben schon kurz erwähnt wurde. Es sind drei Paar von Drumlins vorhanden. Alle zeigen einen Kern von Molasse und sind bis zu 2 Meter und mehr mit Moränenmaterial bedeckt. Sowohl Grundmoränenmaterial, wie Oberflächenmaterial ist vorhanden, denn es treten sowohl runde wie auch eckige Blöcke in ziemlicher Anzahl auf.

Diese Rundhöcker scheinen durch Annahme primärer Wasserläufe in der anstehenden Molasse erklärt werden zu können. Durch die einschneidende Wirkung des Wassers erfolgte eine Teilung in verschiedene Einzelhöcker, die dann der glättenden Erosion und Abrundung des Gletschers anheimfielen.

B. Moränen des Leccoarms.

a. Ältere Eiszeit.

Terrassen.

Das charakteristische Merkmal der Terrassen der älteren Eiszeit ist, wie wir schon im Gebiet des Amphitheaters von Como gesehen haben, die Ferettisierung und das infolge der Erosion unebene Gelände, das im scharfen Gegensatz zu den Terrassen der jüngeren Eiszeit steht. Letztere sind nämlich alle wie mit dem Lineal zugeschnitten.

Dagegen fallen die Hochterrassen des Leccoarmes viel sanfter zur Niederterrasse ab, wie diejenigen auf der Comoseite, so dass man oft im Zweifel ist, ob man es wirklich mit Hochterrassen zu tun hat, wenn nicht die Aufschlüsse den schönen Feretto aufwiesen, der jeden Zweifel beseitigt.

Der Umstand, dass die Terrassen auch hier spitz nach Süden zulaufen, erklärt sich durch die Wirkungen früherer starker Wasserläufe. Auch heute noch treffen sich an solchen Convergenzpunkten meist zwei kleinere Bäche.

Hier im Bereiche der Adda, die den Hauptabfluss des Comersees bildet, finden wir drei Reste von Hochterrasse. Den grössten und kleinsten derselben beobachten wir auf der Westseite. Ersterer ist nach Norden hin durch den Montevecchio geschützt und nur dieser Berg hat sie vor der vollständigen Zerstörung durch die mächtigen Wässer der letzten Eiszeit bewahrt. Dieselbe Beobachtung können wir auch an zahlreichen anderen Hochterrassenresten machen.

Der äussere Rand dieser Terrasse nach der Adda zu läuft direkt vom Montevecchio bei Casina Nibio erst längs der Bahnlinie etwas östlich von Lomagna, dann ganz nahe der Provinzialstrasse nach Mailand entlang bis nach Usmate; macht bei Velate Milanese eine kleine Einbuchtung und erreicht schliesslich bei Arcore sein südlichstes Ende. Der Abfall des Terrassenrandes ist verschieden hoch, er schwankt zwischen 6 bis 10 m.

Nördlich von Lomagna (vide Karte!) fanden sich keine grössern Aufschlüsse. Nur kleinere Löcher zeigten Feretto. An einer Stelle fast gegenüber von Cernusco befindet sich am Absturzrand ein altes glaciales Konglomerat mit grossen Geschieben und einer Ferettobedeckung von 1—1½ m.

Schöner und grösser werden die Aufschlüsse weiter nach Süden. Hier sind es hauptsächlich die Bäche, die den Feretto und Ceppo gut und bis zu grösseren Tiefen entblössen. So am Torrente Molgorella und Molgorana; besonders schön jedoch im Südzipfel dieser Terrasse in der Gegend von Lesmo, wo im Tal Pegorino in der Tiefe alter glacialer Ceppo und oben typischer Feretto zu sehen sind. Die Mächtigkeit beträgt hier zirka 10 m für den Ceppo und 5 m für den Feretto.

Einen kleinen Rest von Hochterrasse haben wir weiter östlich von der oben beschriebenen. Ihr Abfall ist im Westen und Osten wenig hoch, doch ziemlich gut erhalten. Im Norden bei Ronco und im Süden bei Ruginello ist sie dagegen sehr verwaschen und von Niederterrasse überlagert. Es ist daher hier unmöglich, eine genaue Grenze anzugeben. Aufschlüsse sind hier sehr wenige vorhanden, doch tritt bei der Fornace von Carnate Feretto deutlich zu Tage.

Auf der Ostseite der Adda haben wir nur einen Rest von Hochterrasse. Auch hier endigt diese diluviale Flussablagerung in einem spitzen Zipfel bei Chignolo (vide Karte!). Sie legt sich an den Monte Canto (709 m) bei Sotto il Monte an. Ihr Abfall zieht sich auf der Ostseite von Chinoglo über Terno nach Mapello; auf der Ostseite reicht sie bis östlich von Baccanello hin und endet bei Corna. In dieser Gegend lagern sich an sie zum Teil die Moränenlappen der letzten Eiszeit an, und es ist daher schwer, die Grenze genau zu bestimmen.

b. Jüngere Eiszeit.

1. Endmoränen.

Die jüngere Eiszeit ist in dieser Gegend durch ein kleines Amphitheater vertreten. Vier Endmoränen ziehen sich in schwachen Bogen auf der Westseite der Adda hin und lassen sich zum Teil auch noch in kurzen Wällen auf der Ostseite verfolgen. Diese Unterbrechung sucht Stoppani (Nr. 5) durch das Hindernis, das ihnen der Monte Canto bei ihrem Absatz bereitete, zu erklären, denn durch ihn sei der Gletscher auf die Westseite gedrängt worden. Stoppanis «morena d'ostacolo» auf der Westseite des obengenannten Berges ist keine Wallmoräne, sondern nur an den Berg angelegter Gletscherschutt. Der Ueber-

gang zur Wallform geschieht erst durch die Moränenwälle des Monte Gilio (412 m).

Die südlichste Moräne dieses Amphitheaters zieht sich von Pagnano über Merate, Novate bis nördlich vom Monte Robiate, um sich hier mit der folgenden Moräne zu einem fast vollkommen zusammenhängenden Zuge zu vereinigen (vide Karte!) Auf der Ostseite der Adda setzt sie sich in einem Wall weiter bis zum Monte Gilio (412 m) fort.

Die nächste zieht sich von Sabioncello über Casina Barbiano, überschreitet bei der Molino Vanzone die Adda und erstreckt sich bis zum Monte Gilio. Die dritte Endmoräne ist nicht so deutlich ausgeprägt, wie die zwei vorher genannten. Sie zieht sich von Sartirano über Mombello, wird bei Imbersago durch einen Fetzen Niederterrasse unterbrochen und setzt sich auf der anderen Seite der Adda fort bis in die Nähe des Monte Canto.

Es folgt nun der kleine Moränenzug von Vescogna (vide Karte!), Granza, Olgiate, Molgaro. Er hat keine Fortsetzung auf der Ostseite der Adda, da der Monte Canto die Ablagerung von Gletscherschutt verhinderte.

Die vierte, nördlichste und kleinste Moräne endlich zieht sich wieder in einem schönen Wall von Molgora bis Brivio und erstreckt sich auf der andern Seite bei Mura bis zum Anstehenden.

Diese Wälle gehören der Gletscherzunge an, die von Lecco her durch das Becken des Lago di Garlate vorstiess.

Es sind aber noch zwei andere Moränenwälle vorhanden, nämlich einer südlich von Olgiate und ein langgezogener im Tale Rovagnate und Perego. Diese Wälle möchten wohl zu der Gletscherzunge zu rechnen sein, die sich bei Lecco von der eben angegebenen trennte und die durch den Lago di Annone und durch das Tal von Rovagnate bei Olgiate wieder mit der frühern Gletscherzunge zusammenkam. Zu bemerken ist, dass der Gletscher dieser Gegend, der vom Monte Canto etwas nach Westen geschoben wurde, sicher einen kleinen Arm in das Valla di Pontida gesandt hat, welch letzteres im Norden vom Monte Scarlaggio (588 m), im Süden vom Monte Canto begrenzt wird. Und in der Tat finden wir diese Ansicht bestätigt durch eine Stirnmoräne bei St. Giacomo, die von der Eisenbahnstrecke Lecco-Bergamo durchbohrt ist.

Weitere Moränenwälle konnten nicht aufgefunden werden, dagegen sind an den Bergabhängen und in den Gebirgstälern des Addagebietes grössere und kleinere Moränenlappen vorhanden. Solche sind östlich vom Monte Crocione (879 m) durch einen Seitenarm der Hauptgletscherzunge, westlich von diesem Berg durch die Gletscherzunge vom Lago di Annone, wenn man sie so nennen darf, gebildet worden. Im Norden findet sich eine Querverbindung zwischen den Seen von Annone und Garlate. In allen Aufschlüssen trat frisches Moränenmaterial zu Tage.

Zwischen den Wällen des beschriebenen Amphitheaters herrscht meist sandig bis lehmige Grundmoräne vor. Z. B. liegt der Moränensee Lagetto di Sartirana nördlich von Sartirana, in einer Depression, welche aus lehmiger Grundmoräne besteht.

Ein Punkt in den Aufschlüssen von Imbersago an der Chaussee nach Robiate fällt sofort auf. Dort findet sich auf typischem, zum Teil feinem Fluvioglacial, Moräne aufgelagert (vide Bild Nr. 1 u. 2, Tafel I). In der Nähe kommen die beiden Moränen von Merate und Sabioncello nahe zusammen. Das geschichtete Fluvioglacial setzt weiter unter der Moräne fort. Ein ähnliches Beispiel wurde schon oben bei Albate erwähnt. Diese beiden Vorkommnisse sind wohl durch eine Schwankung, d. h. einen sekundären Vorstoss zu erklären, wobei das vorher angeschwemmte Fluvioglacial durch Moräne bedeckt wurde. Der Vorstoss muss allerdings in diesem Gebiet bedeutender gewesen sein, als im Amphitheater von Como, denn es erscheint wahrscheinlich, dass das ganze Amphitheater auf der Niederterrasse ruhte. Ausserdem steht auch die gewaltige Ausdehnung der Niederterrasse in keinem Verhältnis zu dem kleinen Amphitheater.

2. Terrassen.

Die Niederterrasse nimmt bei weitem das grösste Areal in dieser Gegend ein. Sie liegt auf beiden Seiten der Adda und läuft aus der Gegend von Merate (Westufer) und Calusco (Ostufer) nach Süden aus, indem sie langsam in Kies übergeht. Sie hat also keinen Absturz im Süden; bloss am Ostufer bei Brembate findet sich ein deutlicher Terrassenrand, doch ist die Bildung desselben durch den Zusammenfluss der Adda mit dem Brenno zu erklären, wie schon Zollikofer (Nr. 25) erwähnt hat.

17. **Stella, A.**: «Sui terreni quaternari della Valle del Po, in Rapporto alla Carta geologica d'Italia»; Roma. Tip. Nazionale 1895.
18. **Sacco**: «La Valle Padana». Ann. R. Accad. di Agricolt. di Torino 1900.
19. **G. de Alessandri**: «Creta e sull' Eocene della Lombardia». Milano 1899.
20. **Moebus**: «Beiträge zur Kenntnis des diluvialen Oglioglетschers». Mitteil. d. Naturf. Ges. Bern 1901.
21. **A. Baltzer**: «Geologie der Umgebung des Iseosees»; Geol. und Palæont. Abhandlungen von Koken. Neue Folge V, Heft 2. Jena, Fischer 1901.
22. **Ziegler, J. M.**: «Karte des Ober-Engadin und des Bernina-Gebirges bei Übersicht der Ausdehnung dortiger Erratischer Spuren». 1 : 150,000.
23. **Taramelli, T.**: «I tre laghi», Studio geologico orografico.» Milano, Artaria 1903.
24. **Salmojraghi, F.**: «Osservazioni geologiche sopra alcuni pozzi recentemente perforati nella provincia di Milano»; Rend. Istituto lomb. S. II. Vol. XXV, 18—19. Milano 1892.
25. **Zollikofer, F.**: «Beiträge zur Geologie der Lombardei». Amtlicher Bericht der 32. Versamml. d. Deutsch. Naturf. und Ärzte in Wien 1854.
26. **A. Baltzer**: «Zur Entstehung des Iseosee- und Comerseebeckens», Zentralblatt für Mineralogie und Palæontologie. Stuttgart 1902.

II. Historische Einleitung.

Über die Moränenamphitheater des alten Addagletschers zwischen beiden Armen des Comersees ist bisher noch keine zusammenhängende, vollständige kartographische Darstellung nach den neueren Prinzipien der Glacialgeologie veröffentlicht worden. Auf Anregung von Prof. A. Baltzer habe ich diese Arbeit übernommen und dabei auch die obere Grenze des alten Addagletschers am Comersee bestimmt. Zu diesen Aufnahmen wurden in den Jahren 1902 und 1903 im ganzen 26 Wochen verwendet.

Von älteren Arbeiten über den alten Addagletscher kommen in unserem Gebiet hauptsächlich die von Omboni (Nr. 2),[1]) Stoppani (Nr. 3,5), Rütimeyer (Nr. 3), von neueren die von Sacco (Nr. 13) und Stella (Nr. 17) in Betracht.

[1]) **Die Zahlen hinter den Verfassern und Literaturangaben bezeichnen die Nummer des zitierten Werkes im Literaturverzeichnis.**

3. Alte Flussläufe.

Der Hauptabfluss der Gletscherwässer dürfte wohl der heutigen Addalinie ziemlich entsprechen, wie an der Verteilung des Terrassenschotters auf ein ausgedehntes Netz von Schmelzwässern zu entnehmen ist. Zwei grössere und ein kleinerer, alter Wasserlauf sind heute noch deutlich zu bemerken.

Die Adda muss einmal einen Arm von Airuno nach Westen gesandt haben, denn bei Olgiate und Pilata sehen wir deutlich einen alten Wasserlauf, der die Moräne von Pilata und Olgiate dreimal geteilt hat (vide Karte!) und sich dann längs der jetzigen Bahnlinie nach Süden hin fortsetzt. Wahrscheinlich hat auch dieser alte Lauf den Rest der Hochterrasse von Carnate von der grösseren von Lomagna-Usmate getrennt. Eine kleine Wasserrinne zieht sich längs der vorletzten Endmoräne bei Novate entlang und geht in die Adda. Das Anstehende bei Robbiate und der Rest des Anstehenden bei Imbersago (vide Karte!) hingen selbstverständlich früher zusammen und sind erst durch diesen alten Wasserlauf getrennt worden. Ein drittes Rinnsal endlich findet man in der Niederterrasse. Dasselbe läuft südlich von Verderio über Airuzzio, Brentana und endet bei Casina Mosca an der Strasse von Vimercate nach Bellusco. Man sieht noch deutlich das alte Bett; das Fluvioglacial ist hier zu einem festen Conglomerat verkittet.

C. Moränen der Brianza

1. des Vallassina- und 2. des Valmadreragletschers.

Wenn ich in den folgenden Schilderungen, gegen meine ursprüngliche Absicht, dieses Gebiet zuletzt behandle, so haben mich Gründe verschiedener Natur dazu veranlasst. Ganz abgesehen davon, dass der allgemeine Überblick dadurch erleichtert wird, fällt es auch bei weitem nicht so schwer, die keineswegs immer leicht verständliche Kombination dieser beiden Seitengletscher zu verstehen. Da wir in der Literatur nähere Berichte über dieses Gebiet vermissen und es Stoppani (Nr. 5) sogar für ausgeschlossen erachtet, dass man jemals hier Moränenwälle werde unterscheiden können, so erscheint es um so angezeigter, dass gerade in diesem dunklen Punkte Klarheit geschaffen werde, und ich hoffe, dass meine Erörterungen einen Beitrag zur Lösung dieser Frage liefern werden.

Offenbar befindet sich Stoppani im Irrtum, wenn er meint, dass diese beiden Seitengletscher keine Endmoränen abgesetzt hätten.

a. Ältere Eiszeit.

Terrassen.

Grosse Terrassenkomplexe der älteren Eiszeit kann man in diesem Gebiet nicht feststellen. Es ist nur noch die Fortsetzung der schon beschriebenen Hochterrasse von Lomagna, Velate und Lesino zu nennen.

Von Arcore (dem Zipfel) zieht sich der Westrand dieser Hochterrasse immer ungefähr einen halben km vom Lambro entfernt auf der Westseite dieses Flusses hin, um schliesslich bei Costa Lambro an die Ablagerungen einer jüngeren Eiszeit zu stossen. Im Norden ist sie durch den Lauf der noch zu beschreibenden Stirnmoräne des Valmadreragletschers begrenzt (vide Karte!).

Stella (Nr. 17) hat Recht, wenn er angibt, dass am Comersee manchmal die jüngsten Moränen auf dem ältesten Diluvium liegen. Dieses ist besonders an letztgenannter Grenze sehr deutlich zu sehen. Schon beim ersten Blick fällt der Farbenunterschied des Bodens auf, denn die braunen Äcker des Ferettobodens von Tregasio und Calo stechen scharf ab gegen den grauen Ackerboden von Brugora und Casina Rigola. Ein ähnliches, wenn auch nicht ganz so klares Bild bietet im Westen der Brianza die Grenze zwischen der jüngeren und älteren Eiszeit bei Cremnago Arosio einerseits und bei Brenna-Carugo andererseits.

b. Jüngere Eiszeit.

1. Charakterisierung der Endmoränen.

Wenn man sich auf der Rotunde vom Palaste in Inverigo befindet, so bemerkt man bald, dass man am Scheitelpunkt von zwei Moränenzügen steht. Man sieht nämlich nach Westen in der Ferne die Moränenzüge von Cucciago und Cantu, die nach Westen hin umbiegen. Blickt man nach Norden, so gewahrt man zwei Hügelzüge, die von Norden kommend in der Nähe unseres Beobachtungsplatzes nach N. O. biegen. Verfolgt man schliesslich den Hügelzug, auf dem man selbst sich befindet, so sieht man, dass dieser zuerst nach Süden und in grösserer

Entfernung nach Osten und schliesslich nach Norden sich hinzieht. Sofort wird es klar, dass wir es hier mit zwei verschiedenen Stirnmoränen zu tun haben, nämlich mit derjenigen des Vallassinagletschers und mit der des Armes vom Leccogletscher, der durch das Valmadrera herüberkam.

I. Endmoränen des Vallassinagletschers.

Dieser Gletscher hat zwei Stirnmoränen abgelagert, die, wenn auch nicht sehr hoch, doch gut ausgeprägt sind. Sie schliessen den Lago di Alserio im Nordwest, Südost und Südwest ein. Die innere dieser zwei Moränen hat einen Durchmesser von $2^1/_5$ km und läuft von Erba über Carcano, Anzana nach Monguzzo; die äussere dagegen beschreibt einen fast doppelt so weiten Bogen, besitzt jedoch immer ungefähr die gleiche Höhe (50—60 m). Zu ihr gehören die Hügelzüge von Lurago Erba, von Fabbrica Durini bis Orsenigo und von hier bis Vill' Albese. Alle Aufschlüsse in diesen Moränen zeigten frisches, ungeschichtetes Material. Besonders auffallend ist ein grosser Aufschluss bei der Station Anzano del Parco, da derselbe deutlich durch seine grossen, runden wie eckigen Blöcke zeigt, dass wir es mit Moränenmaterial zu tun haben.

II. Endmoränen des Valmadreragletschers.

Wenden wir uns nun zu den Moränen des Gletschers, der durch das Valmadrera (gegenüber Lecco) in die Brianza eingedrungen ist. Wie schon erwähnt, machte er etwas nördlich von Carate Brianza Halt und setzte hier seine äusserste Stirnmoräne ab. Die Stirnmoränen dieses Gletschers sind vielmehr durch Gletscherwässer getrennt, wie die des Vallassinagletschers; aber dennoch kann man deutlich ihren Verlauf studieren. Es sind im ganzen drei Stirnmoränen vorhanden. Die mittlere und kleinste ist heute nur noch südlich von Besana zu beobachten. Die äusserste fängt am Anstehenden bei Barzano (vide Karte!) an, läuft über Casate nuovo bis Vergo (Ostseite des Lambro) und findet meiner Meinung nach ihre Fortsetzung in den Moränenhügeln von Cremnago und Careggia (vide Karte!). Ihr Zwischenstück von Vergo bis Cremnago ist eben durch Gletscherwasser vollständig zerstört.

Der innere Moränenzug ist noch sehr schön erhalten und bildet einen echten Halbkreis. Er fängt im Westen etwas nördlich von Inverigo an, läuft über Arosio bis an den Lambro und setzt sich auf der anderen Seite, wenn auch in etwas kleineren Hügeln bis Besana fort. Von hier aus zieht er sich wieder an Stärke zunehmend über Monticello bis nördlich von Cremella hin. Es ist dieses die schönste Stirnmoräne im Diluvialgebiet des Comersees. Sie erscheint von Renate aus als ein geschlossener Halbkreis; ihr Durchmesser beträgt 7 km. Alle Aufschlüsse in diesem Moränenamphitheater zeigen kiesig-sandiges Bindemittel. Grosse Blöcke und Schrammen sind keine Seltenheit. Hierdurch wie durch Feretto ist die südliche Grenze gut bestimmt.

2. Mittelmoränen.

Der Eindruck des besonderen gewaltigen Amphitheaters der Brianza wird noch erhöht durch das Vorhandensein von zwei gut ausgeprägten und ziemlich mächtigen Mittelmoränen. Sie erheben sich in der grossen Depression des schon beschriebenen Valmadreragletschers und laufen $1^1/_2$ km von einander entfernt vollständig parallel in einer Richtung, von Nord-nord-ost nach Süd-süd-west. Die westliche bildet die Hügelzüge der Ortschaften Capriano, Colzano etc. etc., die östliche, mit ihr parallel laufende Mittelmoräne umfasst kleinere Anhöhen in der Gegend von Casaretto, Viano inf. und Viano sup. und ausserdem einen grösseren zusammenhängenden Komplex von Erhebungen bei Renate und findet ihr Ende bei Cremella Verdegio, wo ihre Spur durch anstehende Hügel verwischt wird. Bei Capriano und Renate sehen wir lokale schöne Übergussschichtung, auch wechselt verfestigtes mit losem ungeschichtetem Material ab. Schrammen und grosse, runde wie eckige Blöcke finden sich in allen Aufschlüssen.

Zwischen den Wällen dieses Amphitheaters stösst man auf verschwemmten Lehm der Grundmoräne, der hie und da auch runde, gekritzte Geschiebe enthält (vide Karte!). Dieser Lehm findet Verwendung in industriellen Anlagen.

3. Terrassen.

Über die Terrassen einer jüngeren Eiszeit ist an dieser Stelle nur noch wenig zu sagen. Das hauptsächlichste Terrassengebiet letztbeschriebener Moränen verschmilzt mit demjenigen

von Cantu und Cucciago, d. h. mit den Schottern, welche durch das jetzige Sevesotal transportiert worden sind. Die Grenze auf der Westseite ist schon bekannt (Meda, Cabiate, Marianno, Carugo). Von hier aus kreuzt sie die Strasse Carugo-Arosio, läuft dann über Giussano bis zum Erosionstal des Lambro und hält sich auch nach Süden hin immer an denselben. Auf der anderen Seite dieses Flusses gewahren wir aber noch einen kleinen Rest dieser grossen Akkumulationsterrasse. Ihre Grenze hält sich im Westen ebenfalls an den Rand des Lambro, im Osten etwas südlich, von Costa Lambro ausgehend, läuft sie der schon beschriebenen Grenze der Hochterrasse parallel (vide Karte!).

Die Aufschlüsse zeigten überall frisches, geschichtetes Material, dessen Grösse nach Süden im allgemeinen abnimmt, eine Erscheinung, die besonders gut längs des Lambro beobachtet werden kann. Hier sind solche Niederterrassenschotter zu Konglomerat verfestigt, sie sind keinesfalls tertiär, wie die Gebrüder Villa behauptet haben (Nr. 1).

An Erosionsterrassen längs des Lambro sind verschiedene zu nennen, so die von Carate bis Albiate und eine grössere zwischen Biassono und Monza, im Gelände, in welchem der königl. Park sich befindet. Deutlich sieht man fast überall einen kleinen Absturz von unserer grossen Akkumulationsterrassse zu diesen Schotteranschwemmungen. In tieferem Niveau bei Lambro kommen noch einzelne kleinere Terrassen vor, doch sind sie ohne Bedeutung. Die Tatsache, dass die grossen Erosionsterrassen fast nur auf der Westseite des letztgenannten Flusses vorkommen, erklärt sich durch eine festere Verkittung des Konglomerats auf der Ostseite. Während auf der Westseite lose und feste Bänke abwechseln.

4. Alte Flussläufe und Seen.

Erinnern wir uns nochmals des alten Flusslaufes im Val de Brenna, der schon kurz beim Como-Amphitheater geschildert wurde. Nicht nur von dieser Seite hat er Gletscherwässer aufgenommen, sondern wie aus den Studien der Gletscherverhältnisse in der Brianza hervorgeht, auch aus dem ganzen Gebiet grosse Wassermassen empfangen. Dieser Umstand erklärt denn

schon zum grössten Teil, dass das Brennatal, im Gegensatz zu anderen, so tief eingeschnitten ist. Ausserdem fällt sofort auch die Bucht der Niederterrasse, die bei Carugo in die Hochterrasse übergeht, auf (vide Karte!). Wie liesse sich diese anders erklären, als durch den alten Wasserlauf des Val de Brenna?

Die grössten alten Wasserläufe in der Brianza entsprechen entschieden noch dem jetzigen Laufe des Lambro, des Seveso und der Adda. Dagegen beweist ein alter Wasserlauf des Brianzaamphitheaters bei Villa Baverio und Calo (vide Karte!), dass hier einst, abgesehen von dem Lambro, noch ein besonderer Abfluss stattfand, der später bei tieferem Einschneiden des Lambro trocken gelegt wurde.

Seen der Brianza.

Über die Seen der eigentlichen Brianza lässt sich nicht viel Bestimmtes sagen, da die Diluvialdecke eine Untersuchung der tektonischen Verhältnisse sehr erschwert. Was ihre Entstehung durch Glacialerosion betrifft, so möchte ich diese für meine Person nicht absolut verneinen, da ihre Tiefen nicht über 30 m hinausgehen. Wir haben zur Diluvialzeit zwei Seen gehabt; denn der Lago Alserio und Lago di Pusiano sind durch ein Delta getrennt worden. Richten wir nun unser Augenmerk auf die eigentliche Zugrichtung der beiden Gletscher, nämlich des Vallassina- und Valmadreragletschers. Ersterer kam aus dem Vallassina und ergoss sich durch den Lago di Segrino und über den Sattel von Castelmarte und setzte seine Stirnmoränen um den Lago di Alserio ab. Betrachten wir nun den Durchmesser des äusseren Walles, so erhalten wir damit die Breite der Zunge des Gletschers. Verfolgen wir dann aber die Richtung des Gletschers nach dem Lago di Segrino hin, so erhalten wir die Richtung Südwest-Nordost. Zur Orientierung bediene man sich der italienischen topographischen Karte im Massstab 1:100,000, Blatt Como. Nach der Breite der oben beschriebenen diluvialen Gletscherzunge nun und der uns gleichfalls bekannten Zugrichtung dürfte der alte Gletscher den jetzigen Lago di Pusiano kaum berührt haben; wie sollte er also denselben haben erodieren können?

Anders ist es beim Lago di Annone. Dieser liegt ohne Zweifel in der Zugrichtung des Valmadreragletschers, denn das

beweist deutlich der Verlauf der Mittelmoränen dieses Gletschers. Dann aber fragt man sich: Woher kommt es, dass der Gletscher zwei Seen nebeneinander erodiert hat, ohne die Zwischenwand, die beide trennt, herunterzuschleifen? Dieser Punkt spricht sicher gegen Glacialerosion, zumal da die Zwischenwand aus Kalk besteht und von geringer Breite ist. Der See allerdings ist bei einer Tiefe von nur 11 m ziemlich flach.

Über den Charakter der Seen ist nicht viel zu sagen. Es sind fast alle Abdämmungsseen mit mehreren Zuflüssen und immer nur einem Abfluss. Beim Lago Alserio und Pusiano findet die Entwässerung durch den Lambro statt. Beim Lago di Annone ist es ein postglacial gebildeter Abfluss in den Leccosee. Stoppani (Nr. 5) meint, der See habe früher mit dem von Lecco zusammengehangen und das ganze Valmadrera erfüllt; beim Rückzug der Gletscher sei er aber durch eine Moräne von ihm getrennt worden. Als Beweis für seine Anschauung macht er geltend, dass sich im Valmadrera geschichtete Tone befänden. Gegen die Sperrmoräne (Seitenmoräne des Leccogletschers) ist nichts einzuwenden, denn in der Tat ist sie vom jetzigen Abfluss des Lago di Annone durchbrochen. Wenn nun aber der Leccosee und Lago di Annone zusammenhing, so müsste ja ersterer 27 m höher gelegen haben, wofür jedoch Stoppani keine Beweise erbringt, denn seine geschichteten Lehme können gerade so gut beim Rückzug vom Gletscher abgelagerter Ton oder Lehm sein. Auf jeden Fall muss, wenn der Leccosee mit dem Lago di Annone zusammengehangen hat, letzterer einen Abfluss nach Süden gehabt haben, denn dafür spricht in erster Linie das vollkommen zerrissene Terrain der Brianza und ferner die Torfbildung zwischen den Seen der Brianza. Der Lago Alserio und Pusiano haben schon immer einen Abfluss gehabt, wie das Erosionstal des Lambro beweist. Also müssen die Wässer des Lago di Annone die Gegend vor der letzten Eiszeit überschwemmt und so die Torfbildung hervorgerufen haben; denn dass diese Torfbildung nicht zur Alluvialzeit gehört, beweisen die zum Teil darüberliegenden krystallinischen Geschiebe.

Beim Rückzuge der Gletscher in der letzten Eiszeit ist der von mir südlich angenommene Abfluss des Sees durch mächtige Gletscherablagerungen in der Brianza verdeckt worden und der

ganze Wasserdruck des Sees verursachte wohl in kurzer Zeit den Durchbruch der Staumoräne am Leccosee, fand jedoch einen viel grösseren Widerstand an den südlichen diluvialen Ablagerungen. So erklärt sich der Abfluss nach dem Leccosee, während alle anderen Seen ihren Abfluss nach Süden haben.

V. Obere Grenze des alten Addagletschers am Comerseebecken.

Die Untersuchungen erstreckten sich auf der Ostseite von Brunate über Como bis zum Monte Legnoncino am Nordende des Sees, andrerseits am westlichen Ufer vom Monte Bisbino oberhalb Cernobbio bis zum Monte Berlinghera.

Die obere Blockgrenze der jüngeren Vergletscherung entspricht sich auf beiden Seiten ziemlich genau (vide Profile!), die obere Grenze der älteren Vergletscherung konnte nicht festgestellt werden, da keine Moränenlappen oder Blöcke, die einer solchen älteren Eiszeit entsprächen, beobachtet wurden. Allerdings entziehen sich ja nach der Analogie anderer diluvialer Gletscher die vereinzelten Blöcke der oberen Zone leicht der Beobachtung, indessen dürfte auch hier wie am Iseosee (Nr. 20) die obere und untere Grenze nahezu zusammenfallen.

An dieser Stelle sei betont, dass die Untersuchungen fast nur an den gegen den See vorspringenden Gebirgsspornen vorgenommen wurden. In Nischen ging die Grenze immer fast um 20 m hinunter. An einzelnen Stellen, wie am Monte Muggio, sogar um 30 m.

Der nördlichste Punkt der Untersuchung war, wie oben bemerkt, der Monte Berlinghera. Der Gletscher fiel auf der Halbinsel zwischen beiden Seearmen sanft bis zum Hang des Monte Primo (1635 m) ab, wo er sich teilte. Hier erreichte er eine Höhe von 1250 m und nicht wie Omboni und Stoppani (Nr. 2 und 5) annehmen, nur von 700 m über dem Meer.

Von hier aus fällt er bis zum letzten Punkt der Untersuchung etwas schneller und zwar von oberhalb Brunate über Como und Bisbino (auf der Westseite) bis zu 800 m. Die Grenze ist an vielen Stellen deutlich gekennzeichnet. Eine Kolonie von erratischen Blöcken deutet meistens die nahe Grenze an,

z. B. an der Cima Grona (vide Bild Nr. 3, Tafel Nr. I), Monte Bregagno, Monte di Tremezzo, Monte St. Primo und Monte Muggio. Blöcke bis zu 3 m^3 sind keine Seltenheit und vereinzelt sind auch viel grössere gefunden worden.

Drei Riesenblöcke befinden sich auf der Ostseite des Tales und auffallender Weise bestehen sie alle aus demselben Gestein, nämlich aus «Granitporphyr» mit grossen Einsprenglingen von Feldspat, den Omboni (Nr. 2) schon als «serizzio ghiandone» bezeichnet hat. Dieses Gestein kommt häufig auf dieser Seite vor, doch nur in der alta Brianza. Auf der Westseite ist das Hauptleitgestein «Quarzphyllit», der ebenfalls in grossen Blöcken sich findet.

Die Glacialgrenze wurde wie folgt konstatiert:

1. Auf der Westseite des Sees: «Monte Berlinghera» (1951 m) oberhalb Gera am nördlichen Seeende; letzte Blöcke: Granit (2 m^3) und Quarzphyllit ($1^1/_2$ m^3) bei 1650 m, kleines Erraticum folgt noch bis zu grösserer Höhe, hört aber bei 1700 m auf;

«Monte Bregagno» (1905 m) (Nordsporn) oberhalb Dongo. Granitblock (2 m^3) 1300 m. Weiter oberhalb keine grösseren Blöcke. Erraticum hört auf bei 1500 m.

«Cima Grona» (1732 m) (südlicher Grat vom M. Bregagno) oberhalb Aquaseria. Granit, Gneiss bei 1100 m. Grenze scharf durch Blockkolonie bei 1400 m (vide Bild Nr. 3, Tafel Nr. I) markiert.

«Monte di Tremezzo» (1700 m) oberhalb Tremezzo, letztes Erraticum bei 1250 m: 2 grosse Blöcke von Quarzphyllit (6 m^3) am Kreuz von Narro.

«Cima Doaria» (1447 m) oberhalb Sala, bei 1000 m Quarzphyllit (2 m^3) eckig, daselbst auch kleine Gneissblöcke und Granit, 1100 m; Granit 1250 m letztes Erraticum.

«Monte Bisbino» (1325 m) 400—600 m Serpentine häufig (2 m^3—3 m^3) bei 700 m Quarzphyllit (4 m^3), bei 800 m letztes Erraticum.

2. Auf der Ostseite des Sees: «Monte Legnoncino» (1714 m) oberhalb Dorio. Bei 800 m kiesige Grundmoräne, bei 1300 m Verrucano (3 m^3). Viel kleines Erraticum; bei 1550 m hört dasselbe auf.

gang zur Wallform geschieht erst durch die Moränenwälle des Monte Gilio (412 m).

Die südlichste Moräne dieses Amphitheaters zieht sich von Pagnano über Merate, Novate bis nördlich vom Monte Robiate, um sich hier mit der folgenden Moräne zu einem fast vollkommen zusammenhängenden Zuge zu vereinigen (vide Karte!) Auf der Ostseite der Adda setzt sie sich in einem Wall weiter bis zum Monte Gilio (412 m) fort.

Die nächste zieht sich von Sabioncello über Casina Barbiano, überschreitet bei der Molino Vanzone die Adda und erstreckt sich bis zum Monte Gilio. Die dritte Endmoräne ist nicht so deutlich ausgeprägt, wie die zwei vorher genannten. Sie zieht sich von Sartirano über Mombello, wird bei Imbersago durch einen Fetzen Niederterrasse unterbrochen und setzt sich auf der anderen Seite der Adda fort bis in die Nähe des Monte Canto.

Es folgt nun der kleine Moränenzug von Vescogna (vide Karte!), Granza, Olgiate, Molgaro. Er hat keine Fortsetzung auf der Ostseite der Adda, da der Monte Canto die Ablagerung von Gletscherschutt verhinderte.

Die vierte, nördlichste und kleinste Moräne endlich zieht sich wieder in einem schönen Wall von Molgora bis Brivio und erstreckt sich auf der andern Seite bei Mura bis zum Anstehenden.

Diese Wälle gehören der Gletscherzunge an, die von Lecco her durch das Becken des Lago di Garlate vorstiess.

Es sind aber noch zwei andere Moränenwälle vorhanden, nämlich einer südlich von Olgiate und ein langgezogener im Tale Rovagnate und Perego. Diese Wälle möchten wohl zu der Gletscherzunge zu rechnen sein, die sich bei Lecco von der eben angegebenen trennte und die durch den Lago di Annone und durch das Tal von Rovagnate bei Olgiate wieder mit der frühern Gletscherzunge zusammenkam. Zu bemerken ist, dass der Gletscher dieser Gegend, der vom Monte Canto etwas nach Westen geschoben wurde, sicher einen kleinen Arm in das Valla di Pontida gesandt hat, welch letzteres im Norden vom Monte Scarlaggio (588 m), im Süden vom Monte Canto begrenzt wird. Und in der Tat finden wir diese Ansicht bestätigt durch eine Stirnmoräne bei St. Giacomo, die von der Eisenbahnstrecke Lecco-Bergamo durchbohrt ist.

moräne, darüber Gletscherschutt. Leider ist dieser Aufschluss jetzt durch die Stützmauer der englischen Kirche verdeckt.

Vergebens waren die Bemühungen im Nordzipfel des Comersees, interglaciale Profile zu finden. Auch am westlichen Comoarme wollte mir ihre Feststellung nicht glücken. Der Grund liegt wohl darin, dass gar keine, oder wenig mächtige Moränenablagerungen an diesen Armen zu finden sind und dass, wie schon Omboni (Nr. 2) sagt, die Vegetation das Auffinden von Aufschlüssen erschwert. Die grösste Moränenablagerung dürfte sich wohl in der Tremezzina, zwischen Menaggio und dem südlich gelegenen Sala befinden. Die Moräne ist hier terrassiert und von verschiedener Breite, bis zu 1 km.

Die grösste Aufmerksamkeit wurde hier auf die Untersuchung der Bachbette gewendet in der Hoffnung ein Interglaciales Profil angeschnitten zu finden; es gelang dann auch, ein solches 1 ½ km südlich von Cadenabbia im Val Mainona festzustellen; es beginnt ungefähr ¾ km bachaufwärts. Dunkle, blaue und gelbe Tonschichten wechseln hier miteinander ab. Dieselben sind öfters durch feinen, gelben Sand getrennt. Die Tone enthielten Schalentrümmer von Schnecken, leider waren diese zu sehr zerdrückt, um Arten feststellen zu können. Über dem Ton liegt Bergschutt von verschiedener Mächtigkeit, dann erst kommt lehmig-sandige Grundmoräne, bis zu 40 und 50 m Mächtigkeit. Auffallend in dieser Moräne ist das fast vollständige Fehlen von Kalkgeschieben. Das Liegende dieser Conchilien führenden Tonschichten ist vom Bach leider nicht aufgeschlossen. Es fand sich jedoch in der Tiefe am Boden einer Sandgrube glacialer Schotter, der ziemlich stark verwittert war.

Diese eine kleine Stelle liefert natürlich noch keinen Beweis dafür, dass überall glaciale Schotter unter den Tonschichten vorhanden sind. Doch liegen die Tone ungefähr im selben Niveau, wie die von Prof. Baltzer untersuchten, und dürfte man sie daher wohl als interglacial oder interstadial bezeichnen.

Eine zweite Fundstelle, die sich wohl mit der schon besprochenen zusammen bringen lässt, liegt bei Campo und ist durch den Bach Perlana aufgeschlossen. Man sieht hier eine frühere Deltabildung. Sie erstreckt sich hinter Campo bis zum Orte Molgisio, also in einer Länge von 700 m: Steil gestellte Deltaschichtung in Kies mit Kalkgeröllen, in einer Höhe von

5—15 m, nach oben abgeschnitten und discordant überlagert von einer bis zu 20 m mächtigen, kiesigen Grundmoräne (vide Bild Nr. 4, Nr. 5, Nr. 6, Tafel Nr. II). Direkt bei Campo zirka 10 m über dem Seeniveau fallen die Schichten mit einem Winkel von 22° ein, während sie nach dem Gebirge hin langsam steiler werden und schliesslich ein Fallen von 26° (Bussolenmessung) aufweisen.

Interstadiale Bildung bei Campo.

Da keine Organismen in den fluviatilen Schichten gefunden wurden, so darf man sie nicht direkt als interglacial, wohl aber als interstadial bezeichnen.

Nun lässt sich die Moränendecke dieser alten Deltabildung bis hinter Cadenabbia verfolgen. Hier und bei Tremezzo bedeckte sie aber tatsächlich die schon beschriebenen blätterführenden Tonschichten. Sind diese daher interglacial, so können es auch jene sein.

VII. Rückläufige Terrassen am See.

Nach dem schon Philippi (Nr. 16) im Jahre 1896 auf rückläufige Terrassen am Leccoarm hingewiesen und Prof. Baltzer (Nr. 26) im Jahre 1902 in diesem Seeteil tatsächlich solche bei Mandello und Lierna konstatiert hat, kann ich auf Grund meiner Untersuchungen am Comerarm und in dem Nordzipfel des Comersees noch einige kleine Beiträge hierzu liefern.

Alle Terrassen sind Felsterassen und schneiden die Schichtung in den meisten Fällen annähernd senkrecht. Im Nordzipfel des Comersees treten an zwei Stellen rückläufige Terrassen auf, die ersten am Monte Bregagno. Man unterscheidet deutlich zwei Terrassen, welche nach Norden sanft abfallen. Die oberste und deutlichste von diesen liegt in einer Höhe von ungefähr,

1400 m, die zweite dürfte ungefähr 70—90 m darunter liegen. Sie fangen an auf dem Sporn der Cima Grona und setzen sich dann fort auf dem Vorsprung der Cima Bregagno oberhalb Rezzonico. Alle beide fallen mit 2 ½° (Bussolenmessung) nach Norden ein. Der beste Beobachtungspunkt dürfte wohl etwas über Bellano liegen.

Eine zweite rückläufige Terrasse überblickt man gut von oberhalb von Aquaseria (Westufer) aus, sie befindet sich auf der Ostseite des Sees in einer Höhe von za. 500 m etwas über Regoledo und lässt sich bis ungefähr nach Biosio einen guten km lang verfolgen. Die Rückläufigkeit beträgt hier nach Bussolenmessung 1—1½°.

Wenden wir uns nun nach Süden und sehen uns im Comerarm um, so fallen uns hier an zwei Stellen Terassen auf.

Zunächst am Monte Nuvolone gegenüber Lenno. Hier treten 2 Terrassen auf. Die oberste etwas längere läuft ungefähr in 700 m Höhe, die untere, kürzere za. 80—100 m tiefer. (Zur Orientierung vide Bild Nr. 8 Tafel Nr. III). Beide haben ein Gefälle nach Norden von 2½°—3. Sie sind nicht fortlaufend, sondern werden an zwei Stellen durch Gebirgsbäche getrennt.

Die schönsten rückläufigen Terrassen jedoch, die jedem auffallen müssen, der mit dem Dampfer vorbeifährt und sein Augenmerk auf diesen Punkt richtet, befinden sich bei Blevio gegenüber von Cernobbio. Es sind zwei Terrassen zu unterscheiden. Eine läuft oberhalb der Strasse in einem Niveau von 300 m. Auf ihr stehen die Orte Capovico, Sopravilla, Sorto und Merzorico. Die zweite liegt unterhalb der Strasse. Beim Orte Capovico sind beide Terrassen deutlich zu unterscheiden. Auf der unteren liegt der obere Teil von Porto und Girola. (Zur Orientierung vide Bild Nr. 9 Tafel Nr. III). Beide Terrassen haben ein Gefälle von 2° nach Norden. Auch bei Laglio glaube ich rückläufige Terrassen bemerkt zu haben, möchte aber diese Beobachtung nicht als völlig feststehend bezeichnen.

Da nun bei Brieno der tiefste Punkt des Seegrundes mit 410 m liegt, während bei Cernobbio die Tiefe nur mehr 250 m beträgt, so entsprechen die rückläufigen Terrassen bei Blevio der Konfiguration des Seegrundes und beweisen dessen tektonische Bildung.

VIII. Zusammenfassung und Schluss.

Im Gebiet des alten diluvialen Addagletschers lassen sich mit Sicherheit zwei Eiszeiten nachweisen, die, wie anderwärts, auf grössern Klimaschwankungen beruhen.

Zur Unterscheidung derselben dient meine Ausscheidung einer äusseren Moränenzone und der auf Niveauverschiedenheit und Ferettisierung gestützte Nachweis eines Niederterrassen- und Hochterrassenschotters nach dem Vorgang von Penck in andern Gebieten.

Weitere Anhaltspunkte geben die von Prof. Baltzer nachgewiesenen wahrscheinlich interglacialen Blätterschichten von Cadenabbia, mit Rhododendron ponticum (Nr. 6), an die sich weitere Funde von mir anlehnen, wie mein interstadiales, vielleicht interglaciales Delta bei Campo und die interglacialen Bändertone im Val Mainona bei Tremezzo.

Eine dritte und oberste Terrasse (Deckenschotter) konnte nicht konstatiert werden. Wenn Stella (Nr. 17) drei Terrassen angibt, so rechnet er wohl eine Erosionsterrasse als erste Akkumulationsterrasse mit.

Während der vorletzten Eiszeit drangen die Eismassen des Addagletschers auf der Comerseite bis in die Gegend von Appiano vor und setzten hier ihre Geschiebe ab, indem sie den noch heute guterhaltenen Wall bildeten. Beim Rückzug verschwemmten die Gletscherwässer die vorher abgesetzten Wälle und bildeten so eine grosse Akkumulationsterrasse, die uns heute noch an einzelnen Stellen in nach Süden zugespitzten Dreiecken entgegentritt (vide Karte!). Und zwar ist sie meist da noch erhalten, wo sie im Norden durch Bergrücken vor der verheerenden Zerstörung späterer Gletscherwässer geschützt war. Dass kein Deckenschotter vorhanden ist, erklärt sich auf analoge Weise, denn die Wässer der grössten Eiszeit (mittleren) haben sicher in diesem Gebiet nichts zurückgelassen, wenn schon die Wässer der jüngsten, kleinsten Eiszeit mit der mächtigen Hochterrasse so aufgeräumt haben.

Jedoch auch auf eine andere Art lässt sich das Fehlen des Deckenschotters erklären. Könnte er nicht unter der Hochterrasse liegen? Denn die Ablagerung ist doch in ein Senkungsgebiet hinein erfolgt.

Nach der Bildung der Hochterrasse zogen sich nun die Gletscherzungen des Addagletschers infolge eines wärmeren Klimas wie andere Gletscher bis in ihre Stammtäler zurück. Denn die Flora bei Cadenabbia (Nr. 6) im Interglacial beweist ein wärmeres Klima.

Erst später, bei abnehmender Temperatur und zunehmender Feuchtigkeit, drang der Addagletscher abermals vor, jetzt aber nicht ganz so weit, wie in der vorigen Eiszeit, d. h. nur im Amphitheater von Como; denn in demjenigen der Valmadrerazunge liegt die äusserste Stirnmoräne südlicher, wie die noch erhaltenen Stirnmoränen der vorletzten Eiszeit im Comoamphitheater. Auch die Wässer dieser letzten Eiszeit zerstörten zum Teil die neuabgesetzten Endmoränen, verschwemmten die Hochterrasse zum grössten Teil und setzten in ihr Erosionsgebiet die Schotter der letzten Eiszeit ab, nämlich die Niederterrasse. Erst in diese gruben sich die grossen Flüsse und Bäche ein und bildeten die Erosionsterrassen der Adda und des Lambro.

Die zwei Eiszeiten sind also vertreten durch zwei Akkumulationsterrassen, nämlich Niederterrasse einerseits und Hochterrasse andererseits.

Zieht man schliesslich einen Vergleich zwischen den Moränenamphitheatern des Comer- und Leccosees, des Iseosees, des Gardasees und demjenigen der Dora Baltea bei Ivrea, so ergeben sich folgende Resultate:

Was die Räumlichkeit und Ausbreitung der Moränenwälle betrifft, so steht nach ganz elementarer Ausrechnung und in Übereinstimmung mit Rütimeyer (Nr. 4) das Gesamtgebiet der Amphitheater des Comer- und Leccosees an erster Stelle, entsprechend der Grösse und Beschaffenheit des Einzugsgebietes. Ihm folgt und steht an Grösse nicht viel zurück dasjenige vom Gardasee. Erst dann folgt das Moränenamphitheater von Ivrea und zum Schluss das kleinste von allen, dasjenige vom Lago d'Iseo.

Nach der Mächtigkeit der Wälle ergibt sich folgende Reihenfolge. In erster Linie stehen Ivrea- und Gardasee, dann Comer-, Leccosee und Iseosee.

Die Beschaffenheit der Amphitheater ist bei den drei andern sehr einfach, bei demjenigen des Comersees jedoch etwas kompli-

zierter, da alle andern nur ein Amphitheater aufweisen, in dem behandelten Gebiet jedoch vier solche (zwei grosse und zwei kleinere) auftreten. Die eigentliche Ursache dieser Erscheinung ist wohl in dem grossen Einzugsgebiet zu suchen, womit die grösste flächenhafte Ausbreitung des Moränenmaterials zusammenhängt; ferner trugen dazu bei das Bodenrelief und die Gabelung des Seebeckens bei Bellagio.

Das westlichste und östlichste dieser Amphitheater haben Stirnmoränen und Abfluss zusammen, während beim Como- und Iseosee beide getrennt sind, denn das kleine Amphitheater an der Adda betrachte ich, wie schon erwähnt, als eine Bildung, die nach Ablagerung der Terrassen erfolgte. Während beim alten Garda-Oglio- und Addagletscher in der «centralen Depression» hinter dem Amphitheater grosse Seebecken liegen, ist dies, abgesehen von unbedeutenden Seelein, beim alten Dora-baltea-gletscher nicht der Fall.

Nachtrag.

Nach Abschluss meiner Dissertation erhalte ich Kenntnis von der interessanten Arbeit Taramellis «*I tre laghi, studio geologico, orografico*», Milano 1903, zu der ich, soweit sie sich auf das von mir untersuchte Gebiet bezieht, einige Anmerkungen machen möchte.

Unnötig dürfte meine Karte neben der von Taramelli nicht sein, da eine ganze Anzahl sich auf Tatsachen und Theorie beziehende Unterschiede vorkommen:

Taramelli's Karte enthält keine Spezifizierung der Wallmoränen, wie ich sie gebe, da wie er meint, der Massstab seiner Karte zu klein war; sie gehören aber doch wohl, schematisch angegeben, zum Bild der Moränenlandschaft.

Er gibt ferner keine Profile über die obere Blockgrenze des alten Addagletschers im Bereich des Comerseebeckens, wie sie sich in meinem Text finden.

Den etwas verschwommenen Ausführungen Taramellis bezüglich des Diluviums lässt sich oft schwer folgen; es fehlt an einer klaren, genetischen Darlegung bezüglich der Terrassen.

Soweit es sich aus seiner Beschreibung ersehen lässt, entsprechen die von ihm gebrauchten Ausdrücke in der folgenden Kolumne ungefähr der von mir angenommenen Terminologie von Penck in Kolumne II

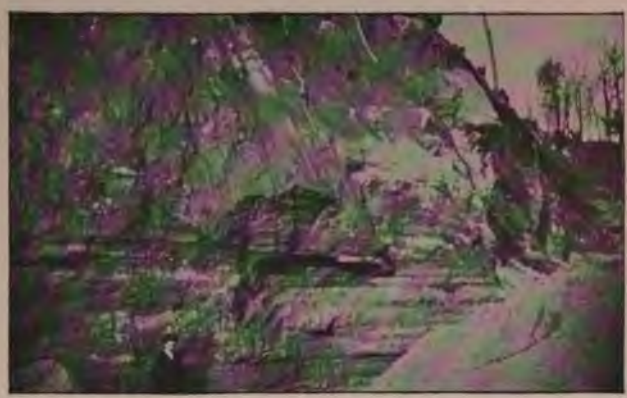
Diluvium recente.	Niederterrasse.
» medio.	Hochterrasse.
» antico.	Deckenschotter.

Pencks Bezeichnungen haben eine klare, einheitliche, genetische Beziehung zu den Eiszeiten und sind daher einer mehr stratigraphischen Bezeichnungsweise wohl vorzuziehen. Was steckt nicht alles in Taramellis «*Diluvio recente*»: Terrassenkies, aber auch Grundmoräne, verschwemmter Schutt, Lehm, Torf, geschichtete Sande, also genetisch total verschiedene Dinge.

Taramelli nimmt zwar mehrere Eiszeiten an, unterscheidet aber keine äussere Moränenzone, wiewohl sie vorhanden ist, z. B. bei Appiano, wo stark zersetzte und ferettisierte Wälle auftreten.

Es muss nachdrücklich betont werden, dass Verfestigung in Schottern aller Altersstufen vorkommt (auf der Süd- wie auf der Nordseite der Alpen), und dass sie daher ein zweideutiges Argument für Altersbestimmung darstellt. Es kann der Niederterrassenschotter lokal stark verfestigt sein, selbst Moränenwälle zeigen Ceppobildung wie z. B. eine der Mittelmoränen des Valmadreragletschers und viele Stellen im Amphitheater von Como. Ceppo ist also ein stratigraphisch und genetisch nur in beschränkter Weise verwendbarer Begriff. Die Ansichten von Taramelli über Ceppobildung (*Cementazione contemporanea al trasporto, p. 84*) teilen wir nicht, wir glauben, dass die unteren lockeren Partien des Konglomerats nach und nach durch Infiltration verkittet wurden. Verkittung und Verwitterung gingen Hand in Hand.

Auf Taramellis Karte ist mehrfach Diluvio medio angegeben, wo ich Niederterrasse (Diluvio recente) habe. Für mich ist ausschlaggebend der Grad von Frische der Gerölle über grosse Flächen hin, so bei Paderno; von Merate ausgehend bis weit hin nach Süden. Überall sind hier die Geschiebe frisch; bei meinen Untersuchungen war von Feretto nichts zu bemerken. Während ich den Aufschluss bei Paderno ganz als Niederterrasse bezeichne, mit abwechselnder Verfestigung (vide Profil Seite 73) hat Taramelli folgende Einteilung dafür:



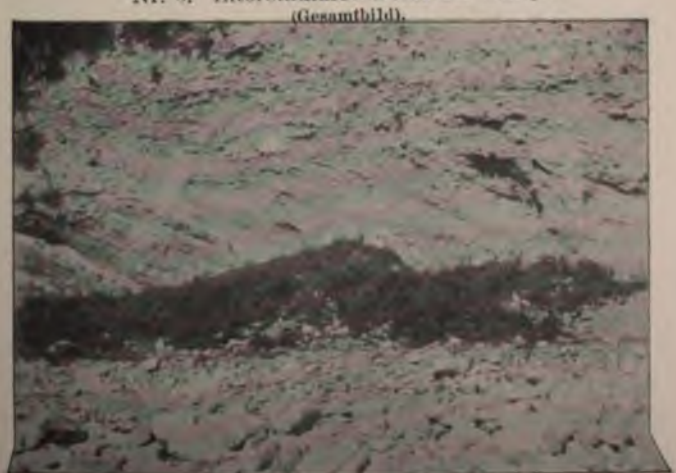
Nr. 1. Moräne auf Fluvioglacial bei Imbersago.
(Linke Seite des Aufschlusses.)

Nr. 2. Moräne auf Fluvioglacial bei Imbersago.
(Rechte Seite des Aufschlusses.)

Nr. 3. Erratische Blockkolonie an der Cima Grona.
(Bei 1400 m.)

Nr. 4. Interstadiales Delta bei Campo.
(Bild am Ende.)

Nr. 5. Interstadiales Delta bei Campo.
(Gesamtbild).



Nr. 7. Ceppobildung abwechselnd mit losem Geröll bei Paderno.

Nr. 9. Rückl. Terrassen bei Blevio.

Nr. 8. Monte Nuvolone.
(Terrassen.)

Oben. 1. Diluvio antico mit alpinen Elementen.
2. Konglomerat des Villafranchiano.
3. Diatomeenmergel ähnlich denen von Pianico mit præalpinen Geröllen vom Val Brembo.

Von letzteren Mergeln habe ich an den von mir untersuchten Stellen bei Paderno nichts bemerkt, obwohl ich bei Gelegenheit des Dammbaues in den Taucherschächten war und auch hier nur frische Geschiebe und anstehenden Kalk (zirka 15 m unter der Wasseroberfläche) fand.

Ferner bezeichnet er noch als Hochterrasse die von mir nachgewiesene Niederterrasse zwischen Cirimido, Turate, Saronno, wo alle Aufschlüsse frisches Material zeigten. Ebenfalls zeigte sich dieses in dem von ihm angenommenen Hochterrassenstreifen. bei Vimercate, Oreno und Monza.

Merkwürdig ist, dass sein *Diluvio medio* und *antico* so oft an die jüngsten Moränen stösst, wo man doch die Produkte der Abschwemmung derselben, also *Diluvio recente* mehr entwickelt erwarten sollte.

Taramelli gibt vielfach Streifen von *Diluvio recente* zwischen *Diluvio medio* und *antico* an, wo nur unbedeutende postglaciale Alluvion zu sehen ist, so z. B. dem alten Wasserlauf im Val Brenna entsprechend, ferner im Oberlauf des Lambro und schliesslich noch im Oberlauf der Molgora in der von mir bestimmten Hochterrasse bei Lomagna.

Das Schema idrografico der Quarternärepoche erscheint vielfach, z. B. mit Bezug auf die Flüsse des *Diluvio antico* und *medio*, unverständlich und phantastisch und ist auch im Text nicht begründet. Taramelli sagt übrigens p. 113 selbst: «*Quindi la ricostrazione teorica della idrografia dei periodi interglaciali e tuttora molto confusa.*»

Ad. Gasser.

Ueber die Nullstellen der Besselschen Funktionen.

(Eingereicht im Juli 1904.)

Einleitung.

Als allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - a^2) y = 0,$$

worin a eine beliebige Zahl bedeutet, kann gesetzt werden:

$$y = A\overset{a}{J}(x) + B\overset{a}{K}(x).^1)$$

A und B sind arbiträre Konstante, $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ nennen wir die *Besselschen Funktionen I. Art.*

$\overset{a}{J}(x)$ lässt sich durch folgende Reihe darstellen

$$\overset{a}{J}(x) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} (-1)^{\lambda} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{a+2\lambda}}{\lambda!\, \Gamma(a+\lambda+1)},$$

woraus sich das Integral ergibt

$$\overset{a}{J}(x) = \frac{1}{2i\pi} \int_{-\frac{N}{x}}^{0} e^{\frac{x}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)} t^{-a-1}\, dt.$$

N ist eine zum unendlich Werden bestimmte Zahl.

Zwischen $\overset{a}{K}(x)$ und $\overset{a}{J}(x)$ besteht die Beziehung

$$\overset{a}{K}(x) = \operatorname{cotg} a\pi\, \overset{a}{J}(x) - \frac{1}{\sin a\pi}\, \overset{-a}{J}(x),$$

woraus sich auch eine Summenformel und Integraldarstellungen für $\overset{a}{K}(x)$ bilden lassen.

Auf die Besselschen Funktionen stösst man bei der mathematischen Behandlung mehrerer physikalischer und astronomischer Probleme, und es spielen darin meist die Nullstellen derselben eine bedeutende Rolle.

---

[1]) L. Schläfli, Annali di Matem. Ser. IIa T. VI.

Von verschiedenen Mathematikern sind daher Untersuchungen angestellt worden, um die Zahl und Lage derselben zu ermitteln, ohne dass es bis dahin gelungen ist, einen einfachen Weg zur genauen Berechnung zu finden.

Wir haben uns die Aufgabe gestellt, die bis dahin bekannten Resultate und eingeschlagenen Methoden kurz zusammenzustellen und in einem zweiten Abschnitt eine derselben weiterzuführen.

I. Historischer Überblick.

Bereits *Poisson*[1]) hat gezeigt, dass die Gleichung $\overset{a}{J}(x) = 0$ für reelle a *nur reelle Wurzeln* besitzen kann. Er stellt das Integral auf:

$$\int_0^1 t \overset{n}{J}(\alpha t) \cdot \overset{a}{J}(\beta t)\, dt = 0,$$

worin α und β zwei beliebige aber verschiedene Wurzeln von $\overset{a}{J}(x) = 0$ bedeuten. Wäre α komplex, so könnten wir als β die konjugiert komplexe Wurzel wählen, es müssten dann auch $\overset{a}{J}(\alpha t)$ und $\overset{a}{J}(\beta t)$ konjugiert sein; ihr Produkt wäre positiv längs des ganzen Weges, somit könnte das Integral nicht den Wert Null annehmen.

Kurze Zeit später hat *Sturm*[2]) eine allgemeine Methode entwickelt, welche, angewendet auf die Besselschen Funktionen, sehr weitgehende Schlüsse auf die Lage ihrer Nullstellen zulässt. Da wir jedoch dieselbe im zweiten Teil unserer Arbeit einlässlich behandeln, so sei sie hier nur erwähnt. Dagegen müssen wir uns etwas länger bei der interessanten Untersuchung von *Hurwitz*[3]) aufhalten. Er beschäftigt sich nicht direkt mit den Besselschen Funktionen, wie wir sie eingangs definiert haben, sondern geht aus von einer verwandten aber einfachern Reihe. Er setzt

---

[1]) Sur la distribut. d. l. chaleur d. l. corps solides. Paris 1821.
[2]) Liouville Journal. Vol. 1. 1831.
[3]) Math. Annalen. Bd. 33. 1889.

$$f_a(z) = \frac{1}{\Gamma(a+1)} + \frac{z}{\Gamma(a+2)\cdot 1!} + \cdots + \frac{z^r}{\Gamma(a+r+1)\cdot r!} + \cdots$$

und es gilt dann:

$$\overset{a}{J}(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^a f_a\left(-\frac{x^2}{4}\right).$$

Daraus ergeben sich mit Leichtigkeit die Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$, wenn diejenigen von $f_a(z)$ bekannt sind. Hurwitz sucht die Aufgabe weiterhin zu vereinfachen, indem er die transzendente Funktion $f_a(z)$ durch eine rationale zu ersetzen sucht, deren Nullstellen in einem bestimmten Grenzfall mit denjenigen der transzendenten zusammenfallen. Zu diesem Zwecke beweist er folgenden Satz: *Es sei $f(z)$ die gleichmässige Grenze der Funktionsreihe*

$$g_0(z),\ g_1(z),\ g_2(z),\ \cdots\cdots,\ g_\nu(z),\ \cdots\cdots$$

so dass gilt $\lim_{\nu=\infty} g_\nu(z) \equiv f(z)$, *so liegen in einem Gebiet, in welchem $f(z)$ endlich und stetig, und die Funktionen $g_\nu(z)$ alle den Charakter einer rationalen Funktion besitzen, die Nullstellen von $f(z)$ in den Verdichtungsstellen der Wurzeln der Gleichungen*

$$g_0(z) = 0,\ g_1(z) = 0,\ g_2(z) = 0,\ \cdots\cdot g_\nu(z) = 0$$

und zwar liegen in einer beliebig kleinen Umgebung der Stelle w, die eine ν-fache Wurzel von $f(z) = 0$ ist, genau ν Nullstellen von $g_\nu(z)$, so bald ν eine bestimmte, von der Grösse jener Umgebung abhängende Zahl überschreitet.

Als solche Hilfsfunktion $g_\nu(z)$ wählt Hurwitz Zähler und Nenner der Kettenbruchentwicklung des Quotienten $\frac{f_a(z)}{f_{a+1}(z)}$, welche Funktionen von *Heine*[1]), *Christoffel*[2]) und *Lommel*[3]) bearbeitet worden sind.

$g^a_\nu(z)$ ist definiert durch die Reihe

$$g^a_\nu(z) = \sum_{r=0} \binom{\nu - r}{r} \frac{\Gamma(a+\nu-r)}{\Gamma(a+r)} z^r$$

und hängt in folgender Weise mit $f(z)$ zusammen:

$$g^a_\nu = \frac{(-1)^\nu \cdot \pi}{\sin a\pi} \left\{ f_{a-1} \cdot f_{-a-\nu} - z f_{-a+1} \cdot f_{a+\nu} \right\}.$$

[1]) Heine, Handbuch der Kugelfunkt. Bd. 1.
[2]) Crelle Journal Bd. 58.
[3]) Math. Annalen Bd. 4.

Setzt man für $f_{a+\nu}$ und $f_{-a-\nu}$ die Reihenentwicklungen ein, so lässt sich leicht zeigen, dass $\lim_{\nu=\infty} \frac{g_\nu^a}{\Gamma(a+\nu)} = f_{a-1}$. Man findet daher die Wurzeln der Gleichung $f_a(z) = 0$ mit beliebiger Genauigkeit, indem man diejenigen von $g_\nu^{a+1}(z) = 0$ bestimmt. Mit wachsendem ν wird die Übereinstimmung immer besser. Diese Hilfsfunktion $g_\nu^a(z)$ ist nebenbei bemerkt nahe verwandt mit der von *Graf* und *Gubler*[1]) eingeführten *Schläflischen Funktion*, deren Definition ganz ähnlich lautet.

Sie ist definiert als Zähler und Nenner der Kettenbruchentwicklung von $\frac{\overset{a}{J}(x)}{\overset{a-1}{J}(x)}$. Es ist

$$\frac{\overset{a}{J}(x)}{\overset{a-1}{J}(x)} = \lim_{\nu=\infty} \frac{\overset{a}{P}_\nu(x)}{\overset{a-1}{P}_{\nu+1}(x)},$$

wobei $\overset{a}{P}_\nu(x)$ die ν^{te} Schläflische Funktion mit dem Parameter a bezeichnet. $\overset{a}{J}(x)$ bildet ihre gleichmässige Grenze. Ferner ist

$$\overset{a}{P}_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \sum_{r=0} (-1)^r \binom{\nu-r}{r} \frac{\Gamma(a+\nu-r+1)}{\Gamma(a+\nu+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2r}.$$

Mit der Summenformel von $g_\nu(z)$ verglichen, ergibt sich

$$\overset{a}{P}_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \overset{a+1}{g}_\nu\left(-\frac{x^2}{4}\right),$$

somit fallen die Nullstellen von $\overset{a}{P}_\nu(x)$ mit denjenigen von $\overset{a+1}{g}_\nu\left(-\frac{x^2}{4}\right)$ zusammen, und es gilt der Satz:

Die Nullstellen der Besselschen Funktion $\overset{a}{J}(x)$ liegen in den Verdichtungsstellen derjenigen der Schläflischen Funktion.

Anmerkung. Es ist uns gelungen, eine Differentialgleichung der Schläflischen Funktion aufzustellen. Sie lautet:

$$\frac{x^2}{4}\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{x}{2}\frac{d^3y}{dx^3} - (p-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{p}{2x} + 2x\right)\frac{dy}{dx} + \frac{qy}{4x^2} = 0,$$

wobei

$$p = m\left(\frac{m}{2} + a + 1\right) + \left(a + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$q = m(m+2)\left\{4a(a+m+1) + m(m+2)\right\}.$$

[1]) Theorie der Besselschen Funkt. II. Art. S. 99. Bern.

Die weitern Schlüsse von Hurwitz basieren auf einem bekannten Sturmschen Satz über den Zeichenwechsel innerhalb einer Funktionsreihe bei Variationen des Arguments. Der Vollständigkeit halber wollen wir diesen kurz vorführen.

Es sei folgende Funktionsreihe gegeben:

$$V_m,\ V_{m-1},\ \cdots\ V_{\mu+1},\ V_\mu,\ V_{\mu-1}\ \cdots\ V_1,\ V_0.$$

V_i sei eine ganze rationale Funktion der komplexen Variablen z vom Grade i. Der Koeffizient von z^i sei positiv. Ferner erfülle V_i die Bedingungen:

1. Wenn $i \lesseqgtr \mu$, so besitzen, wenn V_i verschwindet, die Funktionen V_{i+1} und V_{i-1} von Null verschiedene Werte von ungleichem Vorzeichen, dagegen wenn $i = \mu$, so sollen sie gleiche Vorzeichen haben.
2. Geht z von $-\infty$ bis $+\infty$, so geht $\frac{V_m}{V_{m-1}}$ überall, wo der Quotient $= 0$ wird, von negativen zu positiven Werten über; oder mit andern Worten: Zwischen 2 aufeinanderfolgenden Nullstellen von V_m muss stets eine ungerade Zahl von Nullstellen von V_{m-1} liegen.
3. Die Gleichung $V_m = 0$ hat keine mehrfachen reellen Wurzeln.

Unter diesen Voraussetzungen hat die Reihe $V_\mu,\ V_{\mu-1}\ \cdots\ V_1,\ V_0$ für $z = -\infty$ μ Zeichenwechsel, während sie für $z = +\infty$ μ Zeichenfolgen aufweist. Geht daher z von $-\infty$ bis $+\infty$, so gehen μ Zeichenwechsel verloren. Es ist klar, dass ein solcher Verlust nur stattfinden kann, wenn eine der Funktionen V durch 0 hindurch geht, und durch die Voraussetzung 1) beschränkt sich dieser Verlust auf diejenigen Nullstellen von V_μ, wo $\frac{V_\mu}{V_{\mu-1}}$ von negativen zu positiven Werten übergeht. Es muss deshalb V_μ wenigstens μ reelle Wurzeln haben. Da diese Funktion aber vom Grade μ ist, so folgt der Satz: *Die Gleichung $V_\mu = 0$ hat nur reelle Wurzeln, und es geht der Quotient $\frac{V_\mu}{V_{\mu-1}}$ jedesmal, wenn er verschwindet, von negativen zu positiven Werten über.*

Auf gleiche Weise ziehen wir Schlüsse aus der Reihe $V_m,\ V_{m-1},\ \cdots\ V_{\mu+1},\ V_\mu,\ V_{\mu-1},\ \cdots\ V_1,\ V_0$; durchläuft z alle Werte

von $-\infty$ bis $+\infty$, so gehen m Zeichenwechsel verloren. Ein solcher Verlust kann hier eintreten erstens, wenn $V_m = 0$, und zweitens, wenn $V_\mu = 0$. Im letztern Falle gehen immer gleichzeitig zwei Zeichenwechsel verloren. Da $V_\mu = 0$ μ reelle Wurzeln besitzt, so ist die Zahl dieser Verluste 2μ. Es bleiben deshalb noch $m - 2\mu$ Verluste an Zeichenwechseln, die vom Verschwinden der Funktion V_m herrühren. Es muss diese somit *$m - 2\mu$ reelle und 2μ imaginäre Nullstellen besitzen.*

Die Bedingungen, denen die Funktionen V unterworfen sind, werden durch die g-Funktionen erfüllt, wie aus der Summenformel[1])

$$\overset{a}{g}_{2\nu} = \sum_{r=0} \binom{2\nu - r}{r} \frac{\Gamma(a + 2\nu - r)}{\Gamma(a + r)} z^r$$

und der daraus abgeleiteten Beziehung

$$(a + 2\nu - 1)\, g_{2\nu+2} = C_{2\nu}\, g_{2\nu} - (a + 2\nu + 1)\, z^2\, g_{2\nu-2},$$

wobei $C_\nu = (a + \nu)\{(a + \nu - 1)(a + \nu + 1) + 2z\}$,

leicht ersichtlich ist. Wenn $g_{2\nu} = 0$, so müssen $g_{2\nu+2}$ und $g_{2\nu-2}$ ungleiche Vorzeichen besitzen, so lange sowohl $(a + 2\nu - 1)$ als $(a + 2\nu + 1)$ positiv ist. Da ν von 1 an zählt, so ist dies sicher der Fall, sobald $a > -1$. Es kann deshalb in der Reihe $g_{2\nu}, g_{2\nu-2} \cdots g_2, g_0$ nur ein Zeichenwechsel verloren gehen, wenn $g_{2\nu} = 0$ wird. Da im ganzen ν solcher Verluste erfolgen und dies zugleich die Zahl der Nullstellen von $g_{2\nu}$ ist, so gilt folgender Satz: *Ist $a > -1$, so besitzen die Gleichungen $\overset{a}{g}_{2\nu}(z) = 0$ für jedes ν nur reelle Wurzeln, und es geht der Quotient $\dfrac{\overset{a}{g}_{2\nu}(z)}{\overset{a}{g}_{2\nu-2}(z)}$ jedesmal, wenn z eine Nullstelle von $g_{2\nu}(z)$ passiert, von negativen zu positiven Werten über.*

Die Zahl der positiven Wurzeln erhalten wir, indem wir z von 0 bis $+\infty$ wachsen lassen und die Zahl der eintretenden Verluste an Zeichenwechseln bestimmen. Für $z = 0$ ist aber:

$$g_0 = 1, \quad g_2 = a(a + 1), \quad g_4 = (a + 2)(a + 3)\, g_2$$

allgemein: $g_{2\nu+2} = (a + 2\nu)(a + 2\nu + 1)\, g_{2\nu}$.

[1]) Der Einfachheit halber betrachten wir nur die geraden g-Funktionen.

Für positive a sind alle diese Ausdrücke positiv, es tritt somit kein Zeichenwechsel ein, wenn z von 0 bis $+\infty$ wächst und deshalb haben die Gleichungen $\overset{a}{g}_{2\nu}(z) = 0$ keine positiven Wurzeln. Liegt dagegen a zwischen 0 und -1, so ist $|\overset{a}{g}_2(z)|_{z=0}$ negativ, und es geht mit wachsendem z ein Zeichenwechsel verloren. Wir erhalten somit den Satz:

Die Gleichung $\overset{a}{g}_{2\nu}(z) = 0$ *hat eine positive und* $\nu - 1$ *negative Wurzeln, wenn a zwischen* -1 *und 0 liegt, dagegen sind alle Wurzeln negativ, wenn* $a > 0$. Ist aber $a < -1$, liegt es z. B. zwischen $-(2\mu - 1)$ und $-(2\mu + 1)$, wo μ eine ganze positive Zahl bedeutet, so folgt aus

$$(a + 2\nu - 1)\, g_{2\nu+2} = c_{2\nu}\, g_{2\nu} - (a + 2\nu + 1)\, z^2\, g_{2\nu-2},$$

dass in der Funktionsreihe

$$g_{2\nu},\ g_{2\nu+2},\ \cdots\ g_{2\mu+2},\ g_{2\mu},\ g_{2\mu-2},\ \cdots\ g_0$$

immer, wenn eine der Funktionen verschwindet, die benachbarten gleiches Vorzeichen besitzen, ausgenommen dann, wenn $g_{2\mu}$ zu Null wird.

Ferner lässt sich zeigen, dass für grosse ν der Differentialquotient von $\dfrac{g_{2\nu}}{g_{2\nu-2}}$ einen positiven, von Null verschiedenen Wert besitzt und somit erfüllt die Funktionsreihe

$$g_{2\nu},\quad g_{2\nu-2}\cdots\quad g_{2\mu}\cdots\quad g_0$$

für grosse ν alle Bedingungen, die wir für die Reihe

$$V_m,\quad V_{m-1}\cdots\quad V_\mu\cdots\quad V_0$$

aufgestellt haben, und so können wir den für die Funktion V_m ausgesprochenen Satz auf unsere Funktion $\overset{a}{g}_{2\nu}$ anwenden.

Wir untersuchen wieder die Zahl der positiven Wurzeln. Für $z = 0$ ist $\overset{a}{g}_{2\nu+2} = (a+2\nu)\,(a+2\nu+1)$. Liegt a zwischen $-(2\mu-1)$ und $-(2\mu)$, so hat $\overset{a}{g}_{2\nu+2}$ für jedes ν das positive Zeichen, während, wenn a zwischen $-(2\mu+1)$ und -2μ gelegen ist, $\overset{a}{g}_{2\mu+2}(z)$ das einzige Glied ist, das für $z = 0$ negativ wird. Wir erhalten also im letztern Falle einen einzigen Verlust an Zeichenwechseln, wenn z von 0 bis $+\infty$ wächst. Dies er-

gibt den Satz: *Liegt a zwischen* $-(2\mu+1)$ *und* $-(2\mu-1)$, *so besitzt die Gleichung* $\overset{a}{g}_{2\nu}(z)=0$ *genau* 2μ *imaginäre Wurzeln, falls* ν *eine gewisse Zahl N überschreitet. Zugleich ist von den reellen Wurzeln dieser Gleichung eine oder keine positiv, je nachdem a zwischen* $-(2\mu+1)$ *und* -2μ *oder zwischen* -2μ *und* $-(2\mu-1)$ *liegt.*

Da die Nullstellen der Besselschen Reihe $f_{a-1}(z)$ in den Verdichtungsstellen der Wurzeln der Gleichungen $\overset{a}{g}_{\nu}(z)=0$ liegen und diejenigen der Besselschen Funktion $\overset{a-1}{J}(x)$ gefunden werden, indem man setzt $-\frac{x^2}{4}=z$, so ergibt sich ohne weiteres:

Die Wurzeln der Gleichung $\overset{a}{J}(x)=0$ *sind sämtlich reell und paarweise entgegengesetzt gleich, wenn* $a>-1$. *Liegt aber a zwischen* -1 *und* -2, *so fallen 2 derselben auf die imaginäre Axe und liegen symetrisch zum Nullpunkt.*

Dagegen können wir die Sätze für den Fall, wo $a<-2$ nicht ohne weiteres anwenden, da die Verdichtungsstelle eines Systems komplexer Werte nicht notwendigerweise komplex sein muss. Um nachzuweisen, dass sie es in diesem Falle ist, gehen wir aus von der Gleichung

$$g_{2\nu}(z)+\lambda g_{(2\nu+1)}(z)=0,$$

wobei λ einen reellen variablen Parameter bedeutet. Für $\lambda=0$ hat diese Gleichung für ein genügend grosses ν sicher μ-Paare konjugiert komplexer Wurzeln. Variiert r, so kann ein solches Paar nur verschwinden, wenn sich die konjugierten Werte auf der Realitätsgeraden treffen und eine reelle Doppelwurzel bilden. In diesem Punkte würde aber, da $\frac{g_{2\nu+1}}{g_{2\nu}}=-\frac{1}{\lambda}$, der Differentialquotient dieses Bruches $=0$, was nach früherem nicht möglich ist. Durchläuft deshalb λ kontinuierlich alle Werte von $-\infty$ bis $+\infty$, so bewegen sich die komplexen Wurzeln der Gleichung $\overset{a}{g}_{2\nu}(z)+\lambda\overset{a}{g}_{2\nu+1}(z)=0$ auf einer Kurve, die aus 2μ getrennten Zügen besteht. Es lässt sich zeigen, dass diese ganz im Endlichen liegen und in sich geschlossene Ovale bilden, von denen keines das andere schneidet oder berührt. Dagegen wird jedes

Oval, das zur Gleichung $g_{2\nu} + \lambda g_{2\nu+1} = 0$ gehört, von Innen berührt durch ein Oval, auf dem die komplexen Wurzeln der Gleichung $g_{2(\nu+1)} + \lambda g_{2(\nu+1)+1} = 0$ liegen. Der Berührungspunkt liegt da, wo $g_{2\nu+1}(z) = 0$. Ferner müssen sich die Ovale mit wachsendem ν verkleinern, und jedes schrumpft für $\nu = \infty$ in einen Punkt zusammen, der nach früherem eine Nullstelle von $f(z)$ sein muss.

Da aber $$\overset{a}{J}(x) = \left(\frac{x}{2}\right) f_a\left(-\frac{x^2}{4}\right),$$

so erhält man die Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$, indem wir setzen

$$z = -\frac{x^2}{4}$$

und nach x auflösen.

Wir bekommen dann aus einem konjugierten Wurzelpaar von $f_a(z) = 0$ deren zwei für die Gleichung $\overset{a}{J}(x) = 0$. Die Resultate von Hurwitz auf die Besselschen Funktionen übertragen, lauten somit:

Die Gleichung $\overset{a}{J}(x) = 0$ hat für negative, zwischen $-(2\mu + 2)$ und -2μ liegende Werte von a genau 2μ-Paare konjugiert komplexer und übrigens unendlich viele reelle Wurzeln. Zur nähern Bestimmung der komplexen Wurzeln hat man eine unendliche Reihe algebraischer Kurven

$$\psi_\nu(x, y) = 0, \quad \psi_{\nu+1}(x, y) = 0 \ldots,$$

von denen jede einzelne aus 4μ im Endlichen und aussereinanderliegenden Ovalen besteht. Das einzelne Oval der Kurve $\psi_\nu = 0$ berührt und umschliesst je ein Oval der nächstfolgenden Kurve $\psi_{\nu+1} = 0$ und enthält zugleich in seinem Innern je eine imaginäre Nullstelle von $\overset{a}{J}(x)$. Auf diese Nullstelle zieht sich das Oval mit wachsendem ν immer mehr zusammen. Dazu kommen noch zwei auf der lateralen Axe liegende Wurzeln für den Fall, dass a zwischen $-(2\mu + 1)$ und $-(2\mu + 2)$ liegt.

Durch Anwendung von Integralsätzen bestimmt Hurwitz *die Lage der komplexen Wurzeln* von $f_a(z) = 0$ noch genauer; das Resultat spricht er aus in dem Satz: *Die komplexen Wurzeln der Gleichung $-f_{a-1}(z) = 0$ liegen in denjenigen Gebieten der Ebene, in denen die Funktion*

$$h_\nu(x, y) = \frac{g_\nu(z) \cdot g_{\nu-1}(z') - g_{\nu-1}(z) \cdot g_\nu(z')}{z - z'}$$

negatir ist.

Dabei bedeuten z und z' 2 konjugierte Werte und ν eine ganze Zahl, die der Bedingung: $a+\nu>0$, genügt. Ferner hat er den Fall untersucht, wenn *a eine komplexe Zahl* mit positivem reellem Bestandteil ist, und dabei folgendes gefunden:

Es sei a eine Zahl mit positivem reellem Bestandteil. Man ziehe durch den Punkt $-\frac{a^2}{4}$ *zwei Halbstrahlen, von welchen der erste parallel zur Axe der negativen reellen Zahlen läuft, während die Verlängerung des zweiten durch den Nullpunkt geht. Die sämtlichen Wurzeln der Gleichung* $f_a(z) = 0$ *liegen dann in dem von den genannten Strahlen begrenzten (konvexen) Winkelraum.*

Auf die Beweise dieser letzten Sätze können wir nicht eintreten, da sonst unsere Arbeit zu ausgedehnt würde; der Vollständigkeit halber haben wir sie trotzdem angeführt.

Das sind in kurzen Zügen die Resultate, die wir Hurwitz verdanken. Seine höchst interessante Methode gibt uns genauen Aufschluss über die Zahl der Nullstellen der Besselschen Funktion, lässt aber die Lage derselben ziemlich unbestimmt. Immerhin liefern diese Resultate eine erste Annäherung.

Wir wenden uns nun zur Besprechung einer Note von *Rudsky*.[1])

Eingangs derselben führt er einen Beweis, dass zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ stets eine, aber nur eine Nullstelle von $\overset{a+1}{J}(x)$ liegen kann. Dieser Beweis wurde später auch von Bocher[2]) gegeben, und wir wollen ihn kurz reproduzieren.

Es sei gegeben

$$y(z) = 1 - \frac{z}{a+1} + \frac{z^2}{2!(a+1)(a+2)} - \frac{z^3}{3!(a+1)(a+2)(a+3)} + \cdots,$$

[1]) Mém. de la Société Roy. d. Sciences de Liège (2) Bd. 18.
[2]) Bull. Americ. Math. Soc. (2) Bd. 3. 97.

dann ist $\overset{a}{y}(z) = \Gamma(a+1)\left(\frac{x}{2}\right)^{-a}\overset{a}{J}(x)$, wenn

$$z = +\frac{x^2}{4}.$$

$\overset{a}{y}\left(\frac{x^2}{4}\right)$ hat die gleichen Nullstellen wie $\overset{a}{J}(x)$.

$y(z)$ genügt der Differentialgleichung:

$$z\frac{d^2\overset{a}{y}}{dz^2} + (a+1)\frac{d\overset{a}{y}}{dz} + \overset{a}{y} = 0 \qquad (1)$$

und aus der Reihe folgt die Beziehung:

$$\overset{a+1}{y}(z) = -(a+1)\frac{d\overset{a}{y}}{dz}. \qquad (2)$$

Für $z = 0$ ist $\overset{a}{y}(z) = 1$

und $\frac{d\overset{a}{y}(z)}{dz}$ negativ für a, die grösser sind als -1.

Es muss somit $\overset{a}{y}(z)$ mit wachsendem z abnehmen und wenn es die Nulllinie passiert, so ist $\frac{d\overset{a}{y}(z)}{dz}$ immer noch negativ und somit nach (2) $\overset{a+1}{y}(z)$ positiv. Die erste Nullstelle von $\overset{a+1}{y}(z)$ muss also *nach* derjenigen von $\overset{a}{y}(z)$ liegen.

Nehmen wir zwei beliebige benachbarte Werte α und β, welche $\overset{a}{y}(z)$ zu Null machen, so muss, nach derselben Gleichung (2), zwischen diesen sich sicher *wenigstens eine* Nullstelle von $\overset{a+1}{y}(z)$ befinden.

Wären es mehr als eine, z. B. k, so müsste in dem Intervall (α, β) die zweite Ableitung (k—1)mal verschwinden. Die Differentialgleichung (1) zeigt uns aber, dass $\overset{a}{y}(z)$ sein Zeichen ebenso oft wechselt als $\frac{d^2\overset{a}{y}(z)}{d^2z}$.

Somit ist $k-1=0$

$$k=1,$$

d. h. *zwischen zwei beliebigen aufeinanderfolgenden Wurzeln der Gleichung* $\overset{a}{y}(z) = 0$ *liegt eine, aber nur eine Wurzel von* $\overset{a+1}{y}(z) = 0$.

Rudski wendet sich nun speziell zur Untersuchung der Wurzeln von $J^{n+\frac{1}{2}}(x)$, wo n eine ganze Zahl bedeutet.

Nach *Poisson* lässt sich setzen:

$$y^{n+\frac{1}{2}}(x) = \frac{c}{x^{2n+1}} \left\{ X_n \sin x - X_n' \cos x \right\}.$$

Dabei bedeutet c eine Konstante, und X_n sowie X_n' sind ganze rationale Funktionen in x vom Grade n oder $n-1$, je nachdem n gerade oder ungerade ist.

Für $y^{n+\frac{1}{2}}(x) = 0$ folgt

$$\cot x = \frac{X_n}{X_n'}.$$

Die Nullstellen von $y^{n+\frac{1}{2}}(x)$ liegen somit in den Schnittpunkten der beiden Kurven

$$v = \frac{X_n}{X_n'}; \qquad w = \cot x.$$

Es lässt sich nun zeigen, dass, sobald x grösser ist als die grösste Wurzel von $X_n = 0$ und $X_n' = 0$, der Quotient $\frac{X_n}{X_n'}$ stets einen endlichen Wert besitzt, der

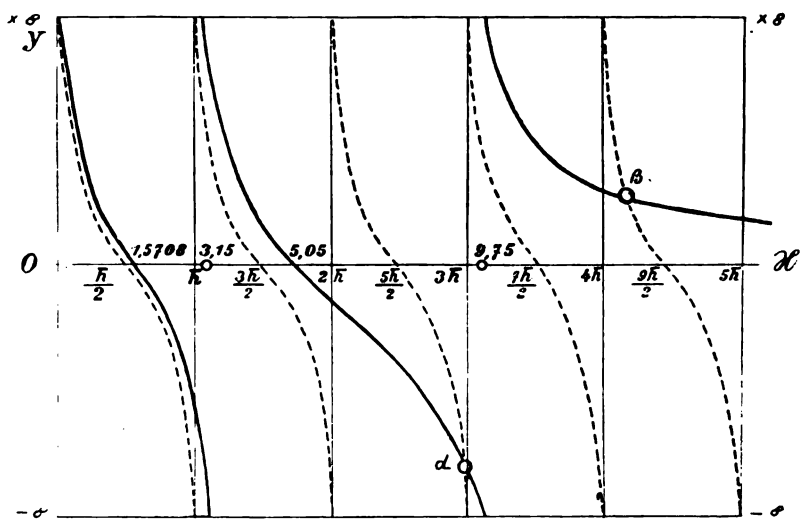
positiv ist für *ungerade* n und
negativ » gerade n.

Die Schnittpunkte der beiden Kurven liegen somit nur in ungeraden oder nur in geraden Quadranten; es gilt also der Satz:

Nachdem x den Wert der grössten Wurzel der Polynome X_n und X_n' überschritten hat, liegen die Wurzeln der Gleichung $J^{n+\frac{1}{2}}(x) = 0$ nur in den geraden resp. ungeraden Quadranten, wenn n gerade resp. ungerade ist.

Soweit sind die Resultate von Rudski ganz richtig. Er sucht nun aber den obigen Satz auch auszudehnen auf die *ersten* Wurzeln von $J^{n+\frac{1}{2}}(x) = 0$ und führt zu diesem Zweck einen Schluss

von n auf n+1 durch, macht aber mitten im Beweis eine Annahme, deren Richtigkeit weder vorausgesetzt noch bewiesen ist, die sich im Gegenteil als falsch erweist. Er setzt stillschweigend voraus, dass die beiden Kurven $v = \frac{X_n}{X_n'}$ und $w = \cot x$ sich innerhalb des Gebietes, in welchem die Nullstellen der beiden Polynome X_n und X_n' liegen, niemals schneiden. Dies ist ganz richtig für $n = 1, 2, 3$ und 4. Dagegen stimmt es bereits nicht mehr für $n = 5$. Gerade für diesen Fall hat Herr Rudski in seiner Arbeit ein Schema gegeben, dessen genaue Ausführung ihn von der Unrichtigkeit seiner Behauptung hätte überzeugen können. Die Nullstellen von X_5 liegen nämlich bei 1,5708 und 5,053 und diejenigen von X_5' bei 3,15 und 9,75.



Der Verlauf der beiden Kurven $v = \frac{X_5}{X_5'}$ und $w = \cot x$ ist in dem vorliegenden Schema veranschaulicht. Es bedeuten darin die punktierten Linien die Kurve der cotg., die ganz ausgezogenen diejenige von $\frac{X_5}{X_5'}$. Die cotg. verlaufen in jedem Halbkreis gleich. $\frac{X_5}{X_5'}$ bleibt bis zu $x = 1{,}5708$, was $> \frac{\pi}{2}$, positiv, dann wird der Zähler und damit der ganze Bruch negativ und behält das Vorzeichen bis $x = 3{,}15$, wo der Nenner zu 0 und der Bruch da-

durch $= -\infty$ wird. Mit wachsendem x wird auch der Nenner negativ, der Wert des Bruches damit positiv bis X_5 bei 5,05 zum zweitenmale verschwindet und zu positiven Werten übergeht. Der Nenner bleibt noch negativ bis zu $x = 9{,}75$, was $> 3\pi$, und erst von diesem Werte an bleibt der Quotient $\frac{X_5}{X_5'}$ immer positiv. Es muss deshalb bereits im 6. Quadranten ein Schnitt erfolgen zwischen den beiden Kurven, also die erste Wurzel α von $J(x) = 0$ schon im 6. Quadranten liegen. Dafür befindet sich dann keine im 7. und 8. Quadranten, die zweite Wurzel β liegt im neunten. Für grössere n findet man, dass die erste Nullstelle relativ immer weiter hineinrückt, und dass in das Gebiet, innerhalb welchem die Wurzeln von $X_n = 0$ und $X_n' = 0$ liegen, mehr als eine Nullstelle von $J^{n+\frac{1}{2}}(x)$ fällt. Dies stimmt überein mit dem von *Schafheitlin* gefundenen Resultat, dass die erste Nullstelle von $J^{a}(x)$ sicher vor $\sqrt{2(a+1)(a+3)}$ liegt.

Wir können somit nur den ersten Teil der Arbeit *Rudskis* anerkennen, der zweite ist, der falschen Voraussetzung halber, unrichtig.

Wir wenden uns jetzt zu den Resultaten, die wir *Paul Schafheitlin*[1]) verdanken. Er stellt folgende Integralform auf:

$$J^{n}(x) = \frac{2^{n+1}x^n}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{n-\frac{1}{2}}\omega \cdot \sin\left(x - \frac{2n-1}{2}\omega\right) e^{-2x\operatorname{cotg}\omega}}{\sin^{2n+1}\omega}\, d\omega.$$

Bezeichnen wir das Integral mit $Y^{n}(x)$ und setzen darin

$$x = k\pi + \varepsilon,$$

wobei k eine ganze Zahl und $0 < \varepsilon \leq \pi$, so bekommen wir die Gleichung:

$$(-1)^k Y^{n}(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{n-\frac{1}{2}}\omega \cdot \sin\left(\varepsilon - \frac{2n-1}{2}\omega\right) e^{-2x\operatorname{cotg}\omega}}{\sin^{2n+1}\omega}\, d\omega.$$

Mit wachsendem ω ändert nur der Faktor $\sin\left(\varepsilon - \frac{2n-1}{2}\omega\right)$

[1]) Crelle Journal. Bd. 122.

sein Zeichen. Die Grenzen, innerhalb denen das Vorzeichen konstant bleibt, können allgemein dargestellt werden durch

$$g_\nu = \frac{2\varepsilon + 2(\nu+1)\pi}{2n-1}; \qquad g_{\nu+1} = \frac{2\varepsilon + 2\nu\pi}{2n-1}.$$

Zerlegen wir nach diesem Prinzip das Integral $\overset{n}{Y}(x)$ in Teilintegrale, so haben diese abwechselndes Vorzeichen.

Lässt man ν von 1 aus alle ganzen Zahlen durchlaufen, so ist der absolute Wert jedes nachfolgenden Integrals *unter bestimmten Bedingungen* stets grösser, als derjenige des vorangehenden. Das Vorzeichen von $\overset{n}{Y}(x)$ hängt somit nur noch ab von der Zahl der Integrale, und diese wird bestimmt durch die Grössen n und ε.

Die Schwierigkeit dieser Methode liegt in der Bestimmung der oben erwähnten Bedingungen. Da diese ziemlich mühsam und von keinem allgemeinen Interesse ist, so wollen wir sie hier übergehen und nur die Resultate uns merken. Sie lassen sich in folgenden Satz zusammenfassen:

Ist $x > \dfrac{4n^2-1}{(2\mu-1)\pi - 4\varepsilon}$, *so haben sämtliche Funktionen* $\overset{n-4p}{J}(x)$, *wo* p *eine positive ganze Zahl bedeutet, dasselbe Vorzeichen wie* $\overset{n}{J}(x)$.

μ bedeutet den Rest, den man erhält, wenn wir n durch 4 dividieren. Ist n ein Vielfaches von 4, so ist $\mu = 4$ zu setzen.

Macht man sich von ε unabhängig, indem man seinen Grenzwert einsetzt oder es auf ein kleines Intervall beschränkt, so erhält man speziell:

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ für $\mu = 0$ und $x > \dfrac{4n^2-1}{3\pi}$ negativ für $\varepsilon \geq \dfrac{3\pi}{4}$.

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ » $\mu = 2$ » $x > \dfrac{4n^2-1}{\pi}$ » » $\varepsilon < \dfrac{\pi}{2}$.

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ » $\mu = 3$ » $x > \dfrac{4n^2-1}{\pi}$ » » $\varepsilon \geq \dfrac{\pi}{4}$.

Aus der wohlbekannten Formel:

$$(n+1)\overset{n-1}{J} + 2n\left\{1 - \frac{2(n+1)(n-1)}{x^2}\right\}\overset{n}{J} + (n-1)\overset{n+2}{J}(x) = 0$$

und dem vorhin angeführten Satz über das Vorzeichen von $\overset{n}{J}$ und $\overset{n-4}{J}$ folgt:

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ ist für $\mu = 0$ und $x > \frac{4(n+2)^2-1}{\pi}$ positiv für $\varepsilon < \frac{\pi}{2}$.

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ » » $\mu = 2$ » $x > \frac{4(n+2)^2-1}{\pi}$ » » $\varepsilon \geq \frac{3}{4}\pi$,

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ » » $\mu = 1$ » $x > \frac{4(n+2)^2-1}{\pi}$ » » $\varepsilon \geq \frac{\pi}{4}$.

Deshalb gilt der Satz:

Ist $x > \frac{4(n+2)^2-1}{\pi}$, *so liegen die Nullstellen von* $\overset{n}{J}(x)$ *in den Intervallen* $\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi$ *und* $\left(k+\frac{3}{4}\pi\right)$ *resp.* $k\pi$ *und* $\left(k+\frac{1}{4}\right)\pi$, *je nachdem n gerade oder ungerade ist.*

Ferner sieht man, dass zwei Funktionen, deren Parameter sich um zwei unterscheiden, nur in den Intervallen $\frac{\pi}{2}$ bis $\frac{3\pi}{4}$ resp. 0 bis $\frac{\pi}{4}$ gleiches Vorzeichen haben können. Daher folgt mit Hilfe der Relation

$$2\frac{d\overset{n}{J}}{dx} = \overset{n-1}{J} - \overset{n+1}{J}.$$

Ist $x > \frac{4(n+3)^2-1}{\pi}$, *so liegen die Maxima und Minima von* $\overset{n}{J}(x)$ *in den Intervallen* $k\pi$ *und* $\left(k+\frac{1}{4}\right)\pi$ *resp.* $\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi$ *und* $\left(k+\frac{3}{4}\right)\pi$, *je nachdem n gerade oder ungerade ist.*

n ist hier immer als ganzzahlig vorausgesetzt, doch lassen sich die hergeleiteten Sätze leicht auf Funktionen mit gebrochenem Index übertragen.

Schafheitlin beschäftigt sich im weitern auch mit der Funktion

$$\overset{a}{K}(x) = \frac{1}{\sin a\pi}\overset{a}{J}(x) - \operatorname{cotg} a\,\overset{-a}{J}(x).$$

Er stellt sie durch das Integral dar:

$$\overset{n}{K}(x) = \frac{2^{n+1}x^n}{\sqrt{\pi}\cdot\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{n-\frac{1}{2}}\omega\cdot\cos\left(x-\frac{2n-1}{2}\omega\right)}{\sin^{2n+1}\omega}\, e^{2x\operatorname{cotg}\omega}\, d\omega.$$

Setzt man hier $x = \left(k - \frac{1}{2}\right)\pi + \varepsilon'$, wo

$$0 < \varepsilon' \leq \pi,$$

so geht das Integral in $(-1)^k \overset{n}{Y}(x)$ über. Will man jedoch dieselbe Substitution anwenden wie früher, nämlich $x = k\pi + \varepsilon$, so braucht man in den oben für $\overset{n}{Y}$ entwickelten Sätzen nur $\frac{\pi}{2}$ von ε abzuziehen. Man erhält dann z. B.:

Ist $x > \frac{4(n+2)^2 - 1}{\pi}$. *so liegen die Nullstellen von* $\overset{n}{K}(x)$ *in den Intervallen* $k\pi$ *und* $\left(k + \frac{1}{4}\right)\pi$ *resp.* $\left(k + \frac{1}{2}\right)\pi$ *und* $\left(k + \frac{3}{4}\right)\pi$. *je nachdem n gerade oder ungerade ist.*

Diejenigen Fälle, wo $n < 4\frac{1}{2}$ erfordern eine spezielle Untersuchung, welche gestattet, die Nullstellen in etwas engere Grenzen einzuschliessen. Schafheitlin findet dadurch:

Sämtliche Nullstellen von $\overset{0}{J}(x)$ *liegen zwischen* $\left(k + \frac{3}{4}\right)\pi$ *und* $\left(k + \frac{7}{8}\right)\pi$ *und die von* $\overset{0}{K}(x)$ *zwischen* $\left(k + \frac{1}{4}\right)\pi$ *und* $\left(k + \frac{3}{8}\right)\pi$. *wo k alle positiven ganzen Zahlen mit Einschluss der Null zu durchlaufen hat.*

Erhöht man die hier angegebenen Grenzen um $\frac{3\pi}{8}$. *so bekommt man die Intervalle. in welchen die Nullstellen von* $\overset{1}{J}(x)$ *und* $\overset{1}{K}(x)$ *liegen. Die erste Nullstelle von* $\overset{1}{K}(x)$ *liegt zwischen* $\frac{\pi}{2}$ *und* $\frac{3\pi}{4}$.

Die Resultate für die Parameter 2, 3 und 4 stimmen mit den allgemeinen Sätzen überein, nur wird die Grenze für x auf folgende Werte herabgesetzt:

$$\begin{aligned} &\text{Für } \overset{2}{J}(x) \text{ und } \overset{2}{K}(x) \;:\; x > 5{,}2, \\ &\text{» } \overset{3}{J}(x) \text{ » } \overset{3}{K}(x) \;:\; x > 10{,}75, \\ &\text{» } \overset{4}{J}(x) \text{ » } \overset{4}{K}(x) \;:\; x > 14{,}5\,\pi. \end{aligned}$$

Diese hier angegebenen Grenzen sind immer noch ziemlich weit; wir werden sehen, dass sie sich auf andere Weise bedeutend enger ziehen lassen.

Zum Schlusse wollen wir noch einige Betrachtungen von *Schafheitlin* über die Funktion $\overset{n}{K}(x)$ und ihre Nullstellen anführen. Es lässt sich $\overset{n}{K}(x)$ darstellen durch[1]):

$$\frac{\pi}{2}\overset{n}{K}(x) = \left\{\psi(n) - \log\frac{x}{2}\right\}\overset{n}{J}(x) + \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{n}\frac{\Gamma(n)}{p\,\Gamma(n-p)}\left(\frac{2}{x}\right)^{p}\overset{n-p}{J}(x) + \sum_{p=1}^{\infty}(-1)^{p}\frac{n+2p}{p(n+p)}\overset{n+2p}{J}(x), \tag{1}$$

wobei ψ die bekannte Gausssche Transzendente bedeutet. Wegen dem auftretenden Logarithmus ist $\overset{n}{K}(x)$ keine eindeutige Funktion mehr, sondern besitzt unendlich viele Werte, wie der Logarithmus. Schafheitlin bezeichnet denjenigen als Hauptwert, wofür das Argument von x zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$ liegt, entsprechend der Bezeichnung beim Logarithmus. Die andern Werte unterscheiden sich dann vom Hauptwert durch die additive Grösse $-2\,m\,i\,\overset{n}{J}(\varrho,\varphi)$, wenn $x = \varrho\,e^{i\varphi}$, wie aus der Summenformel ohne weiteres ersichtlich ist.

Es lässt sich zeigen, *dass diese Hauptwerte für keine kompleren Grössen zu Null werden, sobald* $n = 0$. *oder* $n = 1$ *ist.*

Der Beweis stützt sich auf die bekannte Formel von Lommel[2])

$$\int_{a}^{b} x\,\overset{n}{y}(rx)\,\overset{n}{y}(sx)\,dx = \frac{x}{r^2-s^2}\left\{r\,\overset{n}{y}(sx)\,\overset{n+1}{y}(rx) - s\,\overset{n}{y}(rx)\,\overset{n+1}{y}(sx)\right\},$$

wobei y ein partikuläres Integral der Besselschen Differentialgleichung, und r und s zwei verschiedene Parameter bedeuten. Wir treten jedoch nicht näher darauf ein, sondern verweisen auf die Arbeit von Schafheitlin.[3])

Wir stehen damit am Schlusse unseres ersten Abschnittes. Wir haben in demselben alle uns bekannt gewordenen Publikationen über die Zahl und Lage der Nullstellen der Besselschen

[1]) Programm des Sophien-Realgymnasiums, Berlin 1895.
[2]) Zur Theorie der Besselschen Funktion V, Math. Annalen 14.
[3]) Archiv der Mathematik und Physik. III. Reihe I.

Funktionen einer kurzen Besprechung unterworfen und vor allem immer die bis dahin bekannten Resultate hervorgehoben. Im folgenden wollen wir zeigen, wie man durch die konsequente Anwendung einer von Sturm gegebenen Methode auf die Besselsche Differentialgleichung in leichter und eleganter Weise die gleichen Resultate ebenfalls erhält, ja dass es damit gelingt, die Nullstellen der Funktionen $\mathring{J}(x)$ und $\mathring{K}(x)$ in noch engere Grenzen einzuschliessen.

II. Die Methode von Sturm.[1])

Es sei die Differentialgleichung gegeben:

$$M\frac{d^2V}{dx^2}+L\frac{dV}{dx}+NV=0.$$

M, L und N sind Funktionen von x und allfälligen Parametern.

Sie lässt sich in die Form bringen

$$\frac{d\left(K\frac{dV}{dx}\right)}{dx}+GV=0 \qquad (1)$$

oder

$$K\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{dK}{dx}\frac{dV}{dx}+GV=0. \qquad (1a)$$

Es wird

$$K=e^{\int\frac{M}{L}dx}; \qquad G=\frac{N}{L}K.$$

Aus (1a) sieht man, dass V und $\frac{dV}{dx}$ nicht gleichzeitig verschwinden dürfen in einem Punkt, in dem K nicht zu Null wird. Denn alsdann müsste auch $\frac{d^2V}{dx^2}=0$ sein, und ebenso alle folgenden Ableitungen der Funktion V, wie man durch fortgesetztes Differenzieren sieht. V müsste eine Konstante sein, was der Voraussetzung widerspricht. Daraus schliessen wir:

Die Funktion V hat keine reellen Doppelwurzeln; sie geht jedesmal, wenn sie den Wert 0 passiert, von positiven zu negativen Werten über, wenn $\frac{dV}{dx}$ negativ ist, und umgekehrt im andern Fall.

[1]) Liouville Journal. Vol. 1831.

Wir setzen voraus, es seien K und G nicht Funktionen von x allein, sondern ausserdem abhängig von einem willkürlich variablen Parameter m. Dann ist auch V von m abhängig. Wir haben also:

$$K = K(x, m); \quad G = G(x, m), \quad V = V(x, m).$$

Wir differentieren die Differentialgleichung nach m und kombinieren die beiden Gleichungen auf folgende Weise:

$$\frac{\partial\left(K\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{dx} + GV = 0 \qquad \Big| \; \frac{\partial V}{\partial m}dx$$

$$\frac{\partial^2\left(K\frac{\partial V}{dx}\right)}{dx \cdot dm} + G\frac{\partial V}{\partial m} + V\frac{\partial G}{\partial m} = 0 \; \Big| \; -V dx$$

$$\frac{\partial V}{\partial m} \cdot \frac{\partial\left(K\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x}dx + G \cdot V\frac{\partial V}{\partial m}dx - V\frac{\partial^2\left(K\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x \cdot dm}dx$$

$$- GV\frac{\partial V}{\partial m}dx - V^2\frac{\partial G}{\partial m}dx = 0.$$

$$\frac{\partial V}{\partial m} \cdot \frac{\partial\left(K\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x} - V\frac{\partial^2\left(K\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x \cdot \partial m} = V^2\frac{\partial G}{\partial m}.$$

Wir integrieren zwischen den Grenzen x_1 und x und erhalten

$$K\frac{\partial V}{\partial m} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} - V\frac{\partial\left(K\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial m} = C + \int_{x_1}^{x}\left\{V^2\frac{\partial G}{\partial m} - \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\frac{\partial K}{\partial m}\right\}dx. \quad (2)$$

C ist der Wert der linken Seite für

$$x = x_1.$$

Unter der Voraussetzung, dass sowohl x als m reelle Variable bedeuten, lassen sich aus der vorstehenden Gleichung (2) verschiedene Schlüsse ziehen auf die reellen Nullstellen der Funktion V. Wir werfen vorerst die Frage auf, unter welchen Bedingungen die linke Seite negativ werde?

Dies ist sicher der Fall, wenn gleichzeitig:

1. C negativ und
2. $\frac{\partial G}{\partial m}$ negativ und
3. $\frac{\partial K}{\partial m}$ positiv ist.

} im ganzen zu betrachtenden Intervall.

(Es dürfen natürlich auch eine oder zwei dieser Grössen zu Null werden.)

Da $K\frac{\partial V}{\partial m}\cdot\frac{\partial V}{\partial x} - V\frac{\partial\left(K\frac{\partial V}{\partial m}\right)}{\partial m} = -V^2\frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{K\frac{\partial V}{\partial x}}{V}\right)$,

so ist die Bedingung (1) gleichbedeutend mit der Forderung:

$\left(\frac{K\frac{\partial V}{\partial x}}{V}\right)_{x=x_1}$ soll mit wachsendem m zunehmen.

Sind die drei Bedingungen erfüllt, so bleibt der Ausdruck $-V^2\frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{K\frac{\partial V}{\partial x}}{V}\right)$ im ganzen Intervall negativ. Wir können somit folgenden Satz aufstellen:

Nimmt innerhalb der Grenzen x_1 und x die Funktion K mit wachsendem m zu und zugleich G ab, so nimmt der Wert von $K\frac{\frac{\partial V}{\partial x}}{V}$ *mit wachsendem m ebenfalls zu im ganzen Intervall, sobald es an der untern Grenze zunimmt.*

Wir denken uns für ein bestimmtes x und m die Gleichung erfüllt:

$$V(x_1 m) = 0.$$

Lassen wir die Variablen um dx resp. dm zunehmen, so erhalten wir den Zuwachs:

$$\frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial m}dm.$$

Soll für die neuen Werte der Variablen der Wert der Funktion ebenfalls Null sein, so muss der Zuwachs verschwinden. Dies ist der Fall, wenn

$$\frac{dm}{dx} = -\frac{\frac{\partial V}{\partial x}}{\frac{\partial V}{\partial m}}.$$

Aus der Gleichung (2) folgt aber, dass, wenn $V = 0$ $\frac{\partial V}{\partial x}$ und $\frac{\partial V}{\partial m}$ entgegengesetztes Vorzeichen besitzen müssen, so bald die drei aufgestellten Bedingungen erfüllt sind. Folglich ist $\frac{dm}{dx}$ positiv, also besitzen dm und dx gleiches Zeichen.

Mit kontinuierlich wachsendem Parameter m wachsen auch die Nullstellen der Funktion $V(x, m)$.

Es sei auf der reellen Axe ein Intervall x_1 bis x_2 gegeben, innerhalb welchem die obigen Voraussetzungen gelten, und die Funktion V p verschiedene Nullstellen besitzt. An der untern Grenze bleibe V stets positiv, wenn wir den Parameter m von m_1 bis m_2 wachsen lassen.

Die p-Nullstellen werden sich mit wachsendem m in positiver Richtung verschieben, und es muss ein bestimmtes m geben, für welches die grösste derselben α_p mit x_2 zusammenfällt.

Lassen wir m weiter wachsen, so rückt α_p ausser das Intervall, das wir betrachten, und deshalb wird die Zahl der Nullstellen von

$$V(x, m),$$

die zwischen x_1 und x_2 zu liegen kommen, um eine vermindert. Dieser Verlust wiederholt sich jedesmal, wenn mit wachsendem m eine der Nullstellen von

$$V(x, m)$$

mit x_2 zusammenfällt. Deshalb ist *die Differenz zwischen der Zahl der Nullstellen von*

$$V(x, m_1) \text{ und } V(x, m_2)$$

in Intervall x_1 bis x_2 gleich der Zahl der Nullstellen von

$$V(x_2, m),$$

wenn m von m_1 bis m_2 wächst.

Wir wollen diese Resultate auf die Besselschen Funktionen anwenden. Ihre Differentialgleichung lautet:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - a^2) y = 0.$$

Setzen wir $K = x$

$$G = \frac{x^2 - a^2}{x},$$

so erhalten wir die Form (1).

$$\frac{d\left(x\frac{dy}{dx}\right)}{dx} + \frac{x^2 - a^2}{x} y = 0. \qquad (3)$$

Als Grenzen x_1 und x_2 wählen wir 0 und ∞, welche alle positiven Wurzeln einschliessen. Innerhalb dieser Grenzen genügt die Differentialgleichung (3) allen drei früher aufgestellten Bedingungen. Denn:

1. Nach der Gleichung

$$\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx} = \frac{a}{x}\overset{a}{J}(x) - \overset{a+1}{J}(x), \qquad \text{wird}$$

$$K\frac{\frac{dV}{dx}}{V} = \frac{x\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx}}{\overset{a}{J}(x)} = a - x\frac{\overset{a+1}{J}(x)}{\overset{a}{J}(x)},$$

was an der untern Grenze $x = 0$ in den Wert a übergeht.

Betrachten wir a als den variablen Parameter m, so ist sicher die erste Bedingung erfüllt.

2. $\frac{\partial K}{\partial m} = \frac{\partial x}{\partial a} = 0.$

3. $\frac{\partial G}{\partial m} = -\frac{\partial\left(\frac{x^2 - a^2}{x}\right)}{\partial a} =$ negativ für positive a.

Wir können somit die für die Funktionen V aufgestellten Sätze ohne weiteres auf die Besselschen Funktionen anwenden und erhalten:

1. Der Wert des Quotienten $x\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx} : \overset{a}{J}(x)$ *nimmt für jedes positive x mit wachsendem Parameter a zu.*

2. Die reellen, positiven Wurzeln der Gleichung $\overset{a}{J}(x) = 0$ *nehmen mit wachsendem Parameter a kontinuierlich zu.*

3. Es sei N eine sehr grosse positive Zahl. Dann ist die Differenz zwischen der Zahl der Nullstellen von

$$\overset{a}{J}(x) \text{ und } \overset{a+2m}{J}(x),$$

die in dem Intervall 0 bis N liegen, genau gleich der Zahl der Nullstellen von $\overset{p}{J}(N)$, *wenn p von a bis* $a+2m$ *wächst.*

Nach *Poisson* gilt für grosse x

$$\overset{p}{J}(N) = \sqrt{\frac{2}{\pi N}} \cos\left[N - \left(p + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right].$$

Wenn p von a bis $a+2m$ geht, so passiert dieser Ausdruck den Wert Null m-mal. Deshalb können wir sagen:

Die Funktion $\overset{a+2m}{J}(x)$ *hat in dem Intervall 0 bis N, wo N eine sehr grosse positive Zahl bedeutet, genau m-Nullstellen weniger als die Funktion* $\overset{a}{J}(x)$ oder mit andern Worten:

Es gibt auf der positiven X-Axe m-Intervalle, die von je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ *gebildet werden, innerhalb welchen keine Nullstelle der Funktion* $\overset{a+2m}{J}(x)$ *liegt: in allen übrigen Intervallen liegt jedoch je eine Nullstelle dieser Funktion.*

Nun ist $\overset{1/2}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cdot \sin x.$

Die Nullstellen von $\overset{1/2}{J}(x)$ fallen mit den Vielfachen von π zusammen.

Wir können also obigen Satz etwas bestimmter fassen und sagen:

Teilt man die positive Axe in ∞ *viele Abschnitte von der Grösse* π, *so gibt es unter diesen im ganzen m-Intervalle, in denen keine Nullstelle von* $\overset{a+\frac{1}{2}}{J}(x)$ *gelegen ist, wenn a zwischen 2m und* $2m+2$ *liegt. In allen übrigen Intervallen befindet sich je eine Nullstelle von* $\overset{a+\frac{1}{2}}{J}(x)$.

Als Spezialfall erhalten wir den von Bocher auf elementarem Wege bewiesenen Satz: Ist $0 < \mu < 2$, *so liegt zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen von* $\overset{a}{J}(x)$ *je eine und nur eine Nullstelle von* $\overset{a+\mu}{J}(x)$.

Aus der Summenformel von $\overset{a}{J}(x)$ ersieht man, dass *die negativen Nullstellen der Funktion dem absoluten Werte nach mit den positiven zusammenfallen,* somit lassen sich alle obigen Sätze auch auf die negativen Nullstellen anwenden.

Wir gehen nun über zur Untersuchung *der Besselschen Funktion mit negativem Parameter.*

$\overset{-a}{J}(x)$ ist ebenfalls eine Lösung der Besselschen Differentialgleichung und wenn wir auf diese Funktion die Sturmsche Methode anwenden wollen, so haben wir nur $+a$ durch $-a$ zu ersetzen.

Es wird dann

$$1.\quad \frac{K\frac{dV}{dx}}{V} = \frac{x\frac{d\overset{-a}{J}(x)}{dx}}{\overset{-a}{J}(x)} = -a - x\frac{\overset{-a+1}{J}(x)}{\overset{-a}{J}(x)},$$

was an der untern Grenze $x = 0$ in den Wert $-a$ übergeht, also mit wachsendem a abnimmt. Somit wird $\frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{K\frac{dV}{dx}}{V}\right)_{x=x_1}$ negativ und der Wert der Konstanten C in der Gleichung (2) positiv.

$$2.\quad \frac{\partial K}{\partial m} = -\frac{\partial x}{\partial a} = 0.$$

$$3.\quad \frac{\partial G}{\partial m} = -\frac{\partial\left(\frac{x^2-a^2}{x}\right)}{\partial a} = \text{positiv}.$$

Wir erhalten also in diesem Falle für die linke Seite der Gleichung (2) einen positiven Wert, und es wird

$$\frac{da}{dx} \text{ für } \overset{-a}{J}(x) = 0 \text{ } \textit{negativ},$$

d. h. wenn der absolute Wert von a in der Funktion $\overset{-a}{J}(x)$ *zunimmt, so wird der Wert ihrer Nullstellen kleiner.* Oder mit andern Worten:

Bewegt sich der Parameter von $\overset{a}{J}(x)$ von einem beliebigen Punkte der negativen reellen Axe aus nach links, so bewegen sich auch die positiven Nullstellen der Funktion nach links. Erfolgt die Bewegung des Parameters nach rechts, so ist dies auch

für die Nullstellen der Fall. Dieses ist aber genau das gleiche Gesetz, das wir bereits für die Besselschen Funktionen mit positivem Parameter gefunden haben. Wir dürfen somit die frühern Sätze erweitern zu folgendem allgemeinem Gesetz:

Die positiven Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ *bewegen sich immer im gleichen Sinn wie der Parameter a, so lange er auf der reellen Axe bleibt.*

Für die negativen Nullstellen erfolgt die Bewegung natürlich in entgegengesetztem Sinn.

Aus diesem Gesetz lassen sich einige weitere Schlüsse ziehen.

1. Ueber die Lage der Nullstellen von $\overset{0}{J}(x)$ *und* $\overset{1}{J}(x)$.

$$\overset{1/2}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x.$$

$$\overset{-\frac{1}{2}}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x.$$

Die n^{te} Nullstelle von $\overset{1/2}{J}(x)$ liegt bei $n\pi$ und diejenige von $\overset{-\frac{1}{2}}{J}(x)$ bei $(2n-1)\frac{\pi}{2}$. *Folglich liegt die* n^{te} *positive Nullstelle von*

$$\overset{a}{J}(x), \text{ wobei } -\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2},$$

zwischen $\left(n - \frac{1}{2}\right)\pi$ *und* $n\pi$.

Aus dem asymptotischen Wert

$$\overset{a}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \left(a + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right)$$

lassen sich die Grenzen noch enger ziehen. Z. B. wird $\overset{0}{J}(x)$ für grosse x zu

$$\overset{0}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right),$$

welcher Wert verschwindet für

$$x = (4n-1)\frac{\pi}{4},$$

wenn n eine ganze Zahl bedeutet. Die n^{te} positive Wurzel nähert sich also dem Wert $(4n-1)\frac{\pi}{4}$.

Da, wie wir später sehen werden, das Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen von $\overset{0}{J}(x)$ kleiner als π ist, so muss die Annäherung an den Grenzwert $(4n-1)\frac{\pi}{4}$ von oben erfolgen. Daher ist die n^{te} Nullstelle grösser als $(4n-1)\frac{\pi}{4}$, so lange n endlich bleibt. Es folgt somit:

Die n^{te} Nullstelle von $\overset{0}{J}(x)$ liegt zwischen $(4n-1)\frac{\pi}{4}$ und $n\pi$.

Kennt man die erste derselben, so kann man die Grenzen noch enger ziehen, so dass sie enger werden als die von Schafheitlin gegebenen.

Wendet man die gleiche Betrachtungsweise auf $\overset{1}{J}(x)$ an und berücksichtigt, dass das Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen grösser als π ist, so erhält man den Satz:

Die n^{te} Nullstelle von $\overset{1}{J}(x)$ liegt zwischen $n\pi$ und $(4n+1)\frac{\pi}{4}$.

Liegt die erste Nullstelle bei $\pi+\varepsilon$, so werden die Grenzen $n\pi+\varepsilon$ und $n\pi+\frac{\pi}{4}$.

2. Ueber die Lage und Realität der Nullstellen von $\overset{-a}{J}(x)$.

Wenn m eine ganze Zahl ist, so gilt

$$\overset{-m}{J}(x) = (-1)^m \overset{m}{J}(x).$$

Die Nullstellen von $\overset{-m}{J}(x)$ fallen also mit denjenigen von $\overset{m}{J}(x)$ zusammen. Rückt nun der Parameter a in $\overset{a}{J}(x)$ von $-m$ aus nach $-(m+1)$, so muss nach einem frühern Satz die n^{te} Nullstelle von $\overset{a}{J}(x)$ ebenfalls nach links rücken und zwar so weit, bis sie mit der $(n-1)^{ten}$ Nullstelle von $\overset{m+1}{J}(x)$ zusammenfällt. Wir erhalten somit den Satz:

Ist $m < a < m+1$, so liegt die n^{te} Nullstelle der Funktion $\overset{-a}{J}(x)$ zwischen der $(n-1)^{ten}$ Nullstelle von $\overset{m+1}{J}(x)$ und der n^{ten} von $\overset{m}{J}(x)$.

Aus dem allgemeinen Gesetz über die Verschiebung der Nullstellen bei variablem Parameter lässt sich auch *die Existenz und Zahl der kompleren Wurzeln von* $\overset{a}{J}(x)$ *nachweisen.*

Durchläuft der Parameter a von Null aus die negative reelle Axe, so verschieben sich die positiven Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ nach links, die negativen nach rechts und da sie paarweise absolut gleich sind, so treffen sich je zwei im Nullpunkte, von wo aus sie ihre Wanderung auf der reellen Axe nicht mehr fortsetzen können und somit auf das komplexe Zahlenfeld übertreten müssen. Dieser Prozess findet jedesmal statt, wenn a eine negative ganze Zahl passiert, das erstemal bei — 1. Da sich zwei konjugiert komplexe Nullstellen nie wieder in zwei reelle entgegengesetzte vereinigen können, so lange a seinen Weg auf der negativen reellen Axe fortsetzt, so bekommen wir folgenden Satz:

Ist $m < a < m + 1$ (wobei m eine positive ganze Zahl), *so hat die Funktion* $\overset{-a}{J}(x)$ *m-Paare komplexer Nullstellen.*

Dieses Resultat stimmt mit den von *Hurwitz* gefundenen Sätzen genau überein.

Die Tabelle, die sich am Schluss unserer Arbeit findet, gibt uns ein anschauliches Bild über den Verlauf der reellen Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ bei Variation des Parameters.

Wir verweisen auf das Schlusswort.

Ueber die Nullstellen von $\overset{a}{K}(x)$.

Ein grosser Vorteil der Sturmschen Methode besteht darin, dass wir alle Sätze über die Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ entweder wörtlich oder mit geringen Modifikationen auf das zweite partikuläre Integral der Besselschen Differentialgleichung $\overset{a}{K}(x)$ übertragen können.

$\overset{a}{K}(x)$ und $\overset{a}{J}(x)$ sind verwandte Funktionen und genügen deshalb teilweise den gleichen Relationen. So gilt z. B.:

$$\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx} = \frac{a}{x}\overset{a}{J}(x) - \overset{a+1}{J}(x)$$ und analog

$$\frac{d\overset{a}{K}(x)}{dx} = \frac{a}{x}\overset{a}{K}(x) - \overset{a+1}{K}(x) \qquad \text{und es wird}$$

$$\frac{x\frac{d\overset{a}{K}(x)}{dx}}{\overset{a}{K}(x)} = a - \frac{x\overset{a+1}{K}(x)}{\overset{a}{K}(x)},$$

was für $x = 0$ in den Wert 0 übergeht. Somit gilt das Gesetz über die Verschiebung der Nullstellen bei Variation des Parameters a auch für $\overset{a}{K}(x)$, d. h.: *Die positiven Nullstellen der Funktion* $\overset{a}{K}(x)$ *bewegen sich immer im gleichen Sinn wie der Parameter a.* Wie $\overset{a}{J}(x)$ besitzt auch $\overset{a}{K}(x)$ für ein grosses Argument einen asymptotischen Wert, der durch einen einfachen Ausdruck dargestellt wird. Es gilt:

$$\overset{a}{K}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left[x - \left(a + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right].$$

Somit erhalten wir den Satz:

Auf der positiven X-Axe gibt es m-Intervalle, die von je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktion $\overset{a}{K}(x)$ *gebildet werden, innerhalb welchen keine Nullstelle der Funktion* $\overset{a+2m}{K}(x)$ *liegt. In allen übrigen Intervallen befindet sich jedoch eine Nullstelle von* $\overset{a+2m}{K}(x)$.

Ferner ist $\overset{-\frac{1}{2}}{K}(x) = \overset{1/2}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ und daraus folgt:

Teilt man die positive Axe in gleiche Abschnitte von der Grösse π, *so gibt es unter diesen im ganzen m-Intervalle, in denen keine Nullstelle von* $\overset{a-\frac{1}{2}}{K}(x)$ *gelegen ist, wenn*

$$2m < a < 2m + 2.$$

In allen übrigen Intervallen befindet sich je eine Nullstelle von $\overset{a-\frac{1}{2}}{K}(x)$.

Diese Gesetze lassen sich auch mit Leichtigkeit aus der Lommelschen Formel

$$\overset{a}{J}(x)\overset{a+1}{K}(x) - \overset{a}{K}(x)\overset{a+1}{J}(x) = -\frac{2}{\pi x} \qquad \text{ableiten.}$$

Für $\overset{a}{J}(x) = 0$ müssen $\overset{a}{K}(x)$ und $\overset{a+1}{J}(x)$ immer gleiches Vorzeichen haben. Da $\overset{a+1}{J}(x)$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden

Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ das Zeichen einmal wechselt, so muss auch $\overset{a}{K}(x)$ in diesem Intervall wenigstens *einmal* den Wert Null annehmen. Da aber, wie wir später sehen werden, der Abstand zweier aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktion $\overset{a}{K}(x)$ etwas grösser ist als der entsprechende Abstand bei der Funktion $\overset{a}{J}(x)$, so kann dies *nur einmal* geschehen. Deshalb der Satz:

Zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ *liegt stets eine und nur eine Nullstelle von* $\overset{a}{K}(x)$.

Aus der Definitionsgleichung

$$\overset{a}{K}(x) = \frac{1}{\sin a\pi}\left(\cos a\pi \overset{a}{J}(x) - \overset{-a}{J}(x)\right) \qquad \text{folgt, dass}$$

$$\overset{a}{K}(x) = 0, \qquad \text{sobald}$$

$$\operatorname{cotg} a\pi \overset{a}{J}(x) = \frac{\overset{-a}{J}(x)}{\sin a\pi}.$$

Nun hat aber $\overset{-a}{J}(x)$ für $x = 0$ das Vorzeichen von $\sin a\pi$ und $\overset{a}{J}(x)$ ist für kleine x stets positiv. Wir müssen 3 Fälle unterscheiden:

1. $a = \frac{2n+1}{2}$; $\quad \operatorname{cotg} a = 0.$

$\frac{2n+1}{2}$ $\qquad\qquad$ $-\frac{2n+1}{2}$

Die Nullstellen von $\overset{a}{K}(x)$ *fallen zusammen mit denjenigen von* $J(x)$.

2. $\operatorname{cotg} a\pi =$ positiv.

Die n^{te} *Nullstelle von* $\overset{a}{K}(x)$ *liegt vor der* n^{ten} *Nullstelle von* $\overset{a}{J}(x)$ *sowohl als derjenigen von* $\overset{-a}{J}(x)$.

3. $\operatorname{cotg} a\pi =$ negativ.

Die n^{te} *Nullstelle von* $\overset{a}{K}(x)$ *liegt zwischen den entsprechenden Nullstellen von* $\overset{-a}{J}(x)$ *und* $\overset{a}{J}(x)$.

Aus den beiden asymptotischen Werten

$$\overset{a}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left\{x - \left(a + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$\overset{a}{K}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left\{x - \left(a + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right\}$$

folgt ferner, dass sich die höhern entsprechenden Wurzeln von $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ um $\frac{\pi}{2}$ unterscheiden. Bei den kleinern ist die Differenz grösser. Wir erhalten somit folgenden Satz:

Die Funktion $\overset{a}{K}(x)$ hat auf der reellen positiven x-Axe genau so viele Nullstellen wie die Funktion $\overset{a}{J}(x)$. Die n^{te} derselben ist um einen bestimmten Betrag Δ kleiner als die n^{te} Nullstelle von $\overset{a}{J}(x)$, wobei Δ sich mit wachsendem n dem Werte $\frac{\pi}{2}$ nähert.

Aus der bekannten Beziehung:

$$\overset{-m}{K}(x) = (-1)^m \overset{m}{K}(x)$$

folgt analog wie bei der $\overset{a}{J}(x)$-Funktion der Satz:

Ist $m < a < m+1$ (wobei m eine positive ganze Zahl), *so liegt die n^{te} Nullstelle der Funktion $\overset{-a}{K}(x)$ zwischen der $(n-1)^{ten}$ Nullstelle von $\overset{m+1}{K}(x)$ und der n^{ten} von $\overset{m}{K}(x)$.*

Während in Bezug auf die positiven Nullstellen der Funktionen $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ die weitgehendste Analogie besteht, hört dieselbe bei den *negativen Nullstellen* auf.

Das verschiedene Verhalten der beiden Funktionen in dieser Beziehung lässt sich sehr einfach zeigen, indem wir das Argument x den Nullpunkt umkreisen lassen. *Graf*[1]) hat gezeigt, dass folgende Beziehungen gelten:

$$\overset{a}{J}(e^{im\pi} \cdot x) = e^{im\pi a} \overset{a}{J}(x).$$

$$\overset{a}{K}(e^{im\pi} x) = \frac{2i \cos a\pi \cdot \sin m\pi a}{\sin a\pi} \overset{a}{J}(x) + e^{-im\pi a} \overset{a}{K}(x),$$

wobei m eine ganze Zahl.

Durch das Umkreisen des Nullpunktes erhält also $\overset{a}{J}(x)$ keinen additiven Zuwachs, während $\overset{a}{K}(x)$ einen imaginären Periodizitätsmodul besitzt.

$\overset{a}{J}(e^{im\pi} x)$ verschwindet somit jedesmal, wenn $\overset{a}{J}(x)$ zu Null wird, während aus der zweiten Gleichung folgt, dass die Null-

[1]) Einleitung in die Theorie der Besselschen Funktion I. Art. Bern 1898.

stellen von $\overset{a}{K}(e^{im\pi}x)$ im allgemeinen nicht mit denjenigen von $\overset{a}{K}(x)$ zusammenfallen. Dies kann für reelle x nur dann stattfinden, wenn gleichzeitig

$$\overset{a}{K}(x) \text{ und } \frac{\cos a\pi \cdot \sin m\pi a}{\sin a\pi} \overset{a}{J}(x)$$

verschwinden, was nur möglich, wenn

$$a = \frac{2n+1}{2}.$$

Da aber die Beziehung gilt

$$\overset{\frac{2n+1}{2}}{K}(x) = (-1)^{n-1} \overset{-\frac{2n+1}{2}}{J}(x),$$

so folgt, dass $\overset{\frac{2n+1}{2}}{K}(e^{im\pi}x)$ für jedes m unendlich viele reelle und dazu n-Paare konjugiert komplexe Wurzeln besitzt, welche mit denjenigen von $\overset{-\frac{2n+1}{2}}{J}(x)$ zusammenfallen.

$\overset{\frac{2n+1}{2}}{K}(x)$ besitzt somit auch negative reelle Nullstellen.

Ist aber a von $\frac{2n+1}{2}$ verschieden, so kann $\overset{a}{K}(x)$ ausser in den früher bestimmten Stellen der positiven X-Axe für keinen reellen Wert des Argumentes zu Null werden.

Da die negativen Nullstellen von $\overset{\frac{2n+1}{2}}{K}(x)$ nach früherem keine mehrfachen Nullstellen sein können, so sind sie nicht entstanden durch das Zusammenfallen von konjugiert komplexen Wurzelpaaren. Sie sind also nicht durch imaginäre Äste untereinander verbunden, sondern treten als isolierte Punkte auf.

Wir lassen die Frage nach der Zahl und Lage der *komplexen* Nullstellen von $\overset{n}{K}(x)$ unbeantwortet und begnügen uns mit einer möglichst genauen Bestimmung der reellen Wurzeln. Zu dem Zweck müssen wir uns nochmals dem Sturmschen Theorem zuwenden und dasselbe in seine allgemeine Fassung bringen.

Setzen wir in der Differentialgleichung

$$\frac{d\left(K\frac{dV}{dx}\right)}{dx} + GV = 0$$

$$V = \frac{y}{\sqrt{K}},$$

so geht sie über in

$$\frac{d^2y}{dx^2} + Hy = 0,$$

wobei H von K und G abhängt.

Betrachten wir wieder y und H als Funktionen eines Parameters m, so können wir wie früher nachweisen, dass die Wurzeln der Gleichung $y = 0$ mit wachsendem m abnehmen, sobald gleichzeitig

$$\frac{\partial H}{\partial m} \text{ positiv und } \left| \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{\frac{\partial y}{\partial x}}{y} \right) \right|_{x=x_1} \text{ negativ}$$

ist. x_1 bedeutet die untere Grenze.

Wir denken uns im folgenden drei Differentialgleichungen gegeben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2y'}{dx^2} + H'y' &= 0 \\ \frac{d^2y''}{dx^2} + H''y'' &= 0 \\ \frac{d^2y}{dx^2} + Hy &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ giltig von } x_1 \text{ bis } x_2.$$

H′ und H″ sind voneinander unabhängige Funktionen in x, so dass aber im ganzen Intervall

$$H'' \geqq H'.$$

Ferner gelte: $$\left| \frac{\frac{dy''}{dx}}{y''} \right|_{x=x_1} \leqq \left| \frac{\frac{dy'}{dx}}{y'} \right|_{x=x_1}$$

Die Funktionen y und H der dritten Differentialgleichung seien ausser von x noch von einem variablen Parameter m abhängig und zwar in der Weise, dass folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. $$\left.\begin{aligned} H(x,m)|_{m=m_1} &\equiv H'(x) \\ H(x,m)|_{m=m''} &\equiv H''(x) \end{aligned}\right\} \text{ wobei } m'' > m'.$$

2. H(x, m) nehme mit wachsendem Parameter innerhalb der Grenzen m′ und m″ kontinuierlich zu.

3. $$\left|\frac{dy}{\frac{dx}{y}}\right|_{\substack{x=x_1\\m=m'}} = \left|\frac{dy'}{\frac{dx}{y'}}\right|_{x=x_1}; \quad \left|\frac{dy}{\frac{dx}{y}}\right|_{\substack{x=x_1\\m=m''}} = \left|\frac{dy''}{\frac{dx}{y''}}\right|_{x=x}.$$

Dann müssen nach früherem die Wurzeln der Gleichung

$$y = 0$$

mit wachsendem m abnehmen.

Wählen wir ein m, das zwischen m′ und m″ gelegen ist, so muss jede zwischen x_1 und x_2 liegende Wurzel von

$$y = 0$$

sicher kleiner sein als die entsprechende von

$$y' = 0,$$

aber zugleich grösser als diejenige von

$$y'' = 0.$$

Die drei letzten Bedingungen, welchen die Funktion H(x, m) unterworfen ist, lassen sich aber leicht für jede beliebige Funktion H(x) erfüllen, sobald in einem bestimmten Intervall der reellen Axe die Beziehung gilt:

$$H''(x) > H(x) > H'(x).$$

Man kann immer auf beliebig viele Arten in die Funktion H(x) einen Parameter m so unterbringen, dass die gestellten Bedingungen erfüllt sind. Deshalb können wir das Sturmsche Theorem in folgenden Satz fassen:

Sind die drei Differentialgleichungen gegeben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2y'}{dx^2} + H'y' &= 0\\ \frac{d^2y''}{dx^2} + H''y'' &= 0\\ \frac{d^2y}{dx^2} + Hy &= 0 \end{aligned}\right| \quad \textit{giltig zwischen } x_1 \textit{ und } x_2,$$

die den Bedingungen genügen, dass

1. $$H'' \geqq H \geqq H'$$

2. $$\left|\frac{dy''}{\frac{dx}{y''}}\right|_{x=x_1} \leqq \left|\frac{dy}{\frac{dx}{y}}\right|_{x=x_1} \leqq \left|\frac{dy'}{\frac{dx}{y'}}\right|_{x=x_1},$$

3. *alle drei Funktionen y″, y und y′ an der untern Grenze das gleiche Vorzeichen besitzen.*

Ist dagegen der absolute Wert von $a < \frac{1}{2}$, so wird

$$H'' \leqq H \leqq H'$$

und deshalb kehrt sich die Ungleichung um. Es gilt dann

$$\frac{\pi}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\alpha^2}}} < \alpha_1 - \alpha < \frac{\pi}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\alpha_1^2}}}.$$

Deshalb können wir folgenden Satz aufstellen:

Die Differenz J zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen α und α_1 von $\overset{a}{J}(x)$ ist gleich $\frac{\pi}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\xi^2}}}$, wobei ξ einen noch näher zu bestimmenden Wert zwischen α_1 und α bedeutet. Es ist $J \gtreqless \pi$ je nachdem der absolute Wert von $a \gtreqless \frac{1}{2}$ ist.

Das Intervall zwischen den grossen Wurzeln nähert sich für jedes endliche a dem Werte π.

Genau das gleiche Gesetz gilt selbstverständlich auch für die reellen Nullstellen der Funktionen $\overset{a}{K}(x)$. Es ist

$$J_1 = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\xi_1^2}}}.$$

Weil die erste Nullstelle von $\overset{a}{K}(x)$ vor derjenigen von $\overset{a}{J}(x)$ liegt, so ist $\xi_1 < \xi$

und daher $J_1 > J$ für endliche a.

Auch für die Abstände der *Maxima* und *Minima* der beiden Funktionen $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ lassen sich ähnliche Grenzwerte aufstellen, indem man die Differentialgleichung von

$$\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx} \text{ resp. von } \frac{d\overset{a}{K}(x)}{dx}$$

aufstellt und auf sie das Sturmsche Theorem anwendet. Da aber sowohl die Methode als auch die Resultate nichts Neues bieten, so wollen wir von einer Ausführung absehen.

Die oben abgeleitete Beziehung

$$\frac{\pi}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{\alpha^2}}} < \Delta < \frac{\pi}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{\alpha_1^2}}}$$

gestattet uns, den Abstand von zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktionen $\mathring{J}(x)$ resp. $\mathring{K}(x)$ in zwei Grenzen einzuschliessen. Diese sind für die ersten Nullstellen allerdings ziemlich weit, werden aber für die höhern immer enger, so dass sie die betreffenden Δ ziemlich genau bestimmen. Kennt man daher die paar ersten Nullstellen, so lassen sich die höhern mit Hilfe obiger Beziehung auf leichte Weise annähernd berechnen. Die Genauigkeit ist um so grösser, je kleiner a.

Dabei existiert aber der Übelstand, dass man zur Berechnung der höhern Nullstellen immer auf die kleinern, ungenau bestimmten zurückgreifen muss. Diese Schwierigkeit kann man auf folgende Weise umgehen.

Die n^{te} Nullstelle α_n von $\mathring{J}(x)$ nähert sich dem Werte

$$\left(2n+a-\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}$$

von unten. Wir setzen deshalb

$$\alpha_n = \left(2n+a-\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2} - \eta_n$$

und bestimmen η_n.

η_n ist gleich der Summe all derjenigen Beträge, um welche

$$\Delta_\mu > \pi,$$

wenn μ von $n+1$ bis ∞ läuft.

Also

$$\eta_n = \sum_{\mu=n+1}^{\infty} (\Delta_\mu - \pi) = \pi \sum_{\mu=n+1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{\xi_\mu^2}}} - 1 \right).$$

Diese Summe lässt sich zwischen zwei Integrale fassen.

Es sei allgemein

$$y_\mu = f(x_\mu)$$

und

$$\delta_\mu = x_{\mu+1} - x_\mu$$

tendiere mit wachsendem μ gegen den endlichen Grenzwert g. so dass gilt

$$\delta_\mu \geq g.$$

Ferner nehme y_μ mit wachsendem μ ab.

Es wird dann

$$\sum_{\mu=n+1}^{\infty} \delta_\mu \cdot y_\mu = \delta \sum_{\mu=n+1}^{\infty} y_\mu,$$

wobei $$\delta_{n+1} > \delta > g$$

und im weitern gelten folgende zwei Beziehungen:

$$\int_{x_{n+1}}^{\infty} f(x)\,dx < \delta \sum_{\mu=n+1}^{\infty} y_\mu$$

$$\int_{x_{n+1}}^{\infty} f(x-\delta_n) > \delta \sum_{\mu=n+1}^{\infty} y_\mu.$$

Setzt man im letzten Integral für x den Wert $x+\delta_n$, so erhalten wir die Ungleichheit

$$\frac{1}{\delta}\int_{x_n}^{\infty} y\,dx > \sum_{\mu=n+1}^{\infty} y_\mu > \frac{1}{\delta}\int_{x_{n+1}}^{\infty} y\,dx.$$

In unserem Fall ist

$$y = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{x^2}}} - 1$$

$$x_\mu = \xi_\mu.$$

$$\int_{\xi_n}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{x^2}}} - 1\right) dx = \xi_n - \sqrt{\xi_n^2 - \left(a^2-\tfrac{1}{4}\right)}.$$

Diese Werte in obiger Gleichung eingesetzt, ergibt

$$\frac{1}{\delta}\left(\xi_n - \sqrt{\xi_n^2-\left(a^2-\tfrac{1}{4}\right)}\right) > \sum_{\mu=n+1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{\xi_\mu^2}}} - 1\right)$$

$$> \frac{1}{\delta}\left(\xi_{n+1} - \sqrt{\xi_{n+1}^2-\left(a^2-\tfrac{1}{4}\right)}\right).$$

Nun ist aber

$$\eta_n = \pi \sum_{\mu=n+1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\xi_\mu^2}}} - 1 \right).$$

Deshalb die Beziehung

$$\frac{\pi}{\delta}\left(\xi_n - \sqrt{\xi_n^2 - \left(a^2 - \tfrac{1}{4}\right)}\right) > \eta_n > \frac{\pi}{\delta}\left(\xi_{n+1} - \sqrt{\xi_{n+1}^2 - \left(a^2 - \tfrac{1}{4}\right)}\right).$$

Diese Formel gilt sowohl für die Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ als für die von $\overset{a}{K}(x)$. Da man weder δ noch ξ_n und ξ_{n+1} kennt, so kann sie wiederum nur für die Berechnung der grössern Nullstellen verwendet werden und zwar wie folgt:

Der Grenzwert von δ_μ ist gleich π. Man kann daher ohne grossen Fehler $\frac{\pi}{\delta} = 1$ setzen.

Bei den grössern Nullstellen stehen ξ_n und ξ_{n+1} von dem gesuchten α_n um ungefähr $\frac{\pi}{2}$ nach links und rechts ab, so dass annähernd für $\overset{a}{J}(x)$ gilt:

$$\xi_n = \alpha_n - \frac{\pi}{2} = \left(2n + a - \frac{3}{2}\right)\frac{\pi}{2}$$

$$\xi_{n+1} = \alpha_n + \frac{\pi}{2} = \left(2n + a + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}.$$

Dies eingesetzt ergibt:

$$\left\{\left(2n + a - \tfrac{3}{2}\right)\tfrac{\pi}{2} - \sqrt{\left(2n + a - \tfrac{3}{2}\right)^2 \tfrac{\pi^2}{4} - \left(a^2 - \tfrac{1}{4}\right)}\right\}$$

$$> \eta_n > \left\{\left(2n + a + \tfrac{1}{2}\right)\tfrac{\pi}{2} - \sqrt{\left(2n + a + \tfrac{1}{2}\right)^2 \tfrac{\pi^2}{4} - \left(a^2 - \tfrac{1}{4}\right)}\right\}$$

und da $\alpha_n = \left(2n + a - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2} - \eta_n$, so folgt

$$\sqrt{(2n+a+\tfrac{1}{2})^2\tfrac{\pi^2}{4}-(a^2-\tfrac{1}{4})}-\frac{\pi}{2}$$
$$>\alpha_n>\sqrt{(2n+a-\tfrac{3}{2})^2\tfrac{\pi^2}{4}-(a^2-\tfrac{1}{4})}+\frac{\pi}{2}.$$

Die entsprechende Formel für $\overset{a}{K}(x)$ lautet:

$$\sqrt{(2n+a-\tfrac{1}{2})^2\cdot\tfrac{\pi^2}{4}-(a^2-\tfrac{1}{4})}-\frac{\pi}{2}$$
$$>\alpha'_n>\sqrt{(2n+a-\tfrac{5}{2})^2\tfrac{\pi^2}{4}-(a^2-\tfrac{1}{4})}+\frac{\pi}{2}.$$

Diese Formeln sind natürlich nicht streng richtig und sind zur Bestimmung der ersten und mit wachsendem a auch für die zweite und dritte Nullstelle nicht anwendbar. Immerhin haben wir an Hand der Tabellen von *Lommel* konstatiert, dass sie noch richtig sind für die zweite Nullstelle von $\overset{8}{J}(x)$. Die höhern Nullstellen werden in so enge Grenzen eingeschlossen, dass für die meisten praktischen Zwecke die Resultate wohl genügend genau sind. So liefert z. B. die Formel für die 10. Nullstelle von $\overset{1}{J}(x)$ die Grenzen 32,1887 und
32,1890.

Exakte Werte würden wir dann erhalten, wenn es gelänge, die ξ und ξ_1 genau zu ermitteln.

Die Erfahrung hat uns gelehrt, dass die ξ sehr nahe zusammenfallen mit den Nullstellen von $\overset{a}{K}(x)$ und umgekehrt die ξ_1 mit den Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$. Wir wissen aber nicht, wie weit diese Übereinstimmung geht und ob sie eventuell von der zweiten Nullstelle an eine vollkommene ist.

In den beiliegenden *Tabellen* haben wir die Nullstellen α und α_1 von $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ als Funktionen des Parameters a dargestellt.

Tabelle I entspricht somit der Gleichung

$$\alpha = f(a)$$

und Tabelle II der entsprechenden

$$\alpha_1 = f_1(a).$$

Beide Funktionen f und f_1 besitzen unendlich viele voneinander isolierte Äste, entsprechend den unendlich vielen reellen Nullstellen. Von diesen haben wir nur je die 10 ersten dargestellt. Jeder Ast erstreckt sich ins Unendliche. Der senkrechte Abstand zwischen zwei benachbarten Ästen entspricht der Grösse Δ und ist zwischen

$$a = -\frac{1}{2}$$

und

$$a = +\frac{1}{2}$$

kleiner als π,

für

$$a = \pm\frac{1}{2}$$

wird er gleich π, und im übrigen Teil der Ebene ist er grösser als π. Zwischen den zwei ersten Ästen ist er am grössten, nähert sich aber immer mehr dem Werte π, je weiter wir uns von der a-Achse entfernen.

Die horizontalen punktierten Geraden veranschaulichen die Beziehung

$$\overset{-n}{J}(x) = (-1)^n \overset{n}{J}(x) \text{ resp.}$$

$$\overset{-n}{K}(x) = (-1)^n \overset{n}{K}(x).$$

Wir haben absichtlich nur *einige* dieser Linien gezogen, um die Anschaulichkeit des Kurvensystems zu heben.

Die einzelnen Äste der Funktion f liegen symmetrisch zur a-Achse, weil zu jeder positiven Nullstelle von $\overset{a}{J}(x)$ eine gleich grosse negative gehört. Die Funktion f_1 dagegen besitzt auf der negativen Hälfte der Zahlenebene nur einzelne isolierte Punkte, $-\frac{2n+1}{2}$ welche mit den Nullstellen von J(x) zusammenfallen.

Der Richtungskoeffizient der reellen Kurvenäste ist stets positiv. Dies folgt schon aus dem Sturmschen Theorem; doch ist sein Wert auch direkt bestimmt worden, wie *Graf und Gubler* in ihrem schon oft zitierten Werk auf Seite 108 u. folg. nachweisen.

Es gilt nämlich, wenn

$$\alpha = f(a)$$

$$\frac{d\alpha}{da} = \frac{2a}{\alpha[\overset{a+1}{J}(\alpha)]^2} \int_0^{\alpha} [\overset{a}{J}(t)]^2 \frac{dt}{t}$$

oder da

$$[\overset{a+1}{J}(\alpha)]^2 = \frac{2}{\alpha^2} \int_0^{\alpha} [\overset{a}{J}(t)]^2 t \cdot dt$$

$$\frac{d\alpha}{da} = a\alpha \frac{\int_0^{\alpha} [\overset{a}{J}(t)]^2 \frac{dt}{t}}{\int_0^{\alpha} [\overset{a}{J}(t)]^2 t\, dt}$$ giltig für positive a.

Dieser Wert ist immer positiv.

Für $\alpha = 0$ wird $\frac{d\alpha}{da} = +\infty$

Für $a = 0$ » $\frac{d\alpha}{da} = \frac{1}{\alpha[\overset{1}{J}(\alpha)]^2}$.

Da der Nullpunkt eine n-fache Nullstelle der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ ist, wenn

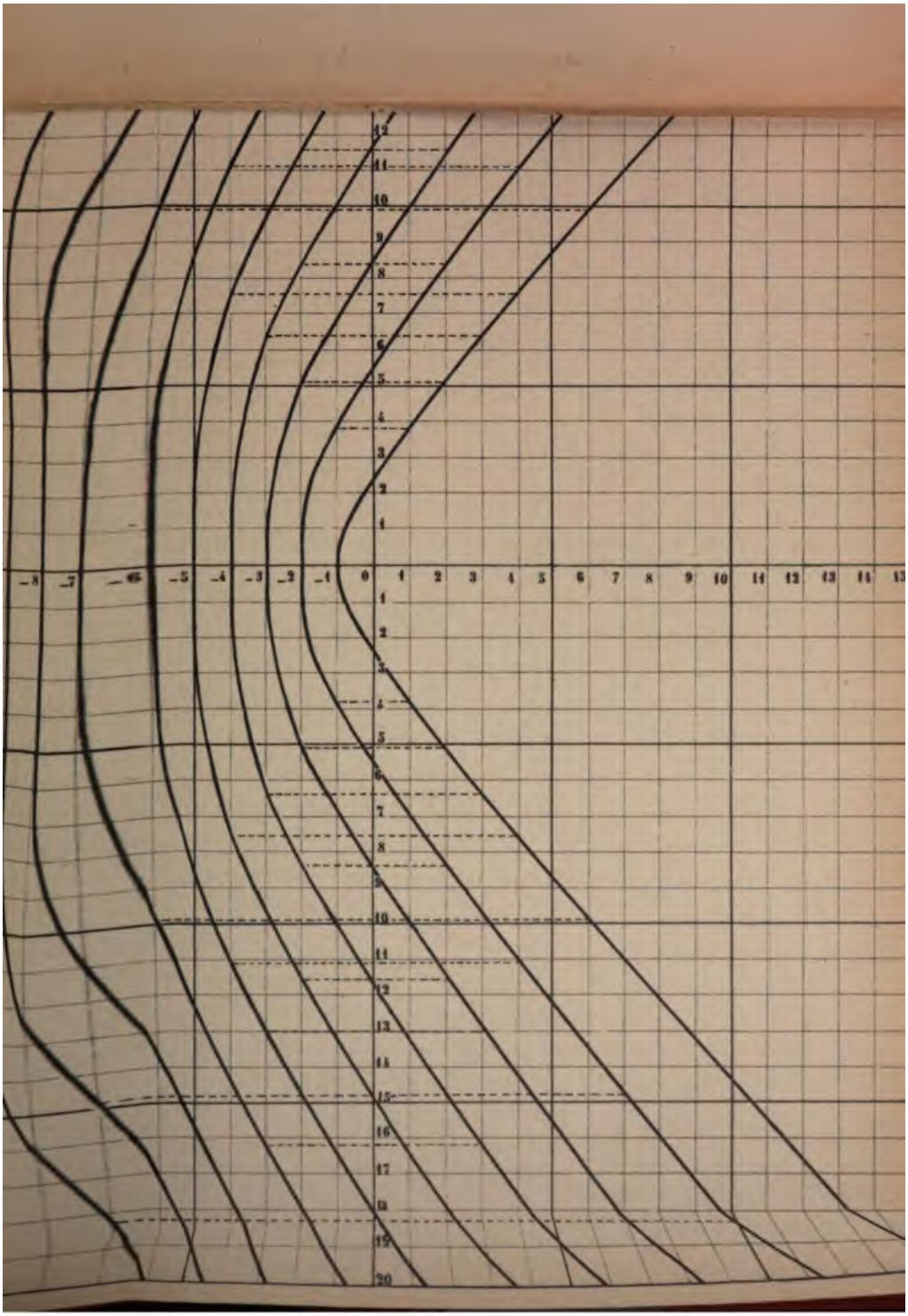
$$n \leqq a < n+1,$$

so ist in der Tabelle I die ganze positive a-Achse eigentlich als der erste Kurvenast anzusehen.

Die komplexen Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ könnten wir so veranschaulichen, dass wir eine dritte Achse, die i-Achse einführten und sie senkrecht zur $a\alpha$-Ebene stellten. Die komplexen Äste würden dann im Raume verlaufen. Das Bild wäre folgendes:

Im Punkt -1 der Tabelle I treten zwei rein imaginäre Äste in den Raum und vereinigen sich wieder im Punkte -2. Zwischen -2 und -3 liegen 4 komplexe Äste, allgemein sind die Punkte $-n$ und $-(n+1)$ durch n-Paare konjugiert komplexer Kurvenäste verbunden.

Legen wir durch dieses Raumgebilde an irgend einer Stelle der a-Achse einen ebenen Schnitt parallel zur αi-Ebene, so ergeben uns die Schnittpunkte sämtliche reellen und imaginären Nullstellen der Funktion $\overset{n}{J}(x)$.


-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Die entsprechenden Verhältnisse für $\overset{a}{K}(x)$ haben wir nicht untersucht.

Zum Schlusse sei noch bemerkt, dass wir die Daten zur Erstellung der beiden Tabellen aus den Beziehungen berechnet haben, welche uns die Sturmsche Methode lieferte. Ein Vergleich mit den *Lommel*schen Tabellen ergab eine genügende Übereinstimmung.

Absturzblöcken gröbsten Kalibers; der mächtige Schuttkegel hat das Gletscherbett ausgefüllt bis an die Stirnmoräne, die noch mit etwa 6 m Höhe aus der Schuttmasse emporragt; die beiden Ufermoränen dämmen die Schuttkegel in ihren untern Partien deutlich von einander ab. Die Wallformen sind typisch.

Dieses Moränensystem liegt in einem umfassenden ältern, dessen gewaltige Stirnmoränen bis ungefähr zur Isohypse 1600 reicht. Schneegrenze des letzten Standes 1710 m.

3. Vom Mittleren Schachengletscher sind Spuren kaum mehr wahrnehmbar, so vollständig haben Schuttkegel sie eingedeckt. Im östlichen Schachengebiet ist die Zuschüttung nicht so weit gediehen; doch ist es schon der Kleinheit des Einzugsgebiets halber zur typischen Moränenbildung nicht gekommen. Doch lassen sich auch hier zur Not zwei Stadien feststellen.

4. Im Gantrischkessel, bei ausgesprochener Nord-Exposition unter sonst nahezu analogen Verhältnissen, hatten die Gletscher eine etwas mächtigere Entwicklung. Jüngste Stirnmoräne bei 1580 m, Gletscheransatz ca. 1900 m, lokale Schneegrenze bei 1660 m.

Auch hier lässt sich ein umfassendes, mächtiges Moränensystem, dessen Rücken sich bis 1675 erheben, nachweisen; diese Gletscher müssen schuttreich gewesen sein in Anbetracht ihrer kurzen Entwicklung.

5. Das Hinaufrücken der Schneegrenze bei Süd-Exposition ist augenfällig gemacht durch das Vorkommen der Moräne im Kessel zwischen Widdergalm und Stierengrat bei 1825 m. Gletscheransatz in ca. 2000 m; lokale Schneegrenze bei 1870 m.

Ein früheres, ausgedehnteres Gletscherstadium wird sich auch hier nachweisen lassen; doch ist die Stierenbergschwelle felsiger Natur, aber durch den Gletscher gerundet.

6. Moränen finden sich hinten in der Alp Kaiseregg, die zum Teil karrenlandschaftlichen Charakter trägt. Es ist verwunderlich, hier bei Ost-Exposition gewaltige Stirn-Moränen in einer Höhe von 1920 m und weiter unten Ansätze zu solchen bei 1870 m zu finden. Ich bin mir über die Entwicklung des Gletschers sowie seiner verschiedenen Stadien hier nicht klar geworden.

Die Schneegrenze müsste nach gewöhnlicher Berechnung hier in der Höhe von 1960 m gelegen haben.

7. Gletscher mit West-Exposition lagen an den Nüschelsflühen sowie am Källazhorn. Stirn-Moränen finden sich am Hüttliplatz 1637 m hoch, sowie oberhalb der Nüschelsalp in derselben Höhe. Hier, weil nur ein Kar erkennbar, ist wohl anzunehmen, dass das letzte Moränensystem, etwas weiter oben gelegen, durch den Schuttkegel eingedeckt worden ist.

Ansatz ca. 1800 m; Endmoräne ca. 1660, wonach eine Schneegrenze von ca. 1700 m anzunehmen wäre.

8. Die beiden konzentrisch liegenden Moränenwälle zwischen Luchernalp und Pfaffen im Hartmannswyl, bei 1800 und 1840 m endigend, weisen auf eine Schneegrenze in 1850 und 1900 m Höhe bei Nord-Exposition.

9. a) Bei 1710 m liegen Moränen der nach SW exponierten Kargletscher links und rechts vom Bunfeligrind. Die Moräne rechts ist durch Erosion angegriffen. Ansatzhöhe beider Gletscher 2000 m, Schneegrenze 1780 m bei SW-Exposition.

b) Bei 1860 m Höhe liegt ein jüngstes Moränenstadium des linksseitigen Bunfeligletschers. Schneegrenze zirka 1900 m bei SW-Exposition.

10. Die steinigen Pochten, östlich vom Widdergalm und Kühharnisch, werden durch eine Moräne bei 1770 m Höhe abgeschlossen. Schneegrenze in 1830 m bei Ost-Exposition.

11. Dem Bühlstadium entspräche wiederum die Moräne unterhalb des steinigen Gantrisch in 1640 m. Schneegrenze bei 1730 m bei Nord-Exposition.

Die Känelgantrischhütte (1506 m) steht auf wallförmiger Erhebung, wahrscheinlich auf Moräne, was jedoch noch festzustellen ist.

Ebenso bedarf eingehenderer Untersuchung die östlich vom Gantrischritz bei zirka 1560 m Höhe liegende wallartige Erhebung.

Gebiet der Brecca.

1. Zwischen Spitze und Hütte von Brémingard lag ein prächtiger Kargletscher mit SE-Exposition. Die Verschneidung des Hintergehänges ist bis auf 1823 m gediehen. Aus dem Verlauf der jetzigen Steinschlagrinne ergibt sich die Lage des

Gletscherstromstrichs; seitlich links — unter der Brémingardhütte — hat der Eisstrom das Seitengehänge stark gescheuert: Beispiel einer nach seitwärts splitternden Gletschererosion. Gletscheransatz bei 1850 m, Endmoränen bei 1650 m, Schneegrenze bei 1700 m. Die ältern Stadien sind noch zu untersuchen.

2. Von Patraflon (1919 m) bis gegen Punkt 1954, nördlich der Ballachaux-Spitze, ist die Form der heutigen Crête sichtlich auch durch die Tätigkeit des seine Hinterlage ausschleifenden Kargletschers gebildet worden. Der Gletscher, welcher in seinen untern Partieen nicht einheitlich war (Punkt 1737 hat ihn in zwei Zungen getrennt, Wiedervereinigung unterhalb wahrscheinlich) hat Endmoränen bei 1640 m Höhe hinterlassen. Moränen liegen beim Grand Chalet in Höhen von zirka 1690 m. Die Felsen nordnordwestlich von der Hütte scheint der Gletscher bei seiner schon geringen Mächtigkeit nicht mehr übereist zu haben; in einzelnen Zungen hat er wohl noch den Weg durch die Couloirs gefunden. Schneegrenze zirka 1750 m bei Ost-Exposition.

3. Das Moränensystem auf der Hochfläche der Maroz-Weiden, ausgehend vom Schufelritzgrad nach Isohypse 1760, umkreisend die Hütte, in Anlehnung an Punkt 1797 sich zurückziehend ans Hintergehänge, ist nicht überall deutlich zu verfolgen. Ins umschriebene Gebiet ragt ein Rücken, dem wahrscheinlich Moränen angelagert sind. Zu Schneegrenzbestimmungen, weil noch unsicher, nicht zu verwerten.

4. Ein typischer Kargletscher befand sich im Norden der Schopfenspitze in den Chambre aux Chamois. Gletscheransatz am Umrandungsgehänge (2050—1933) in zirka 2000 m, die mit Moränen überlagerte Schwelle bei 1822 m. Schneegrenze in 1900 m bei Nord-Exposition.

5. Ganz ähnlich werden die Verhältnisse im Creux des Combes liegen, nördlich der Combifluh; doch ist dieses Kar noch abzusuchen.

6. Die lokale Schneegrenze fürs Bühlstadium ergibt sich durchaus sicher aus dem Vorhandensein einer gut ausgebildeten Moräne im östlichen Teil des Combeskessels bei 1640 m. Schneegrenze in 1700 m bei Nord-Exposition.

7. Ein Kargletscher von prächtiger Ausbildung war im

Brequettazkessel. Gletscheransatz in zirka 1850 m, Schwelle (Moräne) 1652 m. Schneegrenze 1700 m bei Nord-Exposition.

8. Die Moräne, welche in weitem Bogen das Ripettliseeli umschliesst, bekundend eine lokale Schneegrenze von unter 1550 m bei NW-Exposition, scheint einem ältern Stadium der Vergletscherung angehört zu haben.

So weit die Beobachtungen meines lieben Freundes.

Wir haben dieselben gemeinsam eingehend diskutiert und die erhaltenen Werte der Schneegrenze mit der heutigen Höhe derselben verglichen. Letztere muss nach der von Ed. Imhof[1]) für diese Gegend zu 1700—1800 m bestimmten Höhe der Waldgrenze interpoliert werden und ergibt sich, da der Abstand beider Grenzen in der Schweiz fast durchweg 850 m beträgt, zu 2600 m. Ordnen wir die oben geschilderten Gletscher nach der Höhe ihrer Schneegrenze, so ergibt sich folgende Tabelle:

[1]) Die Waldgrenze in der Schweiz. Gerlands Beiträge zur Geophysik. Bd. IV. Tafel IV.

	Exposition	Bühlstadium		Gschnitzstadium	
		Schneegrenze	Depression	Schneegrenze	Depression
Kaiseregg.					
1. Parwengigletscher	N	1710 m	890 m		
2. Westl. Schachengl.	N	1710	890		
4. Gantrischkesselgl.	N	1660	940		
5. Widdergalmgl.	S	1870	730		
6. Alp-Kaiseregggl.	O			1960 m	640 m
7. Nüschelsflühgl.	W	1700	900		
8. Hartmannswylgl.	N			1880	720
9. Bunfeligrindgl.	SW	1780	820	1900	700
10. Pochtengl.	O			1830	770
11. Steinig-Gantrischgl.	N	1730	870		
Brecca.					
1. Brémingardgl.	SO	1700	900		
2. Patraflongl.	O	1750	850		
4. Chambre aux Chamois-Gl.	N			1900	700
6. Combes-Kessel-Gl.	N	1700	900		
7. Brequettazkesselgl.	N	1700	900		
Mittel[1])		1715 m	885 m	1895 m	705 m

[1]) Ohne Widdergalmgletscher.

Sehen wir von dem Widdergalmgletscher ab, dessen Südexposition ganz besondere Verhältnisse schafft, so haben von den 15 Gletschern 10 eine Schneegrenze zwischen 1660 und 1780 m oder im Mittel in rund 1700 m, 5 eine solche zwischen 1830 und 1960 m oder im Mittel in rund 1900 m.

Durch die Uebereinstimmung der Schneegrenzhöhen wird die Gleichzeitigkeit der Gletscher jeder Gruppe sicher gestellt.

Die Gletscher der ersten Gruppe gehören mit einer Höhe der Schneegrenze rund 900 m unter der heutigen dem von Penck und mir (Brückner) unterschiedenen Bühlstadium, die der letzten mit einer Depression von 700 m dem Gschnitzstadium an.

G. Sidler.

Zu den logarithmischen Reihen.

(Eingereicht den 3. Oktober 1904.)

Bei meiner Vorbereitung auf die bernischen Maturitätsprüfungen vom Herbst 1904 haben sich mir die folgenden Kleinigkeiten ergeben, die ich mir erlaube, der Tit. Naturforschenden Gesellschaft vorzulegen.

1. In der Reihe

$$\frac{1}{2}\log\left(\frac{1+z}{1-z}\right) = z + \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^7}{7} + \cdots$$

setzen wir $z = \cos x$, so kommt

$$\log \operatorname{cotg}\frac{x}{2} = \cos x + \frac{1}{3}(\cos x)^3 + \frac{1}{5}(\cos x)^5 + \cdots \qquad (1)$$

Auf der rechten Seite wollen wir die Potenzen von $\cos x$ durch Cosinusse der Vielfachen von x ausdrücken. Erheben wir hiezu die Relation $2\cos x = e^{xi} + e^{-xi}$ in die Potenz $2n+1$, so ergibt sich

$$2^{2n}\cdot(\cos x)^{2n+1} = \cos(2n+1)x + \binom{2n+1}{1}\cos(2n-1)x +$$

$$+\binom{2n+1}{2}\cos(2n-3)x + \binom{2n+1}{3}\cos(2n-5)x \cdots +$$

$$+\binom{2n+1}{n}\cos x.$$

Durch diese Substitutionen geht die Reihe (1) über in

$$\log \operatorname{cotg} \frac{x}{2} = \cos x +$$
$$+ \frac{1}{3 \cdot 2^2} \left\{ \binom{3}{1} \cos x + \cos 3x \right\} +$$
$$+ \frac{1}{5 \cdot 2^4} \left\{ \binom{5}{2} \cos x + \binom{5}{1} \cos 3x + \cos 5x \right\} +$$
$$+ \frac{1}{7 \cdot 2^6} \left\{ \binom{7}{3} \cos x + \binom{7}{2} \cos 3x + \binom{7}{1} \cos 5x + \cos 7x \right\} +$$
$$+ \cdots\cdots\cdots,$$

d. h. wenn wir schreiben

$$\log \operatorname{cotg} \frac{x}{2} = \underset{1}{A} \cos x + \underset{3}{A} \cos 3x + \underset{5}{A} \cos 5x + \cdots, \qquad (2)$$

so erhalten wir

$$\underset{1}{A} = \frac{1}{2^0} \left\{ \frac{\binom{1}{0}}{1 \cdot 2^0} + \frac{\binom{3}{1}}{3 \cdot 2^2} + \frac{\binom{5}{2}}{5 \cdot 2^4} + \frac{\binom{7}{3}}{7 \cdot 2^6} + \cdots \right\}$$
$$\underset{3}{A} = \frac{1}{2^2} \left\{ \frac{\binom{3}{0}}{3 \cdot 2^0} + \frac{\binom{5}{1}}{5 \cdot 2^2} + \frac{\binom{7}{2}}{7 \cdot 2^4} + \frac{\binom{9}{3}}{9 \cdot 2^6} + \cdots \right\}$$
$$\underset{5}{A} = \frac{1}{2^4} \left\{ \frac{\binom{5}{0}}{5 \cdot 2^0} + \frac{\binom{7}{1}}{7 \cdot 2^2} + \frac{\binom{9}{2}}{9 \cdot 2^4} + \frac{\binom{11}{3}}{11 \cdot 2^6} + \cdots \right\}$$

oder allgemein

$$2^{2k} \cdot A_{2k+1} = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{\binom{2k+2n+1}{n}}{(2k+2n+1) \cdot 2^{2n}}, \qquad (3)$$

was wir auch schreiben können

$$2^{2k} \cdot A_{2k+1} = \frac{1}{2k+1} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\binom{2k+2n}{n-1}}{n \cdot 2^{2n}}. \qquad (3')$$

Untersuchen wir die für A_{2k+1} erhaltene Reihe (3) oder (3') auf ihre Konvergenz. Der Quotient irgend eines Gliedes durch das vorhergehende ist

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(2k+2n)(2k+2n-1)}{4n(2k+n+1)} =$$
$$= \frac{n^2 + (2k - 1/2) \cdot n + k(k - 1/2)}{n^2 + (2k+1)n}.$$

Nun zeigt Gauss in seiner Abhandlung über die Hypergeometrische Reihe: Wenn bei irgend einer Reihe mit positiven Gliedern der Quotient der Form ist

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^h + C_1 n^{h-1} + C_2 n^{h-2} + \cdots}{n^h + D_1 n^{h-} \cdot + D_2 n^{h-2} + \cdots},$$

so ist die Reihe dann und nur dann konvergent, wenn $D_1 - C_1 > 1$. Bei der Reihe für A_{2k+1} ist nun $D_1 - C_1 = (2k+1) - (2k - {}^1/_2) = {}^3/_2$. Somit ist die für A_{2k+1} erhaltene Reihe (3) oder (3') konvergent.

2. Um nun den Koeffizienten A_{2k+1} in geschlossener Form darzustellen, differenzieren wir die Entwicklung (2), so kommt

$$\frac{1}{\sin x} = A_1 \sin x + 3 A_3 \sin 3x + 5 A_5 \sin 5x + \cdots \qquad (4)$$

Jetzt bieten sich uns verschiedene Wege dar, den Koeffizienten A_{2k+1} zu bestimmen.

Wir können (4) beiderseits mit $2 \sin (2h+1) x \cdot dx$ multiplizieren, und von $x = 0$ bis $x = \frac{\pi}{2}$ integrieren.

Nun ist, wenn k und k' irgend zwei ganze Zahlen, inklusive 0, darstellen

$$\int_0^{\pi/2} 2 \sin (2k'+1) x \cdot \sin (2k+1) x \cdot dx =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \{\cos 2(k-k') x - \cos 2(k+k'+1) x\} dx =$$

$$\left| \begin{array}{ll} = 0, & \text{wenn } k' \lesseqgtr k \\ = \pi/2, & \text{» } k' = k. \end{array} \right.$$

Somit kommt aus (4)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin (2k+1) x}{\sin x} \cdot dx = \frac{\pi}{2} \cdot (2k+1) A_{2k+1}. \qquad (a)$$

Um das Integral linker Hand zu werten, schreiben wir

$$J_k = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin (2k+1) x}{\sin x} \cdot dx,$$

so kommt

$$J_k - J_{k-1} = \int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin x \cdot \cos 2k x}{\sin x} dx =$$

$$= \int_0^{\pi/2} 2\cos 2kx\,dx = 0.$$

Somit $J_k = J_0 = \frac{\pi}{2}$, d. h. wir finden

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2k+1)x}{\sin x}\,dx = \frac{\pi}{2}, \qquad (\beta)$$

und

$$A_{2k+1} = \frac{2}{2k+1}. \qquad (5)$$

Oder aber, um (β) zu gewinnen, haben wir

$$\frac{\sin(2k+1)x}{\sin x} = \frac{e^{(2k+1)xi} - e^{-(2k+1)xi}}{e^{xi} - e^{-xi}} =$$

$$= e^{2kxi} + e^{(2k-2)xi} + e^{(2k-4)xi} \cdots + e^{(2k-2k)xi} =$$

$$+ e^{-2kxi} + e^{-(2k-2)xi} + e^{-(2k-4)xi} \cdots$$

$$= 1 + 2\cos 2x + 2\cos 4x + 2\cos 6x \cdots + 2\cos 2kx.$$

Somit $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2k+1)x}{\sin x} \cdot dx = \frac{\pi}{2}$ wie oben.

3. Den Wert von A_{2k+1} können wir aber auch auf ganz elementarem Wege aus der Entwicklung (4) gewinnen. Wir multiplizieren hiezu (4) mit $2\sin x$, so kommt

$$2 = \sum_{k=0}^{k=\infty} (2k+1)\,A_{2k+1} \cdot \{\cos 2kx - \cos(2k+2)x\},$$

d. h.:

$$2 = A_1 + (3A_3 - A_1)\cos 2x + (5A_5 - 3A_3)\cos 4x +$$
$$+ (7A_7 - 5A_5)\cos 6x + (9A_9 - 7A_7)\cos 8x + \cdots$$

Dieses wird zur Identität, wenn

$$A_1 = 2$$
$$3A_3 = A_1$$
$$5A_5 = 3A_3$$
$$7A_7 = 5A_5$$
$$— — — —$$

$$(2k+1)A_{2k+1} = (2k-1)A_{2k-1}.$$

Hieraus durch Multiplikation $(2k+1)A_{2k+1} = 2$, also

$$A_{2k+1} = \frac{2}{2k+1}, \qquad \text{wie oben.}$$

4. Führen wir den für A_{2k+1} gewonnenen Wert in (2) ein, so finden wir schliesslich

$$\frac{1}{2}\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2} = \tag{6}$$

$$= \cos x + \frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{5}\cos 5x + \frac{1}{7}\cos 7x + \cdots \text{ in inf.}$$

Diese Reihe ist konvergent. Denn fassen wir rechter Hand die Gruppen aufeinanderfolgender gleichzeichiger Terme je zu einem einzigen Terme zusammen, so haben wir eine Reihe mit abwechselnden Vorzeichen, und die absoluten Werte der betreffenden Terme werden schliesslich unendlich klein.

Vergleichen wir (6) mit (1)

$$\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2} = \tag{1}$$

$$= \cos x + \frac{1}{3}(\cos x)^3 + \frac{1}{5}(\cos x)^5 + \frac{1}{7}(\cos x)^7 + \cdots,$$

so ist interessant, dass in der Entwicklung von $\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2}$ nach ungeraden Potenzen von $\cos x$ und in der Entwicklung von $\frac{1}{2}\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2}$ nach Cosinussen der ungeraden Vielfachen von x je die nämlichen Koeffizienten auftreten.

Setzen wir in (6) und in (1) x in $\frac{\pi}{2} - x$ um, so erhalten wir

$$\log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right) = \tag{1'}$$

$$= \sin x + \frac{1}{3}(\sin x)^3 + \frac{1}{5}(\sin x)^5 + \frac{1}{7}(\sin x)^7 + \cdots$$

und

$$\frac{1}{2}\log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right) = \tag{6'}$$

$$= \sin x - \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{5}\sin 5x - \frac{1}{7}\sin 7x + \cdots$$

In (6) sei $x = \frac{\pi}{4}$, so haben $\cos x$, $\cos 3x$, $\cos 5x$ u. s. w. denselben absoluten Wert $\frac{1}{\sqrt{2}}$, und zwar ist $\cos x$ positiv, $\cos 3x$ und $\cos 5x$ sind negativ, $\cos 7x$ und $\cos 9x$ positiv u. s. f. Wir erhalten also

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \log \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8} = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \cdots$$

Sei nun $\operatorname{tg} \frac{\pi}{8} = z$, so ist $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \frac{2z}{1-z^2}$, also

$$1 = \frac{2z}{1-z^2} \text{ oder } z^2 + 2z - 1 = 0, \text{ also } \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} = -1 + \sqrt{2}$$

und $\operatorname{cotg} \frac{\pi}{8} = 1 + \sqrt{2}$. Wir erhalten also aus (6)

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \log \text{nat.} (1 + \sqrt{2}) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \cdots \tag{7}$$

Aus der Entwicklung (1) aber ergibt sich

$$\sqrt{2} \cdot \log \text{nat.} (1 + \sqrt{2}) = 1 + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{5 \cdot 2^2} + \frac{1}{7 \cdot 2^3} + \frac{1}{9 \cdot 2^4} + \cdots \tag{8}$$

5. Den für A_{2k+1} erhaltenen Wert führen wir auch in (3') ein, so kommt:

$$\frac{2^{2k+1} - 1}{2k+1} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\binom{2k+2n}{n-1}}{n \cdot 2^{2n}}. \tag{9}$$

d. h.

$$\frac{2^{2k+1} - 1}{2k+1} = \frac{1}{1! 2^2} + \frac{2k+4}{2! 2^4} + \frac{(2k+6)(2k+5)}{3! 2^6} + \tag{9'}$$

$$+ \frac{(2k+8)(2k+7)(2k+6)}{4! 2^8} + \frac{(2k+10)(2k+9)(2k+8)(2k+7)}{5! 2^{10}} +$$

$+ \cdots$ in inf.

6. Die obigen Resultate können wir auch, wie folgt, gewinnen und verallgemeinern. In der Reihe

$$\frac{1}{2}\log\left(\frac{1+z}{1-z}\right)=z+\frac{z^3}{3}+\frac{z^5}{5}+\cdots\cdots \qquad (a)$$

setzen wir $z=\alpha e^{ix}$, wo α absolut <1, so erhalten wir

$$\alpha\cos x+\frac{1}{3}\alpha^3\cos 3x+\frac{1}{5}\alpha^5\cos 5x+\cdots=\frac{1}{2}R\left\{\log\frac{1+\alpha e^{ix}}{1-\alpha e^{ix}}\right\}$$

$$\alpha\sin x+\frac{1}{3}\alpha^3\sin 3x+\frac{1}{5}\alpha^5\sin 5x+\cdots=\frac{1}{2i}J\left\{\log\frac{1+\alpha e^{ix}}{1-\alpha e^{ix}}\right\},$$

wo R die reelle und J die imaginäre Komponente des rechts neben R oder J stehenden Ausdrucks bezeichnet.

Multiplizieren wir in $\frac{1+\alpha e^{ix}}{1-\alpha e^{ix}}$ Zähler und Nenner mit $1-\alpha e^{-ix}$, so kommt

$$\frac{1+\alpha e^{ix}}{1-\alpha e^{ix}}=\frac{1+2i\alpha\sin x-\alpha^2}{1-2\alpha\cos x+\alpha^2},$$

und wir erhalten daher

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2k+1}\cos(2k+1)x}{2k+1}= \qquad (b)$$

$$=\frac{1}{2}R\log(1+2i\alpha\sin x-\alpha^2)-\frac{1}{2}\log(1-2\alpha\cos x+\alpha^2),$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2k+1}\sin(2k+1)x}{2k+1}=\frac{1}{2i}J\log(1+2i\alpha\sin x-\alpha^2). \qquad (c)$$

Aber $\log(u+iv)=\frac{1}{2}\log(u^2+v^2)+i\,\mathrm{Arc\,tg}\,\frac{v}{u}$, woraus

$$\log(1+2i\alpha\sin x-\alpha^2)=\frac{1}{2}\log\left\{(1-\alpha^2)^2+4\alpha^2\sin x^2\right\}+$$

$$+i\,\mathrm{Arc\,tg}\left(\frac{2\alpha\sin x}{1-\alpha^2}\right).$$

Hier können wir rechter Hand die reelle Komponente schreiben $\frac{1}{2}\log\left\{(1+\alpha^2)^2-4\alpha^2\cos x^2\right\}$, und wir finden daher

$$\mathrm{R}\log(1+2i\alpha\sin x-\alpha^2)=\frac{1}{2}\log(1+2\alpha\cos x+\alpha^2)$$
$$+\frac{1}{2}\log(1-2\alpha\cos x+\alpha^2),$$

$$\mathrm{J}\log(1+2i\alpha\sin x-\alpha^2)=i\,\mathrm{Arc\,tg}\left(\frac{2\alpha\sin x}{1-\alpha^2}\right).$$

Die Relationen (b) und (c) ergeben somit schliesslich

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2k+1}\cdot\cos(2k+1)x}{2k+1}=\frac{1}{4}\log\left(\frac{1+2\alpha\cos x+\alpha^2}{1-2\alpha\cos x+\alpha^2}\right), \quad (10)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2k+1}\cdot\sin(2k+1)x}{2k+1}=\frac{1}{2}\,\mathrm{Arc\,tg}\left(\frac{2\alpha\sin x}{1-\alpha^2}\right). \quad (11)$$

In (10) dürfen wir $\alpha=1$ setzen, und erhalten dann rechts $\frac{1}{4}\log\left(\frac{1+\cos x}{1-\cos x}\right)=\frac{1}{2}\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2}$. So gewinnen wir wieder unser früheres Resultat

$$\frac{1}{2}\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2k+1}\cdot\cos(2k+1)x, \quad (6)$$

während aus (a) die Substitution $z=\cos x$ gibt

$$\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2k+1}(\cos x)^{2k+1}. \quad (1)$$

Setzen wir ferner in (11) $x=\frac{\pi}{2}$, so kommt

$$\sum(-1)^k\cdot\frac{\alpha^{2k+1}}{2k+1}=\frac{1}{2}\,\mathrm{Arc\,tg}\left(\frac{2\alpha}{1-\alpha^2}\right)=\mathrm{Arc\,tg}\,\alpha.$$

Die bekannte Arc tg Reihe:

$$\mathrm{Arc\,tg}\,\alpha=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\cdot\frac{\alpha^{2k+1}}{2k+1} \quad (11')$$

ist also ein spezieller Fall von (11).

L. Fischer.

Dritter Nachtrag
zum
Verzeichnis der Gefässpflanzen
des Berner Oberlandes
mit Berücksichtigung der Standortsverhältnisse, der horizontalen und vertikalen Verbreitung.[1])

(Eingereicht den 25. November 1904.)

Wie im ersten und zweiten Nachtrag (Mitteil. 1882 und 1889) sind die für das Oberland neuen Arten durch fetten Druck bezeichnet. Es sind denselben eine Anzahl Arten angereiht, für welche den früheren Angaben über horizontale und vertikale Verbreitung wichtigere Ergänzungen beigefügt werden konnten.

Von neueren Druckschriften benützte ich hauptsächlich: Christ, Die Farnkräuter der Schweiz (Beiträge zur Kryptogamenflora der Schweiz, I. 2. 1900); H. Jaccard, Catalogue de la Flore Valaisanne (Neue Denkschriften der allgemeinen schweiz. Gesellschaft für die gesamten Naturwissenschaften (Vol. 34, 1895), dem ich eine Anzahl, die Pass-Übergänge ins Berner Oberland betreffende Angaben entnommen habe; P. Jaccard, Contributions au problème de l'immigration postglaciaire de la Flore alpine du massif du Wildhorn etc. (Bull. de la Soc. vaudoise des sciences nat. 1900); J. Maurer, Verzeichnis der Flora des Klusgebietes in der Stockhornkette (in Gempeler, Heimatkunde des Simmentals 1904) und verschiedene Mitteilungen in den Berichten

[1]) Mitteilungen der bernischen naturforschenden Gesellschaft aus dem Jahr 1875.

der schweiz. botanischen Gesellschaft I—XIV, 1891—1904. — Zahlreiche Standortsangaben verdanke ich ferner (ausser den früher genannten Beobachtern, von denen mehrere mir auch neuerdings Beiträge lieferten) den Herren: Dr. Dick in Bern; Dr. Gassmann; Dr. G. Keller in Aarau; H. Lüscher; R. Streun, Lehrer in Bern; J. Stump, Seminarlehrer in Hofwil.

Anemone ranunculoides L. (Verzeichnis S. 11). Auf Wiesen und in Gebüschen zwischen Lütschental und Zweilütschenen (Stump); Wiese bei Spiezwyler (Maurer).

Ranunculus parnassifolius L. (S. 12). Wildstrubel (Favre in Jaccard Cat. Flor. Val.); am Knubel (ca. 2400 m) zwischen Gerihorn und Aermighorn im Kiental (Streun).

Ranunculus reptans L. (S. 12). Totensee, Grimsel (Muret in Jaccard Cat. Flor. Val).

Aquilegia alpina L. (S. 14 und Nachtrag 1, S. 5). Geissholzlaui über Meiringen (Dr. Dick); Fisialp bei Kandersteg und Iffigen bei Lenk (Dr. Fankhauser); Kühdungel bei Lauenen (P. Jaccard).

Delphinium elatum L. (S. 14 und Nachtrag 1 und 2). Am Hinterburgseeli am Fuss des Oltschikopfes bei 1524 m.! Kilei im Diemtigtal, ca. 1450 m. (Ed. Fischer); am Seebergsee am Übergang aus dem Männiggrund nach Zweisimmen (Dr. Dick).

Papaver alpinum L. (S. 16). Geröllhalden beim Kummli am NO-Abfall des Seehorns (Diemtigtal) (Ed. Fischer); Ostabhänge des Ankenstocks (bei den Spielgerten) (Dr. Dick).

Sisymbrium Sophia L. (S. 19 und Nachtrag 1 und 2). Auch «im Nessli» im Gebiet der Boltigenklus (Dr. Dutoit).

Anmerkung. Alyssum Wulfenianum Bernh. (S. 20 als zweifelhaft angegeben) ist zu streichen.

Lunaria rediviva L. (S. 21 und Nachtrag 2). Seefluh bei Lenk (Dr. Fankhauser).

Silene acaulis L. (S. 29). *Var. exscapa* (*S. exscapa All.*). In höheren Lagen hin und wieder. Grimsel (Lagger, nach Jaccard Cat. Flor. Val.).

Erodium cicutarium L'Hérit. (S. 38). Zwischen Oberhofen und Hilterfingen (Streun).

Impatiens nolitangere L. (S. 38 und Nachtrag 1, S. 7). Trachsellauenen bis gegen 1400 m (Ed. Fischer).

Evonymus latifolius Scop. (Nachtrag 1, S. 7). Brünig unterhalb des Kurhauses!

Rhamnus alpina L. (S. 39). Grindelwald gegen Bachalp (Christ); Hohfluh am Hasliberg!

Anmerkung. Trifolium patens Schreb. Boltigen (Maurer, nach Berichte der schweiz. bot. Ges. XIV, S. 126). An der Simme bei Reidenbach (Dr. Dutoit). — Wohl erst neulich eingeschleppt.

Coronilla vaginalis Lam. (S. 44). Hohfluh am Hasliberg, ca. 1000 m! Hundschüpfen bei Meiringen (Dr. Dutoit); Klus bei Schwarzenmatt (Maurer); Sanetsch (Jaccard Cat. Flor. Val.).

Lathyrus luteus Gren. (S. 46 und Nachtrag 1, S. 8). Felsen nördlich vom Seebergsee am Übergang aus dem Männiggrund nach Zweisimmen (Dr. Dick); Rossgraben über Heustrich am Niesen (Streun); Justistal gegen Schafloch (Christen).

Geum rivale × *montanum* (*G. inclinatum Schleich.*). Am Schwandfehlspitz ob Adelboden, unter den Stammarten (Dr. Dutoit); Dürrenberg im Kiental (Ed. Fischer).

Potentilla aurea × *minima.* Sanetsch, Gemmi am Daubensee (Jaccard Cat. Flor. Val.).

Alchemilla splendens Christ. Axalp (W. Bernoulli); am unteren Grindelwaldgletscher (Christ); Kl. Scheidegg (Favrat); Wengen (Alioth, nach Christ); Breitlauenenalp bei Interlaken (Christ); Gemmi von Kandersteg bis zur Passhöhe (Buser). — Wurde früher für hybrid (*alpina* × *vulgaris*) gehalten.

Alchemilla alpina L. (S. 51). Buser (Berichte der schweiz. botan. Gesellschaft 1894) unterscheidet als besondere Arten: *A. alpina L.* (*A. alpina Var. glomerata Tausch*) im Silicatgebiet der Zentralalpen und *A. Hoppeana Rchb.* (*A. alpina Var. asterophylla Tausch*) häufig im Kalkalpengebiet. — In der Bearbeitung der Gattung Alchemilla von Buser (in Jaccard Cat. Flor. Val. 1895) sind von zahlreichen, von B. neu aufgestellten Arten manche für die Gemmi, einzelne derselben auch für Sanetsch und Rawyl angegeben.

Rosa graveolens Gren. (*R. elliptica Tausch*) (S. 53). Adelboden! Bei Schwarzenmatt und Weissenbach (Maurer); Saanen (Jacquet).

Rosa tomentella Leman (S. 53). Sigriswyl und Sundlauenen (Herb. Fischer-Ooster).

Rosa stylosa Desv. Ried bei Thun (Herb. Fischer-Ooster).

Anmerkung. Rosa spinulifolia Dematra (S. 53) ist nach Crépin hybrid (*R. alpina* × *tomentosa*). — *Rosa mollissima Fries* (S. 52) ist zu streichen, das bezügliche Exemplar gehört nach Crépin zu *R. tomentosa Sm.*

Epilobium nutans Tausch (*E. alpinum Var. nutans Koch*) Wengernalp (Gremli Exc. Flora Ed. 9, S. 177).

Circaea alpina L. (S. 57). Gadmental oberhalb Schaftelen! Brünig! Giessbach gegen Iseltwald! Zwischen Frutigen und Adelboden (Lüscher); unterhalb Schwarrenbach (Rion, in Jaccard Cat. Flor. Val.); Bäderalp bei Boltigen (Maurer).

Hippuris vulgaris L. (S. 58 und Nachtrag 1, S. 9). Tiefenrohren bei Lenk (Christen).

Callitriche verna L. (S. 58). Tümpel am Hasliberggrat ca. 1960 m und bei Käserstatt 1830 m! Obersuldalp, nahe der Baumgrenze! Ober-Gurbs im Diemtigtal ca. 1900 m (Ed. Fischer); Wallopalp 1700 m (Maurer); Ober-Wirtneren an der Nordseite der Stockhornkette ca. 1500 m!

Sedum reflexum L. (S. 60). An mehreren Standorten im Clusgebiet im Simmental (Maurer).

Saxifraga oppositifolia L. Var. Rudolphiana (S. 63). Gemmi (Wolf nach Jaccard Cat. Flor. Val.).

Saxifraga exarata Vill. (S. 64). Am Unteraargletscher (J. Fankhauser); Kühdungel bei Lauenen (P. Jaccard).

Saxifraga cernua L. (S. 65). «A la Boiterie» (Bernergrenze) am Sanetsch, und auf der Wallisseite des Passes «au Sublage» (Jaccard Cat. Flor. Val.)

Saxifraga caesia × *aizoides* (S. 65). Am Oeschenenbach oberhalb Kandersteg (Dr. Dutoit).

Chrysosplenium oppositifolium L. An einem Seitenbach des Guntenbaches bei Sigriswyl (Dr. Fankhauser).

Eryngium alpinum L. (Nachtrag 2) wurde (in wenigen Exemplaren) am Oltschihorn gefunden (Streun). Soll auch an den Engelhörnern im Urbachtal beobachtet worden sein.

Chaerophyllum temulum L. Ringgenberg in Gebüschen oberhalb des Landungsplatzes!

Adoxa Moschatellina L. (S. 72). Emdtal bei Aeschi (Streun). Ludnigtälchen bei Adelboden! Krähenloch an der Mittagfluh bei Boltigen ca. 1650 m (Maurer).

Asperula cynanchica L. (S. 74). Bis in die mittlere Region, z. B. von der Boltigenklus bis zur Wallopalp (Maurer).

Asperula odorata L. (S. 74). Wie vorige, z. B. Bruchberg bei Boltigen ca. 1550 m (Maurer).

Galium boreale L. (S. 74). Am Südabhang des Niesenhorns bei Lauenen 2450—2500 m (P. Jaccard).

Valeriana officinalis L. (S. 75). Selten bis in die höhere Region: Am Stierengrat bei Boltigen bis 1900 m (Maurer).

Tanacetum vulgare L. (S. 83). Reuti ob Meiringen! Mauern am See bei Iseltwald! Riederen zwischen Spiez und Einigen! Spiez!

Anmerkung. Aronicum glaciale (S. 85). Nach v. Tavel (Berichte der schweiz. bot. Gesellschaft VI 1896) scheint das echte *A. glaciale (Wulf.) Rb.* der Schweiz zu fehlen. Was derselbe als A. glaciale von schweiz. Standorten in den Herbarien fand, erwies sich als Formen von A. Clusii und A. scorpioides.

Senecio aurantiacus DC. (S. 86 und Nachtrag 1, S. 11). Axalphorn und Tschingel bei Axalp (Lüscher); Glütschalp (Streun); Iffigenalp bei Lauenen (Dr. Fankhauser).

Senecio aquaticus Huds. Grunholz bei Schwarzenmatt im Simmental (Maurer).

Senecio incanus L. (S. 86). Grimsel (Jaccard Cat. Flor. Val.); Bächlihorn und Brandlammhorn über dem Unteraargletscher bei ca. 3000 m (E. v. Fellenberg); Lötschenpass (Vulpius).

Saussurea alpina DC. (S. 89). Sulegg über dem Sulssee (de Bary); am «Hinterburgseeli» am Fuss des Oltschikopfes ca. 1524 m! — *Var. subdepressa Rchb. fil.* Aermighorn im Frutigtal ca. 2400 m (Dr. Gassmann); Sanetsch (nach Jaccard Cat. Flor. Val.). — Zu dieser Var. wird neuerdings *S. depressa auct. helv.* (S. 89) gezogen. Die echte *S. depressa Gren. Godr.* scheint der Schweiz zu fehlen.

Hieracium. Von den zahlreichen in neuerer Zeit aufgestellten Species, Subspec., hybriden und nicht hybriden Zwischenformen dieser Gattung werden viele in der neuen Bearbeitung von Zahn in Koch Synopsis der Deutschen und Schweizer Flora, Aufl. 3, und von F. Käser (Beiträge zur Kenntnis der Hieracienflora der Schweiz, in Berichte der schweiz. botanischen Ge-

sellschaft, Heft 13, 1903) für das Oberland, besonders Simmental zitiert. Eine Aufzählung der bezüglichen Funde aus dem Klusgebiet bei Boltigen gibt J. Maurer in Reidenbach (Verzeichnis der Flora des Klusgebietes in der Stockhornkette, in Gempeler, Heimatkunde des Simmentales 1904). — Eine Revision der älteren Vulpius'schen Angaben nach dem neueren Stand der Hieracienforschung gibt: Zahn, Hieracia Vulpiana, in Mitth. des badischen botanischen Vereins 1899.

Vaccinium Vitis Idaea L. (S. 101). *Var. leucocarpum Ascherson et Magnus.* Trachsellauenen, auf Gneiss (Ed. Fischer).

Oxycoccos palustris Pers. (S. 101). Egelsee bei Diemtigen, 991 m (Dr. Dick).

Pirola uniflora L. (S. 104 und Nachtrag 1, S. 12). Arnialp ob Meiringen (Dr. Dutoit); Gimmelwald (Lüscher); Tschingel im Kiental (Ed. Fischer); Ufergebüsche der Simme und Kander bei Wimmis (Christen); Klusgebiet bei Boltigen (Maurer); Räzliberg bei Lenk (Christen); Sanetsch (Jacquet).

Monotropa Hypopitys L. (S. 105). Im Buchenwald zwischen Gsteig und Bönigen (Lüscher); Buchenwald zwischen Merligen und Beatenberg! Tannenwald bei Weissenbach im Simmental (Maurer).

Menyanthes trifoliata L. (S. 106). «Hohschwandseeli» am Hasliberg (J. Fankhauser); Sumpf auf Mägisalp am Hasliberg! Gspann am Brünig! Kandersteg! und Spitalmatt (Gemmi)! Faulenseebad bei Spiez! Seebergsee am Übergang aus dem Mäniggrund nach Zweisimmen (Dr. Dick); Rohrmoos zwischen Jaun und Boltigen (Lüscher).

Gentiana lutea L. (S. 106). Burgfeldstand bei Beatenberg 2000 m (Hügli); Axalp gegen Hinterburgsee ca. 1600 m! Tschingel im Kiental (Ed. Fischer); Diemtigtal oberhalb Rotbad! Rawyl (Rhiner); Sanetsch (Jaccard Cat. Flor. Val.); Langeneckgrat bei Blumenstein 1200—1300 m!

Gentiana purpurea × *lutea* (S. 109). Heitialp über Erlenbach (Dr. Dick).

Erythraea pulchella Fries (S. 109). Zwischen Wimmis und Heustrich (Streun).

Echinospermum deflexum Lehm. (S. 110 und Nachtrag 1, S. 13). Gasterenschlucht (Dr. Dutoit).

Anchusa arvensis Bieb. (S. 112). Emdtal bei Aeschi (Streun).

Atropa Belladonna L. (S. 113). Oberhalb Bönigen und Gsteigwyler! Spiez, gegen Einigen! Weissenbach und Reidenbach im Simmental (Maurer), Rufigraben am nördlichen Fuss der Stockhornkette!

Anmerkung. Hyoscyamus niger L. In vereinzelten Exemplaren beobachtet bei Häusern auf dem Hasliberg! und bei Grindelwald (Stump).

Digitalis lutea L. (S. 114). Beatenberg 1200 m (Hügli); Mühlenen (Streun); Ringgenberg! Simmental im Klusgebiet bis über 1300 m (Maurer); Lenk (Dr. Fankhauser).

Veronica scutellata L. Tiefenrohren bei Lenk (Christen).

Anmerkung. Die Angabe von *Veronica Teucrium L.* am Daubensee (Brown Cat. 1845) hat, soweit mir bekannt, keine neuere Bestätigung gefunden.

Pedicularis Barrelieri Rb. (S. 118 und Nachtrag 1, S. 13). Rawyl (Wolf.); Sanetsch (Jaccard Cat. Flor. Val.); Fermeltal bei St. Stephan (Dr. Dick).

Pedicularis palustris L. (S. 118 und Nachtrag 1, S. 13). Bis in die höhere Region: Trüttlisberg zwischen Lauenen und Lenk (ca. 1950 m) (Dr. Fankhauser). Sumpfwiesen bei Kandersteg!

Euphrasia officinalis L. (S. 119). *Subspec. capitulata Towns.* Zwischen Gr. Scheidegg und Faulhorn; Schynige Platte und oberhalb Mürren (Townsend, nach Berichte der schweiz. bot. Ges. I 1891, S. 153). — Von den als *E. officinalis L.* zusammengefassten *E.* ist *E. Rostkoviana Hayne* die verbreitetste, von der Ebene bis in die höhere Region aufsteigende Art.

Lathraea Squamaria L. (S. 120 und Nachtrag 1, S. 13). Bei Goldswil und Ringgenberg stellenweise ziemlich häufig!

Orobanche Scabiosae Koch (S. 120). Arnialp (Hasliberg) bei ca. 1500 m und Schynige Platte bei ca. 1900 m (Dr. Dutoit); Tschingel im Kiental (Dr. Gassmann). — Auf Cirsium oleraceum im Pochtenkessel bei Adelboden (F. v. Tavel) und am Niesen ob Heustrich (Ed. Fischer).

Orobanche flava Mart. (S. 121). Am Eingang des Lauterbrunnentals und im Gattafel am Niesen (Christen); zwischen Frutigen und Adelboden (Ed. Fischer); auf Aconitum Lycoctonum unter dem Krachihorn bei Reidenbach (Maurer).

Orobanche Cervariae Suard. Auf Peucedanum austriacum unter dem Kienhorn bei Boltigen (Maurer).

Salvia verticillata L. (Nachtrag 2). Am Bussalpbach bei der Schwendi im Grindelwaldtal (Stump); Lenk (Christen); Reidenbach, selten (Maurer).

Calamintha grandiflora Mönch. (S. 122). In der Pletsch unter dem Hohmaad bei ca. 1750 m und am Schafarnisch 1850 m an der Stockhornkette (Maurer).

Nepeta Cataria L. (S. 123). Niederried am Brienzersee (vereinzelt) Oberhofen! Selten bei Reidenbach im Simmental (Maurer).

Stachys arvensis L. Leissigen am Weg nach dem Stoffelberg!

Stachys palustris × *silvatica* (*S. ambigua Sm.*). Wilderswyl (Lüscher).

Betonica hirsuta L. (S. 124). Rawyl (Schneider nach Jaccard Cat. Flor. Val.), ob Bernerseite?

Androsace imbricata Lam. (S. 127). Ewigschneehorn bei 3000 m (Heer nach Berichte der schweiz. bot. Ges. III, S. 124).

Anmerkung. Für die Angabe von *Androsace carnea L.* an der Gemmi (Thomas nach Jaccard Cat. Flor. Val.) ist mir keine neuere Bestätigung bekannt.

Plantago montana L. (S. 131). *Var. holosericea Gaud.* (*P. fuscescens Jord?*). Gemmi zwischen Daubensee und Lämmerenalp (Brown).

Rumex nemorosus Schrad. In Gebüschen an der Strasse zwischen Spiez und dem Faulenseebad! — *Var. sanguineus*, Lenk (Jaggi nach Dr. Fankhauser).

Polygonum aviculare L. (S. 134). Bis in die höhere Region: Niesenhorn bei Lauenen 2650–2750 m (P. Jaccard).

Polygonum dumetorum L. (S. 134). Ringgenberg, in Gebüschen über dem Landungsplatz!

Daphne alpina L. (S. 134 und Nachtrag 1, S. 14). Beim Schafloch im Justistal (Christen).

Asarum europaeum L. (S. 135). Auf der Schüpfen durch aufwachsendes Gebüsch verdrängt, bei Reidenbach neu aufgefunden (Maurer). Oberhalb Schorren (bei Oberhofen) (Streun).

Urtica urens L. (S. 137). Wasserwendi am Hasliberg 1220 m! Moosbühlen oberhalb Innertkirchen ca. 1630 m! Adelboden 1356 m! Auch im unteren Teil des Klusgebietes bei Boltigen (Maurer).

Quercus sessiliflora Sm. (S. 138). Ringgenberg! Vereinzelt im unteren Teil des Klusgebietes bei Boltigen (Maurer).

Salix grandifolia Seringe (S. 140). Bis in die höhere Region: Spitalmatte an der Gemmi (Buser nach Jaccard Cat. Flor. Val.); Kühdungel bei Lauenen 1850—2200 m (P. Jaccard).

Salix Caprea L. (S. 141). Kühdungel bei Lauenen 1850—2200 m (P. Jaccard).

Salix Myrsinites L. (S. 141) *Var. lanata Gaud.* Gemmi bei Schwarrenbach (Buser) und auf der Lämmerenalp (Shuttleworth nach Jaccard Cat. Flor. Val.).

Von hybriden Salix (S. 142) werden noch angegeben: a) In H. Jaccard Cat. Flor. Val.: *S. arbuscula* × *grandifolia, arbuscula* × *reticulata. arbuscula* × *retusa. grandifolia* × *hastata,* sämtlich auf der Gemmi-Spitalmatte (Buser), *S. hastata* × *Myrsinites* Schwarrenbach (Buser), *S. glauca* × *retusa* Sanetsch (Besse). — b) In P. Jaccard «Contrib.»: *S. arbuscula* × *reticulata* Kühdungel bei Lauenen.

Scheuchzeria palustris L. (S. 143). Im sog. «See» auf dem Bruch zwischen Boltigen und Abläntschen (Christen). Die älteren Angaben (Bachalp am Faulhorn und Gemmi über Schwarrenbach) wurden, soweit mir bekannt, von keinem neueren Beobachter bestätigt.

Triglochin palustris L. (S. 143 und Nachtrag 1, S. 14). Grimselalp (Jaccard Cat. Flor. Val.); zwischen Zweilütschenen und Wilderswyl! Faulenseemoos bei Spiez (Bruhin); Kandersteg (Dr. Fankhauser); zwischen Reidenbach und Weissenbach im Simmental (Maurer).

Potamogeton alpinus Balb. (P. rufescens Schrad.) Im Hinterburgsee am Fuss des Oltschikopfes 1524 m!

Potamogeton Zizii Mert. Koch. Interlaken (Lüscher nach Berichte der schweiz. bot. Ges. II 1892, S. 94).

Potamogeton crispus L. Brienzersee bei Iseltwald und Ringgenberg! Thunersee bei Spiez!

Potamogeton perfoliatus L. (S. 144 und Nachtrag 2). Auch im Brienzersee bei Iseltwald und Ringgenberg!

Typha latifolia L. (S. 144) Am östl. Ende des Brienzersees (Rhiner); an der Aare bei der Ruine Weissenau (v. Tavel).

Sparganium affine Schnizlein. Gelmersee im Oberhasli, 1829 m. (Dr. Fankhauser) — Auf diese (in älteren Floren nicht unterschiedene) Species beziehen sich auch die im Verz. S. 145 und

Nachtrag 1 S. 15 unter S. minimum angegebenen Standortsangaben aus der mittleren und höheren Region. — Nach neuerer Ansicht umfasst S. natans L. sowohl S. affine als S. minimum.

Orchis latifolia L. (S. 146) Wengen (Rougemont); Diemtigtal am Fuss des Schwarzberges, c. 1200 m! Lenk (Christen).

Ophrys muscifera Huds. (S. 147 und Nachtrag 1 S. 15). Am N. W. Fuss des Mettenberges bei Grindelwald, 1150 m — 1300 m (Stump); oberhalb Isenfluh (Ed. Fischer); Beatenberg (Hügli); Wimmis (Christen); zwischen Spiez und Faulensee (Christen); Eggenschwand bei Kandersteg, 1200 m! Weissenbach im Simmental (Maurer).

Ophrys aranifera Huds (S. 148). Für die älteren Angaben Meiringen und Thunerallmend ist mir keine neuere Bestätigung bekannt.

Ophrys arachnites Reich. (S. 148). Därligen gegen Stoffelberg (Ed. Fischer); Waldwiesen oberhalb Schoenberg bei Gunten! zwischen Faulensee und Spiez, und am Bintel bei Wimmis (Christen); bei Emdtal, Heustrich und Mühlenen (Streun); Diemtigen und Rothbad (Dr. Dick); Niederried am Brienzersee (Ed. Fischer).

Chamaeorchis alpina Reich. (S. 148). Susten! Bellenhöchst und zwischen Schönegg und Schyniger Platte (de Bary); Sulegg, und Bonderalp bei Adelboden (Ed. Fischer); Stockhornkette zwischen Kaisereggschloss und Stierengrat (Maurer); Abhänge am Iffigensee bei Lauenen (P. Jaccard).

Epipogon aphyllus Sw. (S. 149 und Nachtrag 1 S. 15). Oberhalb Giessbach (Dr. Keller); am Harder und an 2 Stellen am Abendberg bei Interlaken (Dr. Keller); im Schlegelholz bei St. Stephan c. 1300 m. (Dr. Fankhauser); im Wald gegen Alpetli und gegen die «Alp» im Diemtigtal (Ed. Fischer). Im nördlich angrenzenden Hügelland an der Giebelegg und im Gurnigelwald (Christen).

Cephalanthera pallens Rich. (S. 149) Beatenberg, 1200 m (Hügli); Weissenbach im Simmental (Maurer).

Cephalanthera ensifolia Rich. (S. 149) Beatenberg, 1200 m (Hügli); Schwarzenmatt im Simmental (Maurer); Fallbachtobel bei Blumenstein (Bruhin).

Corallorrhiza innata R. Brw. (S. 151 und Nachtrag 1, S. 15). Zwischen Oberegg und Läger am Hasliberg, Moosbühlen ob Innertkirchen, und Axalp (Dr. G. Keller); Rosenlaui (Dr. Dick); Sulwald ob Isenfluh, Tschingel im Kiental, im oberen Diemtigtal, und zwischen Klusalp und Wallopalp im Simmental (Ed. Fischer); Räzliberg bei Lenk (Christen); Sanetsch (Jacquet); Nordabhang der Stockhornkette über Stocken (Ed. Fischer).

Malaxis monophylla Sw. (S. 151). Schoren am Brünig (Lüscher); Oberegg am Hasliberg (c. 1200 m) und Moosbühlen (1620 bis 1650 m) ob Innertkirchen (Dr. Dutoit); Kirchet bei Meiringen (Howald); Axalp (Lüscher); Gsteig am Weg nach Breitlauenen (Ed. Fischer). — An den meisten Standorten nur wenige Exemplare.

Cypripedium Calceolus L. (S. 151 und Nachtrag 1, S. 15). Giessbach (Ed. Fischer); Zwischen Iseltwald und Bönigen (Gaille); am Fuss des Wetterhorns oberhalb dem Eisboden bei c. 1500 m (Stump); Fuss des Leissiggrates bei Därligen und zwischen Faulensee und Spiez (Christen); Kandersteg (Dr. Fankhauser).

Streptopus amplexifolius DC. (S. 153 und Nachtrag 1 und 2) Traubach bei Habkeren (v. Rütte); am l. Ufer des Wasserfalles im Suldttal bei Äschi (Dr. Dick); Marcheggwald zwischen Isenfluh und Grütschalp, Gurbs im Diemtigtale und am Seebergsee (1835 m) am Übergang aus dem Mäniggrund nach Zweisimmen (Ed. Fischer).

Convallaria majalis L. (S. 153). Am Wetterhorn am Weg zur «Enge» bei c. 1700 m (Dr. Ziegler); Über Trachsellauenen, 1350—1400 m (Ed. Fischer); Heustrichwald am Niesen (Streun); Bufelialp am Bäderhorn im Simmental, bis 1700 m (Maurer).

Ornithogalum umbellatum L. (S. 156) Beatenberg bei c. 1140 m!

Gagea lutea L. (S. 156). Merligen! Leissigen (Ed. Fischer); Bufelialp bei Boltigen, c. 1650 m (Maurer).

Allium Victorialis L. (S. 156). An mehreren Orten im Ober-Simmental: Zwischen Äbialp und Schafarnisch (1550—1700 m), im Nssli, Lucheren, Reidigalp (Maurer); Sanetsch (Rion in Jaccard Cat. Flor. Val.).

Anmerkung. Juncus silvaticus Reich. (S. 159) ist für das Oberland zweifelhaft. — *Juncus arcticus Willd.* Alpe de Genièvre am Sanetsch (Wallisseite) (Jacquet, nach H. Jaccard in Bull. Soc. Murith. 1897. S. 266).

Carex rupestris All. (S. 164). Gemmi (Bernoulli) und Sanetsch (Thomas) nach Jaccard Cat. Flor. Val.

Carex Laggeri Wimmer (S. 164) ist nach Ascherson und Græbner (Synopsis) *C. foetida* × *stellulata.*

Carex microstyla Gay. (S. 165) ist nach Kneucker (Allg. botan. Zeitschrift 1899) *C. foetida* × *Persoonii.*

Carex foetida × *lagopina.* Grimsel (Kneucker).

Carex lagopina × *Persoonii.* Grimsel (Kneucker).

Carex vulgaris Fr. (S. 166). *Var. melaena* und *Var. juncella* Grimsel (Jaccard Cat. Flor. Val.).

Carex bicolor All. Grimsel, an sumpfigen Orten vom Todtensee gegen das Grimselhospiz (Kneucker in Bull. de la Murithienne 1890/91 S. 76).

Carex limosa L. (S. 166). Hasliberg am Hohschwandseeli 1578 m. (Dr. Dutoit) und in einem Tümpel der Mägisalp, c. 1670 m! Schwefelbergbad, 1390 m (Dr. Dutoit).

Carex glauca Scop. (S. 167). *Var clavaeformis* (*C. clavaeformis Hoppe*) Fuss des Wetterhorns (Christener nach Christ in Bull. Soc. Murith. 1892/93 S. 138); Gemmi (Jaccard Cat. Flor. Val.); Rawyl (Rhiner nach Jaccard).

Carex flava L. (S. 169). *Var. alpina* Kneucker. Unterhalb der Handegg bei c. 1350 m. (Kneucker Caric. exsicc. Nr. 123 und Bemerkungen zu den Caric. exsicc. 1899) — *Var. lepidocarpa Tausch.* Grimsel (Muret nach Jaccard Cat. Flor. Val.)

Carex vesicaria L. (S. 169) Bei der Ruine Weissenau bei Interlaken (v. Tavel).

Alopecurus pratensis L. (Nachtrag 2) Lenk (Christen); Saanen (Jacquet, nach Rhiner).

Anmerkung. Panicum verticillatum L. (S. 170), von Brown Cat. 1843 ohne genauere Standortsangabe aufgeführt, ist für das Oberland zweifelhaft. — Die Angabe von *Poa hybrida* (Nachtrag 2) für Grimsel und Brünig bedarf der Bestätigung. Nach Mitteilung von Rhiner (1890) ist derselbe für das letztere Vorkommen irrtümlich als Finder zitiert.

Lolium temulentum L. (S. 180). Im Getreide «auf der Egg» im Diemtigtal c. 1250 m (Ed. Fischer).

Pinus montana Miller (S. 182 und Nachtrag 1, S. 16). *Var. uncinata.* Im Diemtigtale am Kalberhorn im Wildgrimmi und am N. O. Fuss des Seehorns (Ed. Fischer).

Pinus Cembra L. (S. 182). In grösseren Beständen auf dem Hornberg bei Iffigen (Ob.-Simmental) (Christen); Rawyl, in verkümmerten Exemplaren bis 2000 m. (Dr. Fankhauser). Im Diemtigtal an mehreren Orten ziemlich häufig, z. B. oberhalb Alpetli am Spielgertenpass 1700—1950 m, Wildgrimmi, von 1550 m an, am N. W. Abhange des Arbenhorns von c. 1800 m an, am Seebergsee und am N. W. Abhange des Seehorns bis gegen 2000 m. (Ed. Fischer); Balmiwald ob Schwenden im Diemtigtal bis 1300 m herab (Dr. Fankhauser). Eine Anzahl Stämme am Elsigsee im Engstligental (Ed. Fischer); Windegg am Triftgletscher (c. 1850 m)! — Über einen Kulturversuch mit Arven, Lärchen und Fichten am Aargletscher vergl. den Artikel: Forstliches vom Pavillon Dollfuss in «Schweiz. Zeitschrift für das Forstwesen» 1894. — Über einen neueren Aufforstungsversuch am Brienzer Rothorn s. Jahrg. 1904 der genannten Zeitschrift.

Allosorus crispus Bernh. (S. 187) Untersteinberg bei Trachsellauenen auf Gneiss bei 1600 m (Ed. Fischer) — *Var. pectinatus* Susten, Handegg (Christ).

Asplenium alpestre Metten. (*Athyrium alpestre Rylands*) (S. 187). *Var dentatum* Grimsel, Hausegg (Christ); Zæsenberg (v. Tavel nach Christ); *Var. multidentatum* Rosenlaui (Fischer-Ooster nach Christ).

Asplenium Adiantum nigrum L. (S. 188) Zwischen Mürren und Isenfluh (*Var. argutum* Coaz nach Christ); Beatenberg (Christ).

Asplenium Trichomanes Huds. (S. 188) Käserstatt am Hasliberg bei 1830 m!

Aspidium rigidum Sw. (S. 189) Axalp 1750—1900 m (W. Bernoulli) und Justistal (v. Tavel, nach Christ).

Aspidium Filix mas Sw. (S. 189) *Var. affine* Brünig (Christ).

Aspidium Lonchitis Sw. (S. 189) *Var. longearistatum* Gemmi (Fischer-Ooster) und *Var. hastatum* Giessbach (Bleuler nach Christ).

Cystopteris fragilis Bernh. (S. 189) *Var. acutidentata* Hohfluh am Hasliberg (Christ). *Var. angustata* Oeschenenalp! *Var. anthriscifolia* und Var. *cynapifolia* häufig.

Cystopteris montana Bernh. (S. 190) Axalp (W. Bernoulli); Faulhorn (Favrat); beim unteren Grindelwaldgletscher (Christ).

1

2

Chironomus quadricornis

3

4

Chironomus plumosus

[illegible]

Tiefsee-Fauna [illegible]

[illegible]

der Biologie der [illegible]

Literaturverzeichnis

Nr. 1. **Brauer F.** [illegible]

2. **Bretscher K.** [illegible]

3. [illegible]

4. **Clessin S.** [illegible]

5. **Dewitz Herm.** [illegible]

6. **Entz Gesa** [illegible]

7. **Forel A. F.** [illegible]

8. [illegible]

9. [illegible]

10. [illegible]

11. [illegible]

Chironomus quadricornis

Chironomus plumosus

Untersuchungen

über die

Tiefsee-Fauna des Bielersees

mit besonderer Berücksichtigung

der Biologie der Dipterenlarven der Grund-Fauna.

Literaturverzeichnis.

Nr. 1. **Brauer F.** Fliegenlarven. Wiener Denkschriften, Bd. 64.

» 2. **Bretscher K.** Beobachtungen über Oligochaeten der Schweiz. Revue Suisse de Zoologie VIII, 1900.

» 3. — — Beiträge zur Kenntnis der Oligochaeten-Fauna der Schweiz. Revue Suisse de Zoologie VI, 1899.

» 4. **Clessin S.** Die Molusken-Fauna Österreich-Ungarns und der Schweiz. 1887 II und 858 S. 8.

» 5. **Dewitz Herm.** Einige Beobachtungen betreffend das ge schlossene Tracheensystem bei Insektenlarven. Zool. Anz. 1890, S. 500—504 und S. 525—531.

» 6. **Entz Géza.** Resultate der wissenschaftlichen Erforschung des Balatonsees.

» 7. **Forel A. F.** Matériaux pour servir à l'étude de la faune profonde du lac Léman Lausanne 1868—1870. Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. Vol. X.

» 8. — — Liste provisoire des espèces de la faune profonde du lac Léman. Lausanne 1874—1875. 4 p. 8. Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. Vol. XIII.

» 9. — — Esquisse générale de la faune profonde du lac Léman. Lausanne 1877. 6 p. 8. Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. Vol. XIV.

» 10. — — Matériaux pour servir à l'étude de la faune profonde du lac Léman. Lausanne 1877. 40 p.

» 11. — — Avant propos de la deuxième série des matériaux pour servir à l'étude de la faune profonde du lac Léman. Lau-

sanne 1877. 12 p. 8. (Bulletin de la société vaudoise des sciences naturelles. Vol. XIV.)

Nr. 12. **Grimm O.** Ungeschlechtliche Fortpflanzung einer Chironomus-art. Mémoire St. Petersburg Akademie. 7, XV Nr. 8, 1870.

» 13. **Kaufmann A.** Cypriden und Darvinuliden der Schweiz. Revue Suisse de Zoologie. Tome VIII, 1900.

» 14. **Kolbe H. J.** Einführung in die Kenntnis der Insekten.

» 15. **Lampert K.** Das Leben der Binnengewässer.

» 16. **Leydig Franz.** Anatomisches und Histiologisches über die Larven von Corethra plumicornis. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. III, 1851, S. 435—474.

» 17. **Palmén J. A.** Zur Morphologie des Tracheensystems. Helsingfors 1877.

» 18. **Schiener J. R.** Fauna Austriaca. Die Fliegen, I. und II. Bd. Wien 1862.

» 19. **Steck Th.** Beitrag zur Biologie des grossen Moosseedorfsees. Bern 1893, 56 S. 8. (Mitteilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern.)

» 20. **Studer Th.** La faune du lac de Champex. Genève 1893. 8 p. 8. (Archives des sciences physiques et naturelles, Vol. XXX, série 3).

» 21. — — Trutta salar L. im Bielersee. Bern 1883. 5 S. 8. (Mitteilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern.)

» 22. **Thienemann A.** Analkiemen bei den Larven der Glossosoma und einigen Hydropsychiden. Zool. Anz. 1903, Bd. 26.

» 23. **Vejdovsky Fr.** System und Morphologie der Oligochaeten, bearbeitet im Auftrag des Komitees für naturwissenschaftliche Landesdurchforschung Böhmens. Prag 1884.

» 24. **Wagner Nic.** Beiträge zur Lehre von der Fortpflanzung der Insektenlarven. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. XIII, 1863, S. 513—525.

» 25. — — Weitere Erläuterungen über die von Prof. Nic. Wagner beschriebene Insektenlarve, welche sich durch Sprossenbildung vermehrt. Mitgeteilt von F. Meinert. Aus dem Dänischen mit Bemerkungen übersetzt von C. Th. v. Siebold. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. XIV, 1864, S. 394—399.

» 26. **Weissmann Aug.** Die Metamorphose der Corethra plumicornis. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. XV, 1866, S. 45—121.

Einleitung.

Meine Beobachtungen über dieses Thema erstreckten sich fast ausschliesslich auf die tiefsten Stellen des Bielersees. Besonders waren es die roten und weissen Mückenlarven, welche meine Aufmerksamkeit auf sich zogen, die dort in der tiefen Stille, fern vom Licht der Sonne, unter einem Wasserdruck von 7—8 Atmosphären ihr Dasein fristen.

Gar zu leicht glaubt der Laie an den Ufern sammle sich alles kleinere Leben an, während je mehr man in die Tiefe gelange, die Tiere nach und nach seltener werden, und am Grunde schliesslich die grossen Hechte mit den schweren Seeforellen und einigen plumpen Welsen die Alleinherrschaft führen.

Dem ist aber nicht also. Rasch ändern sich allerdings die Verhältnisse. Am Ufer liegen grosse Steine, Holzstücke, angeschwemmte Pflanzen, oder aber es umrahmen namentlich auf der Südseite des Bielersees hohe Schilfbestände das Wasserbecken, denen weiter landwärts kleine Torfmoore das Feld räumen.

Ein überaus vielgestaltiges Leben entwickelt sich allerdings hier. Die Vertreter sämtlicher Tierklassen sind in zahllosen Spezies zugegen.

Stossen wir aber den Nachen vom Lande ab, so ändert sich gar bald das Bild. Die Steine werden kleiner und bald dehnt sich erst gröberer, dann feinerer Sand über die ganze Unterlage aus. Anadonta nebst Unio-Arten ziehen hier ihre Furchen und mehrere Limnaea, Planorbis und andere Schneckenarten zeigen an langen Potamogetonstengeln ihre Kletterkünste. Der Sand ist noch reichlich untermischt mit grössern und kleinern Pflanzenpartikelchen, welche verschiedenen Insektenlarven, Würmern und Turbellarien zur Nahrung dienen.

Bald verschwindet jedoch der Boden unsern Blicken. Die Transperenze des Wassers ist nicht sehr hoch. Der mitgeführte, weiss emaillierte Kessel ist in einer Tiefe von 5 m unsern Blicken meist verloren.

Der See hat nun eine tiefblaue Färbung angenommen. In der Mitte angelangt wundert uns sehr, welche von all diesen Tieren uns auf dem Seeboden bis hieher gefolgt sind. Derselbe ist bedeckt von einem weichen gleichmässigen Schlamm, entstanden durch unendlich kleine Sandkörnchen und Erdteilchen, Lehmpartikelchen u. s. w., die sich sehr lange schwebend im Wasser halten, ganz allmählich jedoch in die Tiefe sinken und hier in den stets stillen Fluten einen unaufhörlichen feinen Sprühregen bilden, der im Lauf der Jahrhunderte längst alle grossen Blöcke und Steine begraben hat. Während an den Ufern der Wellenschlag und das stete Sinken und Steigen des Wasserniveaus alle feinen Schlammpartikelchen wieder aufwirbelt, setzen sich dieselben in der Tiefe ruhig nieder, und es muss sich infolgedessen ein stetes Aufsteigen des Seebodens einstellen. Es wäre nicht uninteressant, durch eingerammte Pfähle an den verschiedensten Stellen des Sees das allmähliche Anwachsen des Bodens im Laufe der Zeit zu verfolgen.

Pelagisch lebende und höhere Tierformen habe ich unberücksichtigt gelassen, da dies zu weit führen und sehr kostspielige Fangapparate erfordern würde.

Ich beschäftigte mich daher ausschliesslich mit den niedern Tierformen, die sich den Tiefseeschlamm zur Wohnstätte auserkoren hatten, speziell mit den Dipterenlarven.

Fangmethode.

Um sich in das Leben des Seebodens einen Einblick zu verschaffen, stellte mir Herr Prof. Dr. Studer gütigst die nötigen Gerätschaften zur Verfügung. Ein za. 120 m langes Seil an einem eisernen Haspel aufgerollt nebst einem Kessel, der geeignet ist, in den Boden einzudringen und ein Sieb mit sehr feinem Drahtgeflecht bildet die nötige Ausrüstung.

Der Kessel wird nun in die Tiefe gelassen und so viel Seil abgewickelt, dass derselbe reichlich auf dem Boden nachschleift, indem das Schiffchen ganz langsam vorwärts fährt. Glaubt man, dass das Gefäss sich gefüllt hat, so wird es mit seinem Inhalt in die Höhe gewunden. Am Seil befestigt hängt ferner ein Minimal- und Maximalthermometer, der über die Temperaturverhältnisse die nötigen Aufschlüsse gibt.

Der Schlamm.

Der See hat eine Maximaltiefe von 75 m zwischen Wingreis und Lattrigen. Die Schwankungen der Oberfläche sind jedoch sehr bedeutend, so dass bei Gerolfingen oft grosse Strecken trocken gelegt und wieder unter Wasser gesetzt werden. Die Höhenunterschiede mögen ungefähr 3 m betragen, wozu neben natürlichen Ursachen auch das stärkere oder schwächere Öffnen der Schleusen bei Biel wesentlich beiträgt.

Der zu Tage geförderte Schlamm stellt sich dem unbewaffneten Auge als eine weiche breiige Masse dar von vollständig homogener Konsistenz. Er besteht aus zwei Schichten. Zu oberst liegt eine za. 10 mm dicke, weissgraue Lage, die weiter unten in eine zähe, bläuliche Masse übergeht, welche aussieht wie blauer Lehm. Das Ganze ist reichlich durchzogen von feinen spinngewebeartigen Fäden, welche alles wie mit einem engmaschigen Geflecht durchsetzen.

Das Mikroskop lässt ausserordentlich feine Sandkörnchen erkennen von meist amorpher, hie und da kristallinischer Gestalt, zwischen denen bisweilen eine im Verhältnis riesig gross erscheinende Diatome das Gesichtsfeld durchfährt.

Die weissgraue, obere Schicht, nach Prof. Dr. Heuscher die «Organismenschicht», besteht aus lockerer gelagerten Schlammteilchen; doch ist sie nicht die einzige Trägerin des Lebewesens, da grössere Individuen viel tiefer gehen und namentlich Würmer sich oft bis 10 cm tief einbohren, was man im Aquarium deutlich sehen kann.

Es ist eigentümlich, dass die graue Schicht sich stets neu bildet. Wenn z. B. in einem Glasbehälter der feine Schlamm vollständig durchwühlt wird, so bildet sich in der Zeit von einigen Tagen wieder über einer bläulichen Masse eine helle, lockere Decke. Bedingung ist freilich, dass das Wasser stets frisch erhalten wird, was durch beständigen Zufluss oder durch reichliches Ansetzen von Pflanzen geschehen kann.

Verdirbt das Wasser, wird es arm an Sauerstoff und reich an schädlichen Gasen, so verwandelt sich rasch der ganze Bodenbelag in eine dunkle, stark übelriechende Substanz, die alles Leben ertötet.

Freilich setzen sich die leichtesten, feinsten Körperchen

zuletzt ab aus dem trüben Wasser und bilden diese lockere Schicht; aber das plötzliche Schwarzwerden lässt doch wohl die Annahme berechtigt erscheinen, dass die Oberfläche des Seebodens eine grosse Zahl von unsichtbaren, lebenden Organismen enthält, welche bei Mangel an Sauerstoff absterben, und durch Fäulnis erregende Bakterien ersetzt werden.

Fauna des Seeschlammes.

Die Tierwelt, welche durch den Kessel an die Oberfläche befördert wurde, kann nicht ausschliesslich als Tiefseefauna betrachtet werden, da das Gefäss in offenem Zustande die ganze Seetiefe passierte und deshalb während des Aufziehens viele pelagisch lebende Formen namentlich Phyllopoden und Copepoden sich auf dem Vehikel niederliessen, während anderseits wahrscheinlich leichtbeweglichere Arten, die auf dem Seeboden wohnen, während des Aufsteigens entwichen. So fand ich z. B. Gammarus coecus, Asselus coecus, die in «La faune profonde du lac Leman» (H. Forel) erwähnt sind, niemals.

Das Sieb, mit dem ich den Schlamm sortierte, wies Öffnungen von ca. $^1/_2$ mm auf, was als vollständig genügend erachtet werden kann, da namentlich mein Hauptzweck, der Fang der Insektenlarven, sehr gut gelang.

Um über die hauptsächlichsten Züge, welche ich ausführte und über die zu Tage geförderten Tierspezies eine allgemeine Übersicht zu schaffen, habe ich dieselben in umstehender Tabelle eingetragen, wobei ich die ausschliesslich mikroskop. Tierwelt vorläufig ausser acht liess und mich vorerst nur mit denjenigen Formen beschäftigte, die sich durch ihr massenhaftes Auftreten gleichsam in den Vordergrund drängten.

Die Tabelle kann leider nicht Anspruch auf vollständige Genauigkeit machen da ich anfänglich, namentlich die vielen Chironomidenspecies alle für die gleiche in verschiedenen Altersstufen stehende Art hielt, und erst nachträglich auf die feinen aber konstanten Unterschiede in der Bezahnung der Unterlippe aufmerksam wurde.

Tabelle der Ergebnisse verschiedener (Züge) Schlammproben aus dem Bielersee.

							Tanipus-Larven				Chironomus-Larven							
Datum	Tiefe	Entfernung v. Land	Temperatur Luft	Oberfl.	Minim.	Würmer	weisse ca. 10–12 mm	weisse ca. 3–6 mm	rote	braune	rote ca. 20 mm	weisse ca. 18–20 mm	rosa	karminrot 12 mm	karminrot 6–7 mm	karminrot 2 mm	Pisidien	
	m	m																
1903																		
Mai 20.	50	1300	18°	14,8	7	1278	3		6		2						150	
Juni 16.	60	700					13				2							
Juli 15.	70	1000					10		2									
Aug. 28.	60	1400				1315	13				2		1				173	
Okt. 14.	60	1200					32		2					5				
Nov. 30.	2	50				wenig	0	0	0	0	0	0	0		∞	?		
» 30.	6	100					0	0	0	0	0	0	0	1	?	?		
» 30.	60	1400				sehr viele	30	0	0	0								
1904																		
Jan. 24.	70	1200	— 3°	+3½	3		5	5	15	4				4				1 Corethralarve
Febr. 9.	70	1700	+ 8°	3	3	viele	58		45									
» 21.	45	500				112	9	22	3					8	11			
» 21.	15	100	+ 5°	3,5	3,2	60	2	8	0					5	9			
März 24.	64	1920				2300	6	2	35	0	0	1	0	0	0			
» 24.	32	1150	+ 9°	4.5	4	5750	5	4	2	1	3	1	2		0	0		
» 24.	16	670				670	12	10	0	0	0	0	0		30	10		

Zuerst sind es die Würmer, die durch ihre überaus grosse Individuenzahl unsere Aufmerksamkeit fesseln.

Ihre Zahl steigt bis auf 5700 pro 10 Liter oder pro $^1/_{10}$ m², wenn man den mittleren Tiefgang des Kessels auf 10 cm schätzt, wobei bemerkt werden muss, dass ich bei den ersten zwei Zählungen kleinere Tiere als 1 cm nicht mehr berücksichtigt habe, während bei den andern Zählungen ich mich bemühte, auch noch solche Individuen von 2–3 mm herauszulesen. Wie viele dabei ungesehen geblieben, oder beim Sieben durch die Öffnungen geschwemmt wurden, oder beim Streifen des Kessels auf dem Seeboden namentlich zu beiden Seiten des cylindrischen Gefässes sich blitzschnell in die Tiefe zurückziehen konnten, vermag ich nicht wohl zu beurteilen.

Alle diese Limnicolae zeigen einen ausserordentlich gleichmässigen Habitus und gehören zu der Gruppe der Oligochaeten.

Das Mikroskop zeigt, dass die grosse Mehrzahl dieser aus mindestens 60 m Tiefe geholten Würmer sich rekrutieren aus: *Tubifex rivulorum* in erster Linie *Embolocephalus velutinus* (Grube) in 2. Linie.

Vereinzelt fand ich noch *Limnodrilus* spec.

Die Tiere sind im allgemeinen sehr lichtscheu und sammeln sich, der Helligkeit ausgesetzt, gleich in Klumpen an, falls ihnen nicht viel Schlamm zur Verfügung steht, um sich zu verkriechen. Im Aquarium und ohne Zweifel auch auf dem Seeboden verteilen sie sich gleichmässig, begeben sich mit dem Kopf in den Schlamm und führen mit dem freien Leibesende, das $^1/_8$ bis $^1/_2$ der Körperlänge beträgt, schlängelnde Bewegungen aus. Sie bringen dadurch eine schwache Wasserströmung hervor von unten nach oben, sodass von der Seite her stets neue sauerstoffreichere Teilchen des flüssigen Elementes den Körper bestreichen.

Es erweckt dies Bild unwillkürlich den Eindruck einer lebenden, wimmelnden Wiese, auf der kleine Fische sich ihre Nahrung mit mehr oder weniger Geschick und Kraftanstrengung auszupfen können.

Zudem haben diese Oligochæten ähnlich wie ihre Verwandten auf dem Lande eine grosse sanitäre Bedeutung, da sie den Boden stets durchlockern und umarbeiten, indem sie sich

vom Schlamme nähren und ihre Exkremente auf der Oberfläche absetzen. Diese Arbeit, sowie auch der durch ihr Schlängeln hervorgebrachte Wasserstrom von unten nach oben wirken hier in der Seetiefe, wo der Pflanzenwuchs fehlt, hauptsächlich dahin, dass der Seeboden vor einer allgemeinen Verwesung und Vergiftung durch stagnierende Sumpfgase bewahrt bleibt.

Durch ihre Anzahl erwähnenswert sind ferner die kleinen Müschelchen, die in allen Seen zahlreich angetroffen werden, aus der Gattung «*Pisidium*». Ihr Aufenthaltsort ist ausschliesslich jener feine Tiefseeschlamm, der ihrem zarten aber auffällig langen Fuss wenig Widerstand entgegensetzt.

Hier im Bielersee ergab die höchste Zählung 173 Stück pro 10 l. hauptsächlich vertreten durch die Spezies *Pisidium charpentieri* Clessin (Clessin Moluskenfauna Österreich-Ungarns und der Schweiz. Nürnberg 1887 p. 787).

Es erreicht diese Zahl nicht die Hälfte derjenigen, wie sie Herr Prof. Dr. Heuscher im Klöntalersee antraf. Auch fand ich, dass der Individuen-Reichtum mit dem Steigen des Seebodens im allgemeinen abnimmt.

Durch massenhaftes Auftreten im Seeschlamm machte sich ferner bemerkbar eine kleine *Ostracode* mit schönem Perlmutterglanz. *Candona Studeri* Kaufmann, A. Cypriden und Darvinuliden der Schweiz. Revue Suisse de Zoologie t. S. 1900 pg. 385. Zwar passierte sie beim Sieben das Geflecht; doch bei einer genaueren Untersuchung erwies sie sich als äusserst zahlreich. Des Nachts scheinen die Tierchen im Aquarium herumzuschwärmen, denn unter einem auf die Oberfläche des Wassers gelegten Tuche sammelten sie sich über Nacht an und blieben beim Wegheben des Tuches hilflos an der Wasseroberfläche hängen.

Diese Eigentümlichkeit weisen mehrere kleine Wassertiere auf, z. B. auch die später zu beschreibenden Chironomidenlarven.

Sie scheinen eine ölige Haut zu besitzen, die an der Luft plötzlich trocknet und die dann dem Untertauchen einen grossen Widerstand entgegensetzt.

Andere kleinere Muschelkrebschen, namentlich auch eine rötlich gefärbte Art, trat ziemlich häufig auf. Ich konnte jedoch

noch nicht dazu gelangen, dieselben näher zu beschreiben und zu bestimmen und gehe deshalb über zu den

Insektenlarven.

Das ganze grosse Heer der Hexapoden hat nur wenige Vertreter in der Tiefe der Seen.

Es fanden sich:

1. Tanipuslarven.
2. Chironomuslarven.
3. Simulialarven.
4. Corethralarven.

Was die Corethralarve anbetrifft, fand ich dieselbe nur ein einzigesmal und zwar am 24. Januar 1904 bei einer Lufttemperatur von — 3° C und einer Wasserwärme von + 3° C.

Da nun diese vollständig durchsichtigen Mückenlarven gewöhnlich freischwebend im Wasser sich herumtreiben, ist nun nicht sicher, ob das Tier wirklich auf dem Grunde einen Winterschlaf gehalten hat, oder ob es trotz der herrschenden Kälte sich in den Fluten herumtrieb und zufällig in den aufsteigenden Kessel geriet. Der Fang geschah in 70 m Tiefe und zirka 1000 m vom Lande entfernt. In der Gefangenschaft verschwand das muntere Tierchen jedoch sehr rasch, da die ungünstigen Verhältnisse im Winter wegen des starken Temperaturwechsels und der für diese Tiere unverträglichen Luft des geheizten Zimmers einen beständigen, ziemlich starken Wasserzufluss nötig machte. Ihre Nahrung besteht aus Phyllopoden und Copepoden, die sie anstechen und aussaugen.

Die *Simuliae* entwickelten sich in einem Aquarium, das ich mit ungesiebtem Schlamm besetzt hatte. Leicht und ohne Mühe erfolgt auch das Ausschlüpfen. Sobald die Puppen die Oberfläche des Wassers berühren, springt die Haut auf, und das fertige Insekt entsteigt der Hülle und fliegt weg. Es mögen zirka 8—10 Stück gewesen sein, die nach ungefähr dreiwöchentlichem Aufenthalt im Aquarium in einem Zeitraum von 3 Tagen ausschlüpften.

Die *Chironomus* und *Tanipus*larven fanden sich sehr ungleich auf dem Seeboden verteilt. Chironomusarten sind wie die Tabelle zeigt in der Tiefe viel weniger stark vertreten als

Tanipus, und diese ergaben einzelne Fangergebnisse bis zu 100 Exemplaren pro Kessel.

Tanipuslarven fand ich vertreten in 3 Species

1. eine wasserhelle durchsichtige Art, die sich später als *Tanipus choreus* entpuppte,
2. eine karminrot gefärbte *Tanipus signatus*,
3. eine kleine bräunliche Art mit verhältnismässig grossem Kopf.

Die wasserhelle, durchsichtige Art Tanipus choreus traf ich den ganzen Winter in drei verschiedenen Grössen an, so dass ich dieselben anfänglich als verschiedene Arten betrachtete, obschon ich keine anatomischen Unterschiede auffinden konnte, als dass bei den kleinsten Larven der mittlere Zahn im Verhältnis zu den andern sehr dünn ist. Im Juni 1904 schlüpften aber eine ganze Menge dieser kleinen hellen Tanipuslarven aus, und das Ergebnis war wiederum *Tanipus choreus*, obschon die einen fast dreimal grösser waren als die andern; aber weder die Larve noch die Fliege zeigte wesentliche Unterschiede.

Chironomusspezies fanden sich 6

1. eine grosse, glänzend karminrot gefärbte Spezies mit zirka 20 mm Länge Ch. plumosus
2. Ch. albipennis gleich der obigen aber weiss, durchscheinend,
3. eine kleine rosarote, seltene Art,

4. } ebenfalls karminrot, glänzend — 12 mm lang
5. } ebenfalls karminrot, glänzend — 6 mm lang
6. } ebenfalls karminrot, glänzend — 2 mm lang

Allgemeines.

Beide Gattungen sowohl Chironomus als Tanipus gehören nach Brauer zu der Familie der Chironomiden.

Der ganze Habitus der Tiere weist im allgemeinen sehr viel Aehnliches auf. Der Leib ist wurmförmig, 13 gliedrig. Sehr gut entwickelt ist der Kopf und mit Augen, Fühlhörnern, Tastern und Kiefern wohlversehen. Als besonders massgebend zur Bestimmung der Arten erweisen sich nach «Monier»[1]) die Form des

[1]) Litteratur Verzeichnis Nr. 7, S. 10.

Kopfes, die Antennen, die Augen, die Kiefer, die Krallen, namentlich aber die feine Bezahnung der Unterlippe.

Das Vorhandensein der Augen lässt schliessen, dass diese Tiere nicht ausschliesslich der Tiefseefauna angepasst sind, da ihnen diese Organe dort in der vollständigen Dunkelheit ja, nichts nützen, oder aber wir müssen annehmen, dass ihre Augen so empfindlich sind, dass sie selbst auf Lichtstrahlen reagieren für die unser Sehapparat zu schwach ist, ähnlich wie die Fische, die ja auch bei stark fortgeschrittener Dämmerung immer noch nach Mücken springen, wenn wir schon lange nichts mehr sehen. Das Auge ist kurzsichtig aber braucht äusserst wenig Licht.

An dem weichen, dünnhäutigen Leib trägt die Larve am vordersten Ring sowohl bei Chironomus als bei Tanipus einen Fussstummel, der reichlich mit Krallen versehen ist und welcher leicht ausgestülpt und samt seiner Bewaffnung eingezogen werden kann, so dass er ganz im Leibe verschwindet.

Der Fuss besteht aus einem am Ende ringförmig mit Krallen verzierten Hohlmuskel. Diese Krallen, sowie der ganze Fuss können eingestülpt werden, ähnlich wie eine Weinbergschnecke ihre Fühler einzieht, so dass wie hier das Auge, dort die Krallen zuerst verschwinden und zuletzt wieder zum Vorschein kommen.

Dieser röhrenförmige Fuss steht aber ausserdem noch mit einer Höhle im Leibe des Tieres in Verbindung; denn ich beobachtete, dass ein Eingeweidewurm, der in einer Chironomuslarve Wohnsitz aufgeschlagen hatte, unbeschadet seinen Kopf durch diesen Fussstummel ins Freie streckte und wieder zurückzog.

Allerdings wurde dadurch der Fuss stark auseinandergespannt, so dass die Krallen ringförmig, steif wie Borsten abstunden, aber ohne dass das Glied dadurch verdorben worden wäre oder irgend eine Blutung stattgefunden hätte.

Ferner treten hin und wieder im Körper dieser Insektenlarven Luftblasen auf, welche oft durch einen leichten entsprechenden Druck durch diesen Afterfuss entweichen.

Es ist nicht wohl anzunehmen, dass die Leibeshöhle (das Coelom) durch diesen hohlen Fussstummel mit der Aussenwelt kommuniziere. Aber es schien mir, als fänden sich namentlich in den Seitenwülsten dieser Tiere stark dehnbare Hohlräume,

welche trichterförmig ineinander sich ergiessen; denn Luftblasen treten hier oft auf und lassen sich durch Druck langsam gegen den Kopf befördern und, wie oben beschrieben wurde, entfernen.

Das Organ dient als Bürste, mit der das Insekt die ausserordentlich komplizierten Mundteile des öftern reinigt. Ferner kann der Apparat in Verbindung mit dem Kopf in vorzüglicher Weise als Greifwerkzeug verwendet werden und wird stets gebraucht zum Sammeln von Erdklümpchen, Sandkörnchen und dergleichen, wenn es sich um den Bau einer Röhre handelt.

Am Hinterende des Körpers befindet sich noch ein zweiteiliger Afterfuss, ähnlich gebaut wie der vordere, der ebenfalls mit einigen Krallen versehen ist und zum Gehen, Anklammern oder (bei Tanipus) zum Schwimmen gebraucht wird.

Am zweitletzten Ring dorsal tragen die Tiere zwei griffelartige Fortsätze, von denen jeder ein pinselartiges Borstenbüschel trägt. Neben diesen an den letzten Segmenten des Körpers fallen uns gleich die 4—6 mehr oder weniger langen Schläuche auf, die anscheinend zwecklos hier hervorsprossen, in Wirklichkeit jedoch, wie wir später sehen werden, der Respiration dienen.

Das Tracheensystem entwickelt sich entgegen den Arten, die man in Bächen und Teichen häufig findet, sehr spät oft nur in kleinen Anfängen, oft auch erst im Puppenstadium.

Die Nymphen sind beweglich und tragen hinten eine aus radial gestellten, feinen Blättchen gebildete Flosse, mit der sie sich bedeutend schneller vorwärts bewegen können als die im allgemeinen recht unbeholfenen Larven.

Die Haut ist verhältnismässig weich und lässt den Rüssel, die Augen, Beine und Flügel des künftigen Imago deutlich erkennen.

Bei Tanipus ist die Puppe so durchsichtig, dass man das Tracheensystem, die Malpighi'schen Gefässe und die Herztätigkeit mit Leichtigkeit erkennen kann.

Auf der Oberbrust finden sich nicht etwa wie bei den Culiciden Röhrchen, die mit der Luft in Verbindung stehen, sondern entweder baumförmige Kiemenbüschel oder schwammartige flache Schwimmkolben, die in sehr zweckmässiger Weise eine doppelte Aufgabe lösen. Fürs erste sind sie eingerichtet, um unter Wasser

zu atmen, indem sie eine möglichst grosse Oberfläche darstellen und mit einem starken Tracheenstamme in Verbindung stehen.

Fürs zweite dienen sie als Schwimmkörper beim Ausschlüpfen der Puppen, was ich später näher beschreiben werde.

So ähnlich sich die beiden Gattungen, Chironomus und Tanipus, auch sind, so finden sich doch wesentliche Unterschiede sowohl in den Fliegen als auch in den Larven.

Ich ziehe vor, die Charakteristik der Gattungen und wenigen Spezies gleich folgen zu lassen, um nachher noch etwas eingehender in ihre Eigentümlichkeiten, anatomischen und mehr biologischen Verhältnisse einzutreten.

Die Chironomuslarven

(aus der Tiefsee-Fauna) sind walzenförmig, gleichmässig dick. Der Kopf besitzt 4 Augen, bestehend in zwei wohl entwickelten Netzaugen mit Linsen und zwei Pigmentflecken.

Die hier meist kurzen Antennen setzen sich aus 6 Gliedern zusammen und können nicht eingezogen werden wie bei Tanipus. Die äussersten 4 Glieder sind sehr dünn, äusserst klein und tragen Sinnesgruben, die durch eine kräftige, lange Borste geschützt werden.

Über die Mundteile mir vollständige Klarheit zu verschaffen, ist mir bis jetzt noch nicht gelungen. Sie sind wesentlich anders angeordnet als bei Tanipus. Zuerst fallen uns die kräftigen, stark gezackten Oberkiefer auf. Unten, den Kopf abschliessend, liegt eine starke, unbewegliche Platte mit sehr charakteristisch gezähntem Rand, das Kinnstück darstellend, da darunter fest anliegend, ebenfalls verwachsen und unbeweglich, eine weitere Platte, offenbar die Unterlippe mit kleinen Dornfortsätzen, zum Vorschein kommt. Daneben stehen die kräftigen Mandibeln und Fühler. Der vordere Teil des untern Kopfes ist weich und leicht vorstreckbar, umrahmt von zwei gespaltenen Spangen, welche wieder einen hufeisenförmigen Bogen einschliessen. Dieser selbst birgt in der Mitte ein halbkreisförmiges Zahnplättchen. Dies kammförmige Gebilde in der Mitte dient vielleicht beim Spinnen der Seidenfäden. Die bogenförmigen Teile nebst einigen darunterliegenden Stücken dürften Umbildungen der Maxillen sein, da sie die Taster tragen. Grimm (Lit.-Verz. Nr. 12) spricht

von einer Oberlippe mit Tastern, was wohl ein Irrtum ist, da dies bei andern Insekten ja nicht vorkommt. Die Oberlippe besteht aus einer einfachen Platte und trägt meistens viele kleine Haken. Es wären somit alle Mundteile unpaar verwachsen ausser den Mandibeln.

Die bereits vorerwähnten Arten mögen hier folgend kurz charakterisiert werden. Es sind wenige Vertreter, wenn man bedenkt, dass J. R. Schiner schon im Jahr 1861 80 Arten beschreibt und za. 190 Spezies nur erwähnt.

In der Tiefe des Genfersees fand A. Forel (Lit.-Verz. Nr. 7, S. 60) 3 Arten Chironomus und
1 Art Tanipus,
die von Monier als
Chironomus Sticticus und
» Chloris
bestimmt, aber nicht näher beschrieben wurden.

Im Bielersee fand sich eine grosse, glänzend hochrote Art, die ausgewachsen reichlich 2 cm mass. Die Larve trägt oft ungemein lange 1—3 gliedrige Afterschläuche in der Zahl von 6 und Anlagen zu solchen fanden sich noch am drittletzten Ringe. Auf dem Kopfe des hübschen Tieres bilden sich oft schon im Larvenzustande 2 baumförmige, silberglänzende Kiemenbüschel, was ihnen ein überaus zierliches Aussehen verleiht. Diese Spezies fanden sich jedoch ziemlich selten, während des Winters habe ich sie nie gesehen.

In der Gefangenschaft gelangten die Exemplare oft bis zur Verpuppung und gingen dann meistens ein. Zur vollständigen Entwicklung brachten es 3 Individuen.

So schön das Tier sich präsentiert, so ungern glaubt man, dass es die kommune *Ch. plumosus* sei und doch ist es so; denn die häufigen, roten Larven in Bächen und Teichen weisen genau die gleiche Zahnbildung auf. Doch werden die Individuen im See grösser, die äussern Atmungsorgane entwickeln sich stärker, während die Tracheen fehlen.

— Eine zweite farblose Spezies, *Chir. albipennis*, ebenfalls in der Tiefe, jedoch seltener vorkommend, erreicht dieselbe Grösse, ist aber etwas schlanker. Sie unterscheidet sich ausser der Farbe noch durch ihre Bezahnung, indem sie in der Mitte

zwei kleine, einfache Zähnchen aufweist, während die vorige Art einen grossen ungleich dreiteiligen Zahn im Zentrum trägt. Auch diese Form kommt im schlammigen, fliessenden Wasser sehr häufig vor, zeigt aber in Bezug auf die Tracheen die gleichen Unterschiede wie die vorige Art.

3. fand ich eine mittelgrosse Species von 10—12 mm Länge, von Farbe rot, doch meist etwas blasser und hinter dem Kopf öfters eine hellere, grünliche bis blassrote Partie.

Die Kinnplatte weist unter gleichförmigen, schwarzen Zähnchen in der Mitte 2 auffallend hellgelbe, grosse Zähne auf. Die Larve findet sich ziemlich selten, meist in der Region des feinen Schlammes. In der Tabelle figuriert sie unter der Rubrik «rosa».

Nun folgen drei kleine, glänzende, karminrote Species, die einander ausserordentlich ähnlich sind und sich nur durch ihre Grösse uud ihre Zähnchen unterscheiden.

Die mittlere Art kam letzten November plötzlich doch nur während kurzer Zeit in ungeheuren Massen vor auf der grossen Sandstrecke bei Gerolfingen, wo der See mehrere ha nur ½—2 m tief ist. Wohl hundert und mehr dieser kleinen Individuen hatten sich hier pro Liter angesiedelt, als ein plötzliches starkes Sinken des Wassers die ganze Gesellschaft für mehrere Tage ans Trockene setzte. Die Larven sind jedenfalls von einem Mückenschwarme dort als Eier abgelegt worden. Die Tiere zeigen später das Bestreben tiefere Stellen aufzusuchen und werden oft bis zu 50 m unter der Oberfläche angetroffen. Nimmt man an, dass sie vom Ufer her eingewandert sind, so würde das von Gerolfingen her mehr als 1 km Weg betragen. — Die kleinste Art, die ich antraf bis auf zirka 20 m Tiefe, misst nur 1½—2 mm. Das kleine Zahnplättchen (Bild Nr. 2), welches nur mühsam herauspräpariert werden kann und mit der stärkst möglichen Vergrösserung (Immersion und Okular IV) photographiert wurde, zeigt in der Mitte 2 breite, dünne Leisten, worauf 6 weitere zugespitzte Zacken folgen. Es ist also ausgeschlossen, dass diese kleinen Wesen nur etwa junge Exemplare anderer Spezies darstellen. An dieser Art tritt ferner ein zweites Paar Fortsätze auf, die sich gabelig zerteilen und an der Stelle stehen, wo andere Larven steife Borsten tragen. Ich benenne die Art vorläufig: Chironomus quadricornis (Bild Nr. 1).

Die Tanipuslarven,

die sich in der Tiefe des Bielersees fanden, unterscheiden sich sehr leicht von den Chironomus.

Ihr Körper ist nicht walzenförmig, sondern flach, der Kopf im Verhältnis zum Rumpf grösser und enthält nur 2 Augen in der Form eines Winkels

Die Oberlippe ist einfach plattenförmig. Auch trägt die Stirne keine Haken. Die Oberkiefer sind kräftig gebaut, einfach, spiessförmig oder mit nur einem Zahn versehen. Die Unterkiefer (Maxillen) jedoch haben sich zu einem komplizierten Sortierapparat umgewandelt. Cardo und Stipes sind wohl entwickelt, ebenso die Palpi maxillaris. Die beiden Lobus, externus und internus, sind zu charakteristischen Bürsten umgebildet, welche im Mund abwechselnd vor- und rückwärts geschoben werden können. Vorn bekleiden dichte, feine Borsten die beiden Spitzen; weiter innen werden sie etwas gröber und gehen schliesslich über in eigenartige, dünne, lamellenförmige Plättchen mit Nervenendigungen, welche wohl Sinnesorgane darstellen.

Fest auf dem deutlich zweiteiligen Kinn verwachsen, stehen beidseitig zwei unbewegliche Kämme mit je acht Zähnchen und hinter denselben erblicken wir die Zunge (Glossa), welche breit durchsichtig, elastisch, aber ebenfalls unbeweglich ist. Bei einer Spezies zeigt sie Tendenz lappig zu werden, Paraglossas zu bilden.

Die Unterlippe mit 2 seitlichen Spitzen, wahrscheinlich die umgewandelten palpi labiales, ist ein Gebilde für sich, das sehr beweglich in einem aus mehreren Teilen bestehenden Chitinring steckt. Das Glied ist bei unsern Spezies stets fünfzähnig und kann mit Leichtigkeit vor- und rückwärts geschoben, ja sogar vollständig nach hinten umgelegt werden. Bei einem Druck aufs Deckglas zerbricht die Unterlippe leicht in 2 symetrische Hälften. In natürlichem Zustand jedoch ist eine Naht nicht zu erkennen.

Wahrscheinlich dienen die beiden Kämme, welche sehr an diejenigen der Spinnen erinnern, bei der Verarbeitung ihrer Seidenfäden, die sie wie alle spinnenden Insekten aus dem Munde gehen lassen.

An Mannigfaltigkeit der Spezies ist der Seegrund nicht reich.

Es fanden sich 3 verschiedene Arten, wie schon angedeutet wurde.

Die fast wasserhelle Form, welche pro Kessel in oft bis zu 40 Stück erschien, trägt einen ebenfalls farblosen Kopf. Nur die Augen, die Spitzen der Mandibeln und die Unterlippe bietet mit ihrer schwarzen Färbung einen Kontrast. Die Kämme und andere feste Chitinteile im Munde erscheinen rotbraun. Die 4 Analschläuche am Ende des Körpers befinden sich an den 2 letzten Ringen, sind nur kurz und laufen in eine Spitze aus.

Die Larven, die ich im Aquarium gehalten hatte, entwickelten sich nach vielen vergeblichen Versuchen und schlüpften diesen Frühling in vielen Exemplaren aus. Es ist

Tanipus choreus.

Gleich nach dem Ausschlüpfen ist die Mücke recht korpulent, nimmt aber nach einigen Tagen die schlanke, dünne Gestalt an, wie sie Schiner (Lit. Verz. Nr. 18) beschreibt.

Die roten Tanipuslarven fanden sich nur in den tiefsten Stellen des Sees, wo sie aber stellenweise ebenso häufig auftraten wie ihre helleren Verwandten. Die rote Farbe ist jedoch nicht so leuchtend und glänzend wie diejenige der Chironomuslarven, sondern geht, namentlich wenn eine Häutung nahe bevorsteht, mehr in ein mattes Braun über. In Bezug auf Grösse, Form und Afterschläuche unterscheidet sie sich von der vorigen Art nicht, als dass sie im allgemeinen etwas stärker wird. Die Unterlippe erscheint jedoch nicht schwarz, sondern schön wachsgelb bis rötlich, und ihre äussern Zähne sind im Verhältnis länger. Auch weist die Zunge stärkere Ausbuchtungen auf, sodass sie fast gelappt erscheint. Auch diese Spezies gelangten in den ihnen zugewiesenen Wasserbehältern zur Entwicklung. Die Fliege ist frisch ausgeschlüpft rötlich, dickleibig, von stattlichem, starkem Habitus.

Bald aber wird die Haut dunkel, der Leib schlanker. Nur die Weibchen lassen an den Brustseiten, den Oberschenkeln, den weichen Stellen am Hinterleibe und an der Basis der Flügel ihr rotes Geblüt erkennen. Die Bestimmung nach Schiner ergab

Tanipus signatus.

Das auffallendste Unterscheidungsmerkmal von der vorhergehenden Art ist das, dass die Gabelung der fünften Ader hier

ungestielt ist und dort gestielt. Ferner weist Signatus am Vorderrand der Flügel einen dunkeln Wisch auf. Es kann uns nicht wundern, dass Schiner die Mücke nur ein einziges Mal gefunden hat und das Weibchen nicht kennt, wenn man ihre schwer zugängliche Herkunft in Betracht zieht und bedenkt, dass die Mücken meistens morgens mitten auf dem See ausschlüpfen und abends nach Erfüllung ihrer gesellschaftlichen Pflichten oft schon wieder ins Wasser zurücksinken. Die Eier werden ohne Zweifel auf die tiefsten Seestellen gelegt, welche von der Höhe aus an der Färbung des Wassers leicht zu erkennen sind.

Sehr selten traf ich auf eine blaesbraune Spezies mit gelbem Kopf. Ihre Grösse ist etwas geringer als die der beiden Vorhergehenden. Die Mundteile weisen keine wesentlichen Verschiedenheiten auf. Die 3 Exemplare, die ich dem Aquarium anvertraute, verschwanden bald und entzogen sich daher einer weiteren Beobachtung. Was diese Art mir besonders wertvoll machte, war der Umstand, dass die Lamellen im Munde hier sehr deutlich zu sehen waren. Es gelang mir jedoch nicht, ein diesbezügliches Präparat zu fixieren. Das bequeme Unterscheidungsmittel in der Bezahnung, wie wir es bei Chironomus gesehen hatten, lässt uns hier ganz im Stich und so war es mir denn bis jetzt auch nicht möglich unter den verschieden grossen, wasserhellen Larven bestimmte Typen herauszufinden.

Innere Anatomie.

Die inneren Organe aller dieser Chironomus- und Tanipuslarven scheinen sehr gleichartig beschaffen zu sein.

Am Darm unterscheidet man deutlich Ösophagus, Vormagen, Magen, Dünndarm und Enddarm.

Dieser ganze Kanal besteht aus 2 ineinandergeschobenen Röhren. Im Ösophagus sieht man eine äussere, oft blasig aufgetriebene Haut und eine innere feine Röhre, die sich deutlich abhebt. (Siehe „Wagner", Litt. Verz. No. 24, S. 518.) Der äussere sackartige Teil füllt sich nicht mit festen Nahrungsmitteln, sondern nur mit Flüssigkeit. Am besten sind diese Verhältnisse zu erkennen, wenn man das lebende Tier in eine Lösung von Preussischblau oder Carmin legt. Nach dem Aufenthalt von einigen Stunden oder während einer Nacht hebt sich die Blase schön gefärbt von ihrer Unterlage ab. Oft wird dann

plötzlich der ganze Inhalt wieder ausgespieen. (Vergl. Zeitschr. f. w. Zool. XIV, S. 408.)

Der kurze und kräftige Vormagen besitzt wohl bei 20 Blinddärme.

Hierauf folgt durch einen kurzen Einschnitt getrennt der Magen und zuletzt der gerade Darm, welcher wiederum die 2 ineinanderliegenden Röhren zeigt. Oft ist das Innere so stark mit Speiseresten gefüllt, dass man vom äusseren Teil nichts sieht und wiederum bemerkt man, dass der äussere Kanal grosse Luftblasen führt oder Wasser enthält. Die Malpighi'schen Gefässe bestehen aus 4 verhältnismässig langen und dicken Schläuchen, die bei Tanipus an der Basis braun gefärbt sind und von denen 2 nach vorwärts und 2 nach rückwärts verlaufen.

Das Nervensystem

bietet nichts Besonderes. Man erkennt deutlich die Bauchganglienkette, den Schlundring, ferner eine Menge feiner Nervenendigungen in den Mundteilen, so auch z. B. in den Kämmen, wo unter jedem Zahn ein feines Ganglion sitzt und in die Spitze einen Nervenfaden aussendet.

Die Atmung

wird bei diesen Tieren der Hauptsache nach durch die Haut besorgt. Dieselbe ist sehr weich und dünn und kann daher den Austausch der Gase trefflich besorgen. Immerhin sind diese Larven für eine ausschliessliche Hautatmung ziemlich gross.

Wir haben es doch mit verhältnismässig hoch entwickelten Tieren zu tun, die einesteils in der Nahrungsaufnahme ganz Bedeutendes leisten und anderenteils einer ausserordentlich intensiven Muskeltätigkeit fähig sind, die uns namentlich bei den Schwimmbewegungen in Erstaunen setzt. Eine solche energische Tätigkeit bedingt aber einen starken Sauerstoffverbrauch.

Zwar steht das belebende Gas den Tieren auf dem Seeboden in erhöhtem Masse zur Verfügung, da der Luftgehalt des Wassers wächst mit seinem Druck und dem Sinken der Temperatur. Immerhin aber würde die ausschliessliche Haut-

atmung nicht genügen, und es sind daher noch andere Respirationsorgane vorhanden.

Zur Vergrösserung der Oberfläche entwickeln sich am Körperende sogenannte Afterschläuche. Es sind dies äusserst dünnhäutige, röhrenförmige Ausstülpungen der Leibeshöhle, in denen ein lebhafter Blutstrom zirkuliert. Die Strömung kommt zustande, indem das Herz unmittelbar an der Basis dieser Schläuche beginnt und eine kräftig saugende Wirkung auf den Inhalt derselben ausübt, das Blut gleichsam herauspumpt, was ein Nachströmen von kohlensäurehaltigem Blute zur Folge hat. Jeder einzelne Schlag des Herzens ist in den Schläuchen deutlich zu erkennen. Wir können daher dieselben direkt Atmungsorgane und das Herz in diesem Falle ein arterielles nennen.

Bei ganz grossen Chironomuslarven (za. 2 cm) kommt es bisweilen noch zu einer Kiemenbildung. Reich verzweigte baumartige Röhrchen sprossen dorsal aus dem Kopfe, die wie ein silberglänzender Flederbusch dem Tier neben ihrem Nutzen nicht wenig zur Zierde gereichen.

Auch die Nymphen der roten Chironomuslarven besitzen, wie schon erwähnt, solche Tracheenkiemen, wie wir diese Gebilde nennen müssen; denn sie enthalten nicht Blut, sondern Luft und stehen mit dem sich nun entwickelnden Tracheensystem in Verbindung.

Selbstverständlich übernimmt der Darm auch einen Teil der Respiration; denn derselbe ist stets mit Wasser gefüllt und zudem ist durch diese doppelte Wandung des Darmes dafür gesorgt, dass die verdaute Nahrung mit dem Atmungswasser sich nicht mischt.

Erneuert wird das Wasser durch schluckende Bewegungen, die namentlich im Ösophagus von jungen Chironomuslarven, wenn sie auf der Seite liegen, deutlich zu sehen sind. Das Abstossen des verbrauchten Wassers beobachtet man jedoch wieder besser bei Tanipuslarven in dorsoventraler Stellung. Man sieht durch das Mikroskop, dass das Tier durch den Enddarm ruckweise Wasser ausstösst und zwar in grösseren und kleineren Portionen. Der Enddarm schwillt im drittletzten Ring allmählich etwas blasig auf und entleert dann plötzlich den

Inhalt dieser Anschwellung nach aussen, was in 2 Minuten bei kleineren Larven 10 mal, bei grösseren 2—4 mal abwechselnd mit längeren Pausen geschieht.

Auf den Unterschied in der zeitlichen Anlegung des Tracheensystems zwischen Larven in seichtem und tiefem Wasser habe ich bereits hingewiesen, soweit es zur Charakteristik einiger Chironomuslarven gehört.

Diese auffallende Erscheinung ist jedoch allgemein. Schon ganz junge Individuen aus Bächen und Teichen weisen ein reich entwickeltes Tracheensystem auf, während man auch bei ausgewachsenen Tanipuslarven aus dem See keine Spur von diesen Luftgefässen wahrnimmt. Nur am Hinterleib, zwischen den beiden Haarbüscheln, münden 2 kleine vorstehende Röhrchen, die aber nur ganz wenig in den Körper eindringen, aber trotzdem die Endigungen zweier allerdings nur angedeuteten Tracheenstämme darstellen dürften.

Bei Chironomuslarven vom See finden wir bei älteren Exemplaren namentlich, wenn sie längere Zeit im Aquarium oder in einem flachen Teller gehalten wurden, die ersten Andeutungen eines Tracheensystems, und es ist interessant zu beobachten, wie sich dasselbe bildet.

An einer mittelgrossen Chironomuslarve (von den beschriebenen die dritte Art) fanden sich die Verhältnisse folgendermassen:

Zwischen dem ersten und zweiten Brustring seitlich entsteht das erste Stigma, das heisst eine Ansatzstelle an der Haut, von wo aus die erste Trachee ausgeht. Dieselbe teilt sich alsbald in 3 Äste. Der erste dringt in die Tiefe (das Innere des Körpers), der zweite dorsal und der dritte nach vorn. (Siehe Palmèn J. A. Zur Morphologie des Tracheensystems. Helsingfors 1877.) Der Ast, der in die Tiefe gewachsen ist, entwickelt sich zum Hauptstamm, biegt bald um und kommt in einem Bogen nach rückwärts wieder in die Nähe der Cuticula, um sich hier an der Oberfläche auszubreiten. Eine stärkere Abzweigung gelangt zu dem folgenden Ring, wo sich indessen auch ein kleines Tracheensystem mit 3 Ästchen gebildet hat, und verbindet sich hier mit der Abzweigung, die nach vorn wächst. So entstehen in den einzelnen Ringen segmental links

und rechts selbständige Anlagen, die sich nachträglich miteinander verbinden und 2 durch den ganzen Körper verlaufende Hauptstämme bilden, die in bogenförmigen Linien verlaufen und viele kleine Äste aussenden, welche in ihren äussersten Enden anastomosieren.

Gleichzeitig wenn im Torax die Bildung der Hauptstämme begonnen hat, fängt dieselbe auch im Hinterleibe an, wo die beiden Haarbüschel stehen. Zwischen dem zweiten und drittletzten Ringe entsteht ein Stamm, gibt seine Äste ähnlich wie vorn an die Haut und namentlich auch in die Afterschläuche, in denen sie Schleifen bilden.

Alle diese Röhren so wie auch das erste Spiesschen, das in den Körper dringt, erscheinen dem Auge vollständig schwarz. Es kommt dies daher, dass die Gefässe wohl mit Luft gefüllt sind; aber die Wände sind im Verhältnis zu dem äusserst feinen Lumen sehr dick und absorbieren die auffallenden Lichtstrahlen statt sie zu reflektieren. Wird der Inhalt nun weiter, oder die Vergrösserung stärker, so erblickt man bald den durch die feine Luftsäule entstehenden Reflex. *Tracheensysteme, die spät angelegt werden, enthalten also von Anfang an Luft.* Anders verhält es sich mit Chironomiden aus Teichen oder Bächen, welche schon in frühester Jugend, vielleicht schon im Ei Tracheen enthalten. Dieselben sind vollständig durchsichtig und daher luftleer. Oft sind sie sogar schwer zu entdecken.

Nach einiger Zeit bilden sich in denselben kleine Luftbläschen, die sich vereinigen, und bald erglänzen, die Haupt- und Nebenstämme zuerst in kleineren, dann in grösseren Stücken und schliesslich vollständig in ihrem charakteristischen Silberglanz. Die tiefer im Körper gelegenen Partien füllen sich etwas später.

Man muss sich übrigens hüten leere Tracheen als noch nicht gefüllt zu betrachten. Sie können ihren Inhalt auch vorübergehend verlieren. Die silberglänzenden sowie die schwarzen Röhren sehen alsdann vollständig durchsichtig und hell aus. Vornehmlich bei sehr zarten und jungen Tieren weicht schon bei einem leichten Druck auf das Deckglas die Luft regelmässig und sofort zurück.

Eigentümlich wird das Tracheensystem angelegt bei

Chironomus plumosus, die in schlammigen Bächen häufig anzutreffen sind. Das System bildet sich nur im 1 und 2. Ringe aus und zwar finden sich im ersten Segment 4 sternförmig gestellte Äste mit reicher Verzweigung (Bild No. 3), während im zweiten Ring das System schon viel kleiner ist. Die Vermutung liegt nahe, dass auf dem Ausgangspunkt der 4 Hauptstämme die Ansatzstelle oder das Stigma sich befinde. Aber man wird vergebens darnach suchen, denn es liegt abseits. Bei entsprechendem Druck sieht man plötzlich neben den deutlich und schwarz sich abhebenden Tracheenästen ein vorher unsichtbar gebliebenes, wasserhelles *Schläuchlein* vom Kreuzungspunkte wegführen zum Stigma. (Vergl. Palmèn S. 10.)

Es befindet sich genau seitlich in der Trennungslinie zwischen dem 1. und 2. Ring und das zweite Stigma zwischen dem 2. und 3. Ringe ebenfalls seitlich. Bild No. 4.

Der durchsichtige Anfangskanal ist im allgemeinen vollständig luftleer, zusammengeklappt und meist unsichtbar, aber bandförmig. Erblickt man ihn daher von der schmalen Seite, so erweckt er den Eindruck eines feinen Fadens. Es ist deshalb zu begreifen, dass Palmèn diese Gebilde für feine hyaline Anheftungsfäden hielt.

Die Schläuche besitzen offenbar keine Chitinspiralfaden, verbreitern sich an der Haut wieder etwas krugförmig und lassen eine kleine Öffnung bestehen, die man mit sehr starker Vergrösserung sehen kann.

Auch sind diese Gebilde niemals gestreckt, sondern gehen vom Stigma gleich in die Tiefe, biegen dann um und bewegen sich in einer mehr oder weniger schlängelnden Linie gegen den Ausgangspunkt der vier Hauptäste hin. Sie können deshalb nicht zur Befestigung dienen. Das Bild lässt aber auch erkennen, dass wir es hier mit Schläuchen zu tun haben; denn sie weisen die gleiche Schattierung auf wie die Hauptäste selber.

Auch sind sie nicht funktionslos; denn wenn die Luftröhren sehr stark mit Gas gefüllt sind, so genügt ein äusserst schwacher Druck, und es entströmt dem Stigma eine Luftblase. Die Atmung ist also eine ausschliesslich expiratorische. Das Tracheensystem saugt endosmotisch die kohlensäurehaltige Luft auf und wenn der Gasdruck stark genug ist, entweicht dieselbe durch das Stigma, welches wie ein Sicherheitsventil funktioniert.

Der Versuch ist sehr schwierig auszuführen; denn der parat ist dafür eingerichtet, einem äusseren Druck zu widerhen, einem inneren Gasdruck jedoch nachzugeben. Sind die acheen daher nicht stark genug gefüllt, so entweicht keine ft. Starkes Pressen drängt dieselbe rückwärts. Die Röhren tleeren sich zwar auch, aber ohne dass Blasen sichtbar werden, ndern das Gas wird wieder auf dem Wege woher es gekommen durch die Wände der feinen Kapillaren in das Blut gepresst, er es entsteht irgendwo ein Riss in dem Röhrensystem, und Luft entweicht in den Körper.

Die vier Hauptstämme, in die der Schlauch sich teilt, gabeln h bald wieder und verteilen sich meist im Fettkörper oder der Haut in feine Kapillaren. Die zwei Verbindungsröhren ild 3) sind charakteristisch und kommen immer vor. Ebenso mmunizieren über den Rücken ähnliche feine Kanäle. Zu dem pf hin dringen seitlich einige schlanke Endzweige und verciten sich namentlich in der Gegend der Augen und der ndteile.

Wenn also Palmèn Seite 56 glaubt, das Tracheensystem n Corethra plumicornis (Meig.) könne als Typus für die im asser lebenden Dipterenlarven gelten, wäre dies ein Irrtum, nn schon in der einen Gattung Chironomus finden sich, wie r gesehen haben, verschiedene Prinzipien in der Ausbildung.

Bei Tanipuslarven aus dem seichten Wasser finden wir n ganzen Körper gleichmässig von feinen Tracheen durchzogen, hrend die gleiche Gattung aus der Tiefe des Sees keine acheen aufweist. Allerdings ist die erste Anlage stets diebe. Das System entspringt segmental an der Haut, treibt en kurzen Ast in die Tiefe und verzweigt sich bald in drei er vier Hauptäste.

Aus den Verhältnissen von Chironomus plumosus aber müssen r schliessen: Es gibt überhaupt kein geschlossenes Tracheenstem in dem Sinne, dass diese Atmungsorgane vollständig von r Aussenwelt abgeschlossen wären. Zu was sollte ein solches gentlich auch nützen; es könnte höchstens als Schwimmblase nen. In diesem Falle aber brauchte es nicht so reichlich rzweigt zu sein, wie wir es meistens antreffen.

Wenn aber das Tracheensystem wirklich zur Atmung dient,

was seine Anlage auch rechtfertigt, so muss auch eine Vorrichtung vorhanden sein, die gestattet, die schädlichen Gase zu entfernen, und diese ist wenigstens bei Chir. plumosus vorhanden in den Stigmen.

Immerhin findet sich dieses Tracheensystem bei den Chironomiden der Tiefseen, wenn es überhaupt vorkommt, stets nur in den Anfängen und bei Tanipus erst im Puppenstadium.

Warum die Larven in der Tiefe des Sees keine Tracheen bilden, ist leicht einzusehen. Diese Chitinröhren würden sich von selbst mit kohlensäurehaltiger Luft füllen, da das Chitin dieselbe aus dem Körper absorbiert. Die Luft aber stünde unter einem 7 Atmosphären betragenden Druck und beim Aufstieg der Tiere würde sich die Luft bis auf das siebenfache ausdehnen wollen (die höhere Temperatur an der Oberfläche nicht gerechnet) und würde ohne Zweifel viele der feinen Luftgefässe zerreissen und das Tier töten.

Es werden daher die Tracheen in der letzten Phase des Larven- oder Puppenlebens angelegt und sobald sich dieselben zu füllen beginnen in der Puppe, ist die Mücke zum Ausschlüpfen bereit, wird spezifisch leichter und steigt nun mit geringer Mühe den langen Weg von 60—80 m senkrecht empor, schlägt mit dem Kopf über die Wasserfläche, so dass die luftgefüllten, baumartigen Kiemen oder rundlichen Kolben sich auf der Oberfläche ausbreiten und die Puppe sich bequem daran aufhängen kann.

Ein kleiner Teil des Rückens ragt ebenfalls über den Wasserspiegel, trocknet sofort und reisst in charakteristischer Weise der Orthoraphen auf. Das fertige Insekt entsteigt der Hülle und fliegt weg. Bei warmem, sonnigem Wetter dauert der ganze Vorgang nicht länger als eine Minute. Bei feuchtem Wetter verunglücken die Mücken jedoch leicht und fallen ins Wasser, da alle ihre Bewegungen langsamer und schwerfälliger sind. Viele kommen an die Oberfläche, schlüpfen aber nicht aus. Es scheint ihnen an der nötigen Kraft zu fehlen, diese letzte Anstrengung im nassen Elemente zu überwinden. Es ist bemerkenswert, dass Chironomiden aus Bächen und Teichen ohne alle Mühe auch im Zimmer ausschlüpfen, während diese Tiefseelarven fast regelmässig umkommen oder die Puppen gar

nicht brechen wollten und im letzten Stadium zu Grunde gingen, wenn nicht die Sonne während des wichtigen Vorgangs auf das Wasser schien und ihnen beim Sprengen der Hüllen behilflich war.

Trotz der späten Entwicklung des Tracheensystems enthalten die Larven doch auch Luft im Körper; denn wirft man sie in eine stark wasserabsorbierende Flüssigkeit wie Alkohol, Xylol oder Glycerin, welche diese weichen Tiere stark zusammenziehen, gleichsam auspressen, so bildet sich sogleich eine glänzende Luftschicht um den Körper, und oft tritt aus dem Munde oder einem der hintern Afterfüsse eine Luftblase.

Es ist dies ein Vorgang, den auch Devitz (Zoologischer Anzeiger) Bd. XIII, S. 500) bei einigen wasserbewohnenden Insektenlarven beschrieben hat. Offenbar haben wir es hier aber mit der Luft zu tun, die in kleinen Partikelchen im Wasser enthalten ist, das diese Tiere in gewissen Hohlräumen, wie z. B. im Darm oder in den Seitenwülsten mitführen.

Bei grossen Chironomuslarven kommt es oft vor, dass sie gleich nach dem Aufziehen aus dem Seeboden eine grosse Luftblase im Körper enthalten, die dann nach mehreren Stunden wieder verschwindet. Diese Luftblasen entstehen infolge des verminderten Druckes beim Steigen.

Eine eigentümliche Erscheinung sind die grünen Körperchen einzelner weisser Tanipuslarven. Dieselben treten oft einzeln auf, oft aber sieht man sie häufig in kleinen Klumpen. Man beobachtet alsdann kleine hellbläulich grüne Kügelchen im Fettkörper zu beiden Seiten des Herzens, an dessen Wand sie sich vollständig anschmiegen. Von den betreffenden Fettkörperchen gehen feine Kanälchen ab, die sich bald vereinigen und an denjenigen Stellen endigen, wo zwei Körperringe zusammenstossen. Man wäre sehr geneigt, diese Kanälchen als Tracheen anzusehen und möglicherweise sind es auch ähnliche Gebilde. Doch tragen sie einen ganz anderen Charakter als man es bei Tracheen gewohnt ist zu sehen. Die ausserordentlich feine Verzweigung ist nicht vorhanden, sondern die Kanälchen sind fast durchwegs gleich dick, teilen sich dichotom, bis sie bei den einzelnen Fettkörperballen anlangen, wo sie plötzlich aufhören. Luft habe ich in diesen Kanälchen keine entdecken können.

Diese ganze Erscheinung habe ich jedoch nur ein einziges

mal recht deutlich gesehen. Es ist mir deshalb nicht möglich, schon ein fertiges Urteil darüber zu bilden.

Die grünen Körperchen jedoch sieht man öfters, und es ist wahrscheinlich, dass dieselben symbiotisch lebende Algen (Cyanophyceen) sind, wie sie ja in vielen niederen Tieren häufig vorkommen. In diesem Falle freilich würde durch die Assimilation der Algen dem Blute wieder wesentlich Sauerstoff zugeführt werden, während vielleicht die ausgeschiedene Kohlensäure durch das Röhrensystem ihren Ausweg fände.

Besonders reichlich entwickelten sich diese Algen, wenn die Larve längere Zeit in einer flachen Schale vor dem Fenster gehalten wurde, während bei Tieren, die lange im Dunkeln stunden, die grüne Farbe schwand. Im Winter fanden sie sich reichlicher als im Sommer.

Es lohnt sich wohl, noch kurz einiges mitzuteilen über das Leben dieser Tiere in der Freiheit und in der Gefangenschaft.

Wie sich das Treiben in der Tiefe des Sees gestaltet, ist allerdings schwer zu sagen, doch werden sie wohl ihre Lebensweise nicht wesentlich von den Chironomiden in niedern Gewässern abändern. Nur das ist bemerkenswert, dass weder die Chironomus noch die Tanipus auf dem Seegrunde Röhren bauen; denn niemals habe ich solche gesehen im Schlamm liegen oder welche ausgesiebt. Die Tiere werden diese Arbeit als vollständig überflüssig erachten, da sie sich in der herrschenden Dunkelheit sicher fühlen. Im übrigen leben sie auf dem Schlamm, graben sich gerne leicht ein und bewegen sich kriechend nach Art der Spannerraupen langsam vorwärts. Die Schwimmbewegung wird folgendermassen ausgeführt:

Beide Arten schnellen ruckweise den Kopf nach der Seite, so dass er dahin zu liegen kommt, wo vorher das Körperende war welches nun peitschenartig herumgeschwungen wird und zugleich etwas vorgreift. So gehts tacktmässig nach links und rechts zirka 110—120 mal p. M. bei grossen Individuen. Kleine Tierchen führen diese Schläge so rasch aus, dass unser Auge die einzelnen Bewegungen nicht zu unterscheiden vermag.

Der Erfolg steht jedoch in gar keinem Verhältnis zu diesen Kraftleistungen; denn die Tiere kommen nur langsam vorwärts. Es scheint fast, als ob diese energischen, purzelnden

Schwimmbewegungen weniger der Ortsveränderung dienen, sondern den Zweck haben, kleine, sie aufstöbernde Feinde zu erschrecken, da sie meistens nur eine kurze Strecke senkrecht emporwirbeln und sich dann wieder sinken lassen. Wird die Bewegung langsamer und matter, so geht sie nach und nach in ein einfaches Schlängeln über, gleich den Würmern.

Die Tanipuslarven verfügen überdies noch über eine zweite Schwimmmethode.

Sie schlagen nach Art der Flusskrebse mit den zwei letzten Leibesringen rasch und öfters nach unten, wobei ihnen die flossenartig ausgespannten hintern Afterfüsse gute Dienste leisten. Es gelingt ihnen auf diese Weise recht rasch rückwärts zu schwimmen.

Diese Bewegung scheint sie aber bald zu ermüden, da sie nur auf kurze Strecken angewendet wird, während erstere Art recht anhaltend praktiziert werden kann.

Sommer und Winter gehen unsere Mückenlarven da unten stets munter ihrer Nahrung nach. Sie sind aber auch nicht so von äussern Einflüssen abhängig wie z. B. die Culicidenlarven, welche nur die Oberflächen des Wassers abweiden. Auch in Teichen und Bächen, überall da, wo das Wasser nicht gefriert, tummeln sich jahraus jahrein auf Pflanzen, im Schlamm und auf Steinen eine Unzahl Chironomidenlarven, meist geschützt in selbstgebauten Röhren herum. Sie bilden deshalb für unsere auch im Winter stets hungrigen Forellenarten ein sehr beliebtes Futter auf stets gedecktem Tisch.

Um die Imago zu erhalten, versuchte ich diese Seebewohner aufzuziehen und gelangte nach vielen vergeblichen Versuchen zu folgenden Beobachtungen. — Alle diese Larven sind ausserordentlich sauerstoffbedürftig. Selbst die Zimmerluft genügt sie in 2 Tagen zu töten. Um dem Wasser den nötigen Gehalt an Sauerstoff zu geben, kann auf drei Arten verfahren werden:

1. Man versieht den Behälter mit reichlichem beständigem Wasserzufluss.
2. Es genügt ein ganz flaches Gefäss, nicht tiefer als ½ bis 1 cm der frischen Luft ausgesetzt.
3. Das beste ist, man versorge das Aquarium reichlich mit

wachsenden Wasserpflanzen und setze das ganze dem Licht aus. Jede dieser drei Methoden hat ihre Vorteile und Nachteile.

Im ersten Falle werden die Larven leicht fortgeschwemmt und das Wasser verarmt vollständig an Nahrung, doch lässt sich die Temperatur leicht konstant erhalten.

Das flache Gefäss erlaubt einen leichten Überblick, gestattet die Tiere ohne Mühe zu fangen, trocknet aber im Sommer leicht aus und im Winter ist die Gefahr des Gefrierens nahe.

Im dritten mit Pflanzen besetzten Gefässe werden sehr leicht fremde Gäste namentlich Chironomiden mit eingeführt. Das Verfahren verlangt grösste Vorsicht; denn man kann keinen Pflanzenstengel aus einem Teiche ziehen, an dem nicht mehrere winzig kleine Chironomuslarven stecken, gut verborgen in den festgeklebten grünlichen Röhrchen. Nur wochenlanges, sorgfältiges Auslesen führt hier zum Ziele, wenn man nicht eigens in Zimmern kultivierte Pflanzen zur Verfügung hat. Dafür aber bietet dann ein solches Gefäss auch die beste Garantie für eine schöne Entwickluug der Tiere.

Die Wasserbehälter sollten wenigstens 2 Stunden Sonnenschein haben pro Tag.

Als Schlupfwinkel eignen sich am besten kleine Flocken von dem ausgesiebten Spinngewebe, das sie sich im See selbst verfertigen. Im Schlamm entziehen sie sich jeder Beobachtung. Auch ist es nicht notwendig, die Pflanzen in die Erde zu setzen, sondern es genügt, dieselben im Wasser frei herumschwimmen zu lassen, wozu sich besonders Elodea canadensis und Potamogeton densus eignet.

Grössere Chironomuslarven schritten in den Konservengläsern, in denen ich sie hielt, hin und wieder zum Bau einer Röhre, die gewöhnlich an der untern Kante des Glases festgeklebt wurde, meistens aber bauten sie nichts.

In Bezug auf Temperatur sind die Larven nicht empfindlich. Sie leben so fröhlich unter dem Eis wie bei einer Wärme von 20° C, wenn nur das Wasser reich ist an Sauerstoff.

Am besten entwickelten sich dieselben in einem Treibhaus des hiesigen botanischen Gartens, wo mir der Herr Direktor in

freundlichster Weise einen Platz zur Verfügung stellte. Wird die Luft etwas knapp im Behälter, so führen diese Insekten mit dem Oberkörper pendelnde Schwingungen aus, oder, wenn sie frei daliegen, eine wellenförnige Bewegung, wie wenn sie sich vorwärts bewegen wollten, bleiben aber dabei an der gleichen Stelle und bewirken so einen beständigen Wasserstrom. Weiterer Luftmangel erzeugt dann eine Lähmung und schliesslich den Tod.

Ein eigentümliches Verhalten zeigten die weissen und roten Tanipuslarven in Bezug auf die Atmungsluft.

Stellt man in einem Glase, das nur Wasser enthält, von beiden Arten in ein Zimmer, so sterben regelmässig zuerst die weissen Individuen. Das gleiche ists bei den Chironomus, wo sich auch die roten in dieser Beziehung als nicht so empfindlich erwiesen.

Man kann hier wohl die Frage aufwerfen, ob nicht eigene Chromatophoren durch Assimilation die roten Larven resistenter machen?

Das umgekehrte Verhältnis aber entstund, wenn sich die Tiere in einer flachen Schale vor dem Fenster unter faulenden Stoffen, z. B. toten Würmern sich befanden. Hier starben die roten Arten meist gleichen Tags oder wurden so gelähmt, dass nur noch unter dem Mikroskop eine schwache Herztätigkeit zu erkennen war.

Ganz anders die weissen Spezies. Diese krochen mitten unter die toten Würmer, waren sehr beweglich, lebten wochenlang und wurden sichtlich fetter, doch durfte der Wasserstand nicht höher als ½—1 cm betragen. Es ist somit dargetan, dass gefärbte Tiere in Bezug auf Sauerstoff nicht so empfindlich sind, aber namentlich Fäulnisgase nicht vertragen.

Die farblosen Arten jedoch verlangen viel Sauerstoff, daneben aber haben direkt giftige Gase auf sie keinen Einfluss. In allen Aquarien und Gläsern wurden zu den verschiedenen Dipterenlarven auch Würmer (Limnicolae) eingesetzt, die oder deren Junge dann als Futter dienten.

Ich gedenke damit meine Arbeit vorläufig zu schliessen, indem ich allen denjenigen bestens danke, die mich darin förderten.

J. H. Graf.

Notizen
zur
Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaft in der Schweiz.

Nr. 65. Fortsetzung der Briefe Micheli du Crests.

de neige dans son sommet, faciliteroit à mon avis le chemin que l'on pourroit faire en tournant autour pour gagner le sommet, et l'on pourroit encore dela tirer bien des eloignemens pour rectifier les cartes de Geographie.

Voila Monsieur ce que j'ai cru devoir ajouter a mes deux precedentes pour l'entiere explication de ce dont il s'agit. J'ai l'honneur d'etre tres parfaitement, Monsieur,

Votre tres humble et tres obeissant serviteur,

MICHELI DU CREST.

A Monsieur BAVIERE, à Basle,

Au chateau d'Arbourg, le 13 mars 1754.

Monsieur,

Puisque les *acta helvetica* sont a vendre à Bale, je garderai l'exemplaire que j'ai, et je vous prie de le remplacer par un autre relié pour votre ami et de vous en faire rembourser par Mr. Lonvis aussy bien que de la connoissance des tems qui est le veritable livre que je desirois et que vous m'avez envoié et non l'etat du Ciel que je ne connois pas, quoiquil puisse peut etre renfermer diverses choses curieuses, mais je ne crois pas en avoir besoin, et je vous remercie pour le present de l'offre de communication.

Je desirois avoir la connoissance des tems de cette année par trois ou 4 raisons.

1° pour voir sur la liste des Academiciens ceux qui sont morts ou vivans de ma connoissance.

2° le degré de chaud de l'année 1753, mais il n'y a que celui de 1752.

3° Si lon avoit continué de mettre l'article de la temperature des caves de l'Observatoire moienne comme on l'avoit mis par malice et contre quoi j'avois ecrit vivement à Paris et fait faire des experiences dans lesdes caves pour le combattre, or on l'a supprimé sans doute en consequence de ces experiences dont je prevoiois bien le succez, et dont je ne suis pas informé.

4° pour voir si Mr. de Maupertuis se trouvoit retranché sur la listede l'Academie comme il l'est déja dans la precedente que j'ai de 1748 et il l'est pareillement dans celle de 1753 contenüe au livre que vous m'avez envoié, c'est pourquoi Monsieur je vous prie de vous informer sans faire semblant de rien de la cause qui me surprend fort.

Car dans cette liste on y voit quantité de membres de l'academie royale des sciences de Berlin qui sont membres de celle de Paris, et de membres de celle de Paris qui le sont de celle de Berlin, on y voit de plus que Mr. Folkes quoique President de la société royale de Londres, est membre de l'academie royale des sciences de Paris, Le Baron Wolf, Mr. Morgagni le Marquis Poleny, Mr. Bernoully, le Baron de Vansvietten, Mr. Hales, par quelle raison donc Mr. de Maupertuis qui en etoit membre avant que de l'etre de celle de Berlin se trouve t'il exclus de celle de Paris 1ere question et 2e question il est encore President de celle de Berlin.

Jai encore vu sur cette connoissance des tems de 1754 que l'académie royale des sciences de Paris soutient toujours comme moi la parfaite sphéricité du globe de la Terre, de sorte que son applatissement n'existe qu'en peinture et en fiction.

Je me flatte d'etre dans peu de tems en etat de former pour ces climats cy une table systematique ou hypothetique, mais fondée sur des experiences exactement faites de l'abaissement du Mercure dans le Barometre, car j'en ai deja quelques unes sur lesquelles on peut surement compter en Eté pour semblable cas, or c'est seulement en eté qu'on va se promener sur les montagnes dans ces climats ci, et je feroi d'ailleurs voir clairement que la regle de Mr. Cassini est tres fort erronée, et qu'il se rencontrera dans le commencement de la table en montant une difference mais pas a beaucoup près si considerable que l'on pourroit le croire avec la table de Mr. Bouguer.

Mais pour bien combiner ces sortes de calculs, il faut avoir egard, entr'autre a celui du calibre du barometre et voila pourquoi j'ai fort desiré que Mr. Huber en fit l'epreuve ainsi que je l'aurois pu faire facilement moi meme si jeusse eté a Berne, puisque j'ai des tuïaux pour cet effet de tout calibre dans trois caisses de verre que j'y ai encore, d'ailleurs j'en ai vu a Berne un qui a au moins 3 lignes ½ de diametre interieure et qui a passé par mes mains pour le rajuster.

Je serois aussy bien curieux de savoir si Mr. Bouguer n'a rien fait imprimer, concernant ses operations du Perou, car je crois que c'est lui que les Mathematiciens Espagnols ont eu en vüe lorsquils ont dit a la fin de la pag. 109 des obs. *On trouvera que pour faire ces experiences il a fallu s'elever a 1780 toises au dessus du niveau de Caraburu qui a deja determiné a 1155 toises au dessus de la superficie de la mer ce qui pris ensemble donne une quantité de 2935 toises ou un peu plus d'une lieue marine, de sorte qu'il ne paroit pas croiable qu'ame vivante ait jamais eté elevé a une plus grande hauteur.*

Car en combinant ces paroles avec celles qui se trouvent a la fin de la pag. 209. *On a deja vu dans le livre 5 ou il a eté parlé des experiences du Barometre que la hauteur de Caraburu sur la superficie de la mer trouvée par la regle de la dilatation de l'air est de 1155 toises et que par la progression arithmetique elle fut determinée de 1283 ce qui ne s'ecarte pas beaucoup de la mesure geometrique faite par Mr. Bouguer qui trouva cette hauteur de 1214 toises.* Il sensuit qu'ils rejettoient l'experience geometrique de Mr. Bouguer de 1214 par la negative quil eut pu monter plus haut que 1780 toises audessus des 1155 supposées pour Caraburu car en supposant Caraburu elevé de 1214 toises audessus de la mer et d'elevation de 1780 toises audessus necessaire pour pouvoir faire l'operation geo-

metrique et qui consistoit a pouvoir decouvrir Guaiaquil ou la puna au bord de la mer par dessus les montagnes des cordillieres qui supposoient a la decouverte et en meme tems decouvrir Caraburu afin de pouvoir prendre un angle de depression sur Guaiaquil et Caraburu dans le meme tems il auroit fallu s'elever suivant le calcul espagnol audessus de la mer 2994 toises si la mesure de 1214 toises de Mr. Bouguer etoit veritable, or dans la dissertation de Mr. Bernoully il n'est point dit que Mr. Bouguer ait monté jusquela, il n'est pas dit que non, non plus et la table de Mr. Bouguer va jusqu'a 2988 toises audessus de la mer, d'ailleurs quoique je juge beaucoup de difficulté de monter jusques à 3000 toises je ne le crois pas impossible en y montant lentement et en revenant de même pour un homme qui aura des tres bons poulmons. Cette affaire me paroissant donc le point le plus curieux de l'operation du Perou, il importe tres fort de voir ce que Mr. Bouguer le principal Acteur peut en dire car outre la difficulté de monter jusques la il y a encore la difficulté de faire les operations geometriques sans baraque et au milieu de la neige qui vous raffraichit de par trop et inquiete necessairement en semblable cas, vous m'obligerez donc fort Mr. de vous informer sil y a quelque imprimé sur cette affaire pour son intelligence et c'est un article important qui manque dans la relation des Espagnols; ils ont eu soin d'en avenir Tom 1er pag. 210 ou il est fait mention des deux operations faites par Mr. Bouguer sur l'arenat du Chimborazzo auquelles ils ne purent pas assister excepté l'un deux a la 1ere mais non a la derniere. or c'est sans doute la derniere qui a cause le sujet de la contestation.

Jay l'honneur d'etre tres parfaitement, Monsieur,

Votre tres humble et tres obeissant serviteur,

MICHELI DU CREST.

A Monsieur HUBER fils a Bâle.

Au chateau d'Arbourg, le 20e mars 1754.

Monsieur,

Vous pouvez aisément vous ressouvenir que c'est vous le 1er qui mavoit mis en train de vous entretenir sur le barometre, sur sa pratique et sur les experiences qui en avoit eté faites, ainsy je ne vois pas pourquoi cette matiere me tiendroit plus à cœur qu'à vous, car quoique jaie projetté un ouvrage sur la figure de la terre, je ne suis pas le seul qui ait dû reflechir en semblable cas sur l'usage quon pourroit faire du barometre puisque cest en effet le plus commode, le plus scur instrument et celui qui fournit le point incomparablemt. plus grand quancun autre, quon puisse a cet egard employer.

Quand donc cet instrument (negligé par les Observateurs precedens) m'auroit donné lieu de soutenir *une opinion contraire à celle de tous les autres*, ce qui vous plait a dire, Monsieur, et qui n'est pas d'accord avec le sentiment actuel de l'Academie Royale des sciences de Paris comme je vous lai prouvé cidevant et que vous pouvez encore voir confirmé dans la connoissance des tems de cette année pag. 193, il ny auroit en ce cas dans mon procedé rien que de naturel; parceque, comme dit tres bien Moyse, *il ne faut point suivre la multitude pour mal faire, ny le sentiment du plus grand nombre ou des plus puissans contre la verité* et surtout aiant lavantage de linstrument qui nous procure 500 fois plus de clarté et de sureté que celui des pendules pour en bien juger. Je vous avois marqué mille fois sans calculé la chose et en cela je metois trompé,

cela ne va qu'a 500, car on dit que la variation du pendule depuis l'equateur au pol va à 2 lignes sur l'elevation du pretendu demi diametre de l'equateur plus grand que l'autre d'environ 12 a 15 mille toises, or le barometre sur 30 toises d'hauteur fournit 2 lignes de variation et l'autre 2 lignes sur 15 mille toises. Ainsi cet instrument est une espece de microscope qui fournit un grand avantage à l'Observateur et l'autoriseroit, si la chose etoit necessaire, à combattre l'opinion erronée de la multitude et lui fourniroit meme un grand avantage.

Au reste, Monsieur je suis fort de votre sentiment, qu'il est juste de soumettre a un examen rigoureux les opinions nouvelles, mais je ne vois pas pourquoi l'on dispenseroit les anciennes d'un pareil degré de rigueur, car l'experience nous fait assez voir que nous ou d'autres sommes ou sont a cet egard dans l'erreur la plus part du tems; cela se demontre aisément par le calcul qu'on peut faire de toutes les diverses religions du monde. or l'opinion de l'aplatissement de la Terre est des plus nouvelles.

Je conviens avec vous, Monsieur que le barometre n'est que le moien dont je pretends me servir pour determiner la figure de la Terre, mais je croirois cependant que cette figure sphérique on non avoit fait le sujet jusqu'ici de la difference de nos sentimens.

Sur l'article suivant je vous dirai que je me suis servi du mot de sophisme pour dire par la que le raisonnement etoit hors du sujet et n'aboutissoit qu'a faire perdre de vue l'etat de la question.

Il est bien certain qu'a mesure qu'on descend plus bas il y a toujours plus d'air et par conseq. plus de pression ou de pesanteur sur le barometre. Je conviens de cela avec vous, Monsieur, mais cela n'empeche qu'a mesure qu'on approche du centre de la Terre la cause de la gravitation n'augmente en vertu ou en force c'est que la gravitation s'execute par attraction ou par impulsion et qu'a mesure qu'on s'ecarte ou que l'on s'eloigne du centre de la Terre, cette cause ne diminue en force et en vertu, Monsieur Newton convient de cela. *Graritas* (dit-il) *recedendo à terra diminuitur.*

Ainsy Monsieur d'abord que vous êtes convenu avec moi du commencement que l'atmosphere de l'air etoit egale en hauteur et en pesanteur soit sous l'Equateur soit au Cercle polaire vous ne pouviez plus delors soutenir la these de l'Ellipticité parceque vous m'accordiez ainsy la preuve de la parfaite sphericité, car telle est la propriété de la pesanteur que son degré prouve la distance au centre de la Terre, et que ce degré etant partout egal la distance etoit donc la meme au centre de la Terre et consequemment la parfaite sphericité du globe que je soutenois.

D'un autre coté si le Globe eut eté elliptique et de 12 a 15 mille toises plus relevé sous l'Equateur la pesanteur de l'air y auroit eté moindre qu'elle n'est de cette valeur parcequ'elle y auroit ete d'autant plus eloignée du centre de la Terre et Mr. Newton l'a bien crû ainsy et de plus la forme de l'ellipse superieure de l'atmosphere de l'air, n'auroit point eté parallele a la pretendue ellipse inferieure de la Terre, mais excessivement plus pointu à parité de volume. ou pour mieux m'expliquer. a pareille quantité de matiere d'air vers les pols ou sous l'Equateur. parce que d'un coté la gravité etoit au bas diminuée de vertu par l'eloignement de 12 a 15 mille toises du centre de plus et que de l'autre coté la force axifuge se rencontroit considerablement augmentée.

Inhalts-Verzeichnis.

	Seite der Sitzungs-Berichte	Seite der Abhandlungen
Jahresbericht pro 1903/04	III	
Rechnung pro 1903	XXI	
Mitgliederverzeichnis	XVI	
Balmer, H., Dr. phil.		
Die Reproduktion im Dienste der Wissenschaft . .	XIII	
Böhme, R., cand. phil.		
Ueber den Luftatmungsapparat eines sumatranischen Wesens	VI	
Brückner, E., Prof. Dr.		
Gletschererosion und Seebildung	IX	
Struktur der Gletscher	IX	
Fischer, E., Prof. Dr.		
Über den Wirtwechsel bei den parasitischen Pilzen .	V	
Verbreitung und Wanderungen von Pilzen in der Schweiz	XII	
Fischer, L., Prof. Dr.		
Dritter Nachtrag zum Verzeichnis der Gefässpflanzen des Berner Oberlandes mit Berücksichtigung der Standortsverhältnisse, der horizontalen und vertikalen Verbreitung		152
Friedheim, C., Prof. Dr. und *O. Allemann*, Dr. phil.		
Über Permanganmolybdate		23
Gasser, A., Dr. phil., Gymnasiallehrer.		
Über die Nullstellen der Bessel'schen Funktionen (mit Tafeln)		92
Graf, J. H., Prof. Dr.		
Notizen zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in der Schweiz		196
Beiträge zur Biographie des Mathematikers Jakob Steiner von Utzenstorf	XII	
Graner, P., Prof. Dr.		
Dämmerungserscheinungen im Jahre 1903 . . .		7
Guillebeau, Prof. Dr.		
Bakterienflora der gesunden Milch	IX	
Heffter, A., Prof. Dr.		
Reduktionserscheinungen im Tierkörper . . .	IX	

	Seite der Sitzungs-Berichte	Seite der Abhandlungen
Hofmann, Walter, †Pfarrer in Albligen.		
Beobachtungen über Moränen im Bereich der Kaiseregg und des Brecca-Schlundes in den Freiburger Alpen		136
Juillerat, Edmond, Lehrer am Technikum Biel.		
Note sur le séquanien		55
König, E., Dr. phil., Dozent.		
Experimentalvortrag über elektro-akustische u. optische Resonnanzapparate, Frequenzmesser, Ferntouren-melder etc.	XIII	
de Kowalsky, Prof. Dr.		
Über die Salpeterfrage	IX	
Krämer, H., Prof. Dr.		
Eine kynologische Streitfrage	XIII	
Kronecker, H., Prof. Dr.		
Das Institut Marey zu Paris und sein Begründer .	X	
Schneider, Jakob, Dr. phil.		
Untersuchungen über die Tiefsee-Fauna des Bielersees mit besonderer Berücksichtigung der Biologie der Dipterenlarven der Grund-Fauna (mit Tafeln) .		165
Sidler, G., Prof. Dr.		
Zu den logarithmischen Reihen		144
Studer, Th., Prof. Dr.		
Die Verbreitung des Rhinozeros im Diluvium der Schweiz	X	
Thomann, Dr. phil., Apotheker.		
Chemie und Bakteriologie im Dienste der Trinkwasser-hygiene	XIV	
Tièche, M., cand. med.		
Beitrag zur Kenntnis der fossilen gestielten Cirripedien in der Umgebung Berns (mit Tabelle)		1
Volz, W., Dr. phil. und Dozent.		
Tiergeographisches und Biologisches aus Sumatra .	VI	
Wilmer, Franz, Dr. phil.		
Beiträge zur Kenntnis des diluvialen Addagletschers (mit Karte und Tafeln)		56

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

(Fortsetzung von Seite 2 des Umschlags.)

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 6: Mollusken. Zusammengestellt von Prof. Dr. Th. Studer, Dr. G. Amstein und Dr. A. Brot. Preis 60 Cts.

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 9: Crustacea. Von Dr. J. Heuscher etc. 35 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V 4: *Heraldik und Genealogie.* Bearbeitet von Jean Grellet und Maurice Tripet. Bern 1895. 68 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50.

Fascikel V 6^{a-c}: *Architektur, Plastik, Malerei.* Zusammengestellt von Dr. B. Haendcke. Bern 1892. 100 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 6e: *Leibesübungen.* Turnen, Fechten, Reiten, Wassersport etc. Zusammengestellt von Alois Landtwing. 165 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel V 9ab: *Landwirthschaft.* Zusammengestellt v. Prof. F. Anderegg u. Dr. E. Anderegg. Bern 1893. Heft 1—3. 258 S. 8° à Fr. 3.—
id. „ 4 „ —.60
id. „ 5 und 6 „ 2.—

Fascikel V 9c: *Forstwesen. Jagd und Fischerei.* Forstwesen. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1894, 160 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Jagd. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. 77 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V 9c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Fischerei. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1898, 65 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V 9d: *Schutzbauten.* Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1895. 136 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9gβ: *Mass und Gewicht.* Bearbeitet von F. Ris, Direktor der eidgen. Eichstätte. Bern 1894. 36 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V 9gγ: *Post- und Telegraphenwesen.*
Postwesen. Zusammengestellt von der Schweizer. Oberpost-Direktion.
Telegraphenwesen. Zusammengestellt von E. Abrezol, Inspektor der Central-Telegraphenverwaltung. Bern 1895. 113 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9gε: *Bankwesen, Handelsstatistik, Versicherungswesen.* Zusammengestellt von W. Speiser, Basel, Dr. Geering und Dr. J. J. Kummer. Bern 1893. 207 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

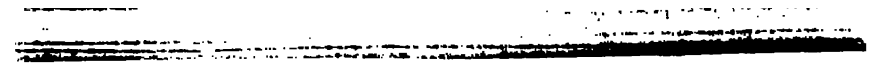
Fascikel V 9bβ: *Schweizerische Eisenbahn-Litteratur 1830-1901.* Mit Anhang: Verzeichniss der in der Eisenbahn-Aktensammlung (Bd. 1-8, neue Folge Bd. 1-15) abgedruckten Aktenstücke 1850-1899. Bearbeitet von Carl Sichler. Bern 1902. 539 Seiten. Preis Fr. 5.—

Fascikel V 9j: *Alkohol und Alkoholismus.* Zusammengestellt von Otto Lauterburg, Pfarrer in Neuenegg, E. W. Milliet, Direktor der eidgen. Alkoholverwaltung, und Antony Rochat, Pfarrer in Satigny. Bern 1895. 183 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 10eγ: *Die christkatholische Litteratur der Schweiz.* Zusammengestellt v. Dr. F. Lauchert. Bern 1893. 32 Seiten 8°. 60 Cts.

Fascikel V 10eα; *Bibliographie der evangelisch-reformirten Kirche in der Schweiz.* Heft 1: Die deutschen Kantone. Zusammengestellt von Dr. G. Finsler. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 10e: *Die katholisch-theologische und kirchliche Litteratur des Bisthums Basel* vom Jahre 1750 bis zum Jahre 1893. Zusammengestellt von Pfr. Ludwig R. Schmidlin in Biberist.
Heft 1 und 2 à Fr. 3.—



Verlag von K. J. WYSS in Bern.

(Fortsetzung von Seite 2 des Umschlags.)

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 6: Mollusken. Zusammengestellt von Prof. Dr. Th. Studer, Dr. G. Amstein und Dr. A. Brot. Preis 60 Cts.

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 9: Crustacea. Von Dr. J. Heuscher etc. 35 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V 4: *Heraldik und Genealogie.* Bearbeitet von Jean Grellet und Maurice Tripet. Bern 1895. 68 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50.

Fascikel V 6 a–e: *Architektur, Plastik, Malerei.* Zusammengestellt von Dr. B. Haendcke. Bern 1892. 100 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 6 e: *Leibesübungen.* Turnen, Fechten, Reiten, Wassersport etc. Zusammengestellt von Alois Landtwing. 165 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel V 9 a b: *Landwirthschaft.* Zusammengestellt v. Prof. F. Anderegg u. Dr. E. Anderegg. Bern 1893. Heft 1—3. 258 S. 8° à Fr. 3.—
id. „ 4 „ —.60
id. „ 5 und 6 „ 2.—

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Forstwesen. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1894, 160 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Jagd. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. 77 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V 9 c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Fischerei. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1898, 65 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V 9 d: *Schutzbauten.* Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1895. 136 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9 g β: *Mass und Gewicht.* Bearbeitet von F. Ris, Direktor der eidgen. Eichstätte. Bern 1894. 36 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V 9 g γ: *Post- und Telegraphenwesen.*
Postwesen. Zusammengestellt von der Schweizer. Oberpost-Direktion.
Telegraphenwesen. Zusammengestellt von E. Ahrezol, Inspektor der Central-Telegraphenverwaltung. Bern 1895. 113 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 9 g δ: *Bankwesen, Handelsstatistik, Versicherungswesen.* Zusammengestellt von W. Speiser, Basel, Dr. Geering und Dr. J. J. Kummer. Bern 1893. 207 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel V 9 b ε: *Schweizerische Eisenbahn-Litteratur 1830-1901.* Mit Anhang: Verzeichniss der in der Eisenbahn-Aktensammlung (Bd. 1-8, neue Folge Bd. 1-15) abgedruckten Aktenstücke 1850-1899. Bearbeitet von Carl Sichler. Bern 1902. 539 Seiten. Preis Fr. 5.—

Fascikel V 9 j: *Alkohol und Alkoholismus.* Zusammengestellt von Otto Lauterburg, Pfarrer in Neuenegg, E. W. Milliet, Direktor der eidgen. Alkoholverwaltung, und Antony Rochat, Pfarrer in Satigny. Bern 1895. 183 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 10 e γ: *Die christkatholische Litteratur der Schweiz.* Zusammengestellt v. Dr. F. Lauchert. Bern 1893. 32 Seiten 8°. 60 Cts.

Fascikel V 10 e α: *Bibliographie der evangelisch-reformirten Kirche in der Schweiz.* Heft 1: Die deutschen Kantone. Zusammengestellt von Dr. G. Finsler. Preis Fr. 2.—

Fascikel V 10 e: *Die katholisch-theologische und kirchliche Litteratur des Bisthums Basel* vom Jahre 1750 bis zum Jahre 1893. Zusammengestellt von Pfr. Ludwig R. Schmidlin in Biberist.
Heft 1 und 2 à Fr. 3.—

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Beiträge zur Kryptogamenflora der Schweiz.

I. Band. Heft I: *Entwicklungsgeschichtliche Untersuchungen über Rostpilze.* Von Prof. Dr. Ed. Fischer Fr. 4.—

I. Band. Heft II: *Die Farnkräuter der Schweiz.* Von Dr. Hermann Christ . . . . . Fr. 4.—

I. Band. Heft III: *Algues vertes de la Suisse. Pleurococcoïdes-Chroolépoïdes.* Par E. Chodat . . Fr. 10.—

II. Band. Heft I: *Le «Boletus subtomentosus» de la région genevoise.* Par Ch. Ed. Martin . . Fr. 10.—

II. Band. Heft II: *Die Uredineen der Schweiz.* Von Prof. Dr. Ed. Fischer . . . . . Fr. 20.—

Graf, J. H., Prof., Dr. *Einleitung in die Theorie der Gamma-funktion und der Euler'schen Integrale.* Fr. 2.—

— — *Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in bernischen Landen* vom Wiederaufblühen der Wissenschaften bis in die neuere Zeit. Heft 1—3. Fr. 7. 20

— — *Leben und Wirken des Physikers und Geodäten Jacques Barthélmy Micheli du Crest* aus Genf, Staatsgefangener des alten Bern 1746—1766. Mit Porträt Micheli's, einer Ansicht seines Gefängnisses in Aarburg und Facsimile seines Panoramas der Alpen Fr. 3.—

— — *Das Leben und Wirken des Physikers und Astronomen Joh. Jac. Huber* aus Basel, 1733—1798. Mit dem Bildnisse Huber's und einer Tafel, seine freie Uhrhemmung darstellend . . . . Fr. 1.—

— — *Professor Dr. Rudolf Wolf, 1816—1893* . . 1.—

— — *Professor Ludwig Schläfli, 1814—1895* . . 1. 20

— — *Der Briefwechsel zwischen Jakob Steiner und Ludwig Schläfli* . . . . . Fr. 3.—

— — *Die Exhumierung Jakob Steiner's* und Einweihung des Grabdenkmals Ludwig Schläfli's anlässlich des 100. Geburtstages Steiner's. Mit 2 Lichtdrucken Fr. 1.—

— — *Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf.* Ein Lebensbild und zugleich eine Würdigung seiner Leistungen . . . . . Fr. 1. 50

— — *Wann beginnt das XX. Jahrhundert?* Vortrag. Fr. —.50

— — *Ueber Zahlenaberglauben, insbesondere die Zahl 13.* Akademischer Vortrag . . . . . Fr. 1.—

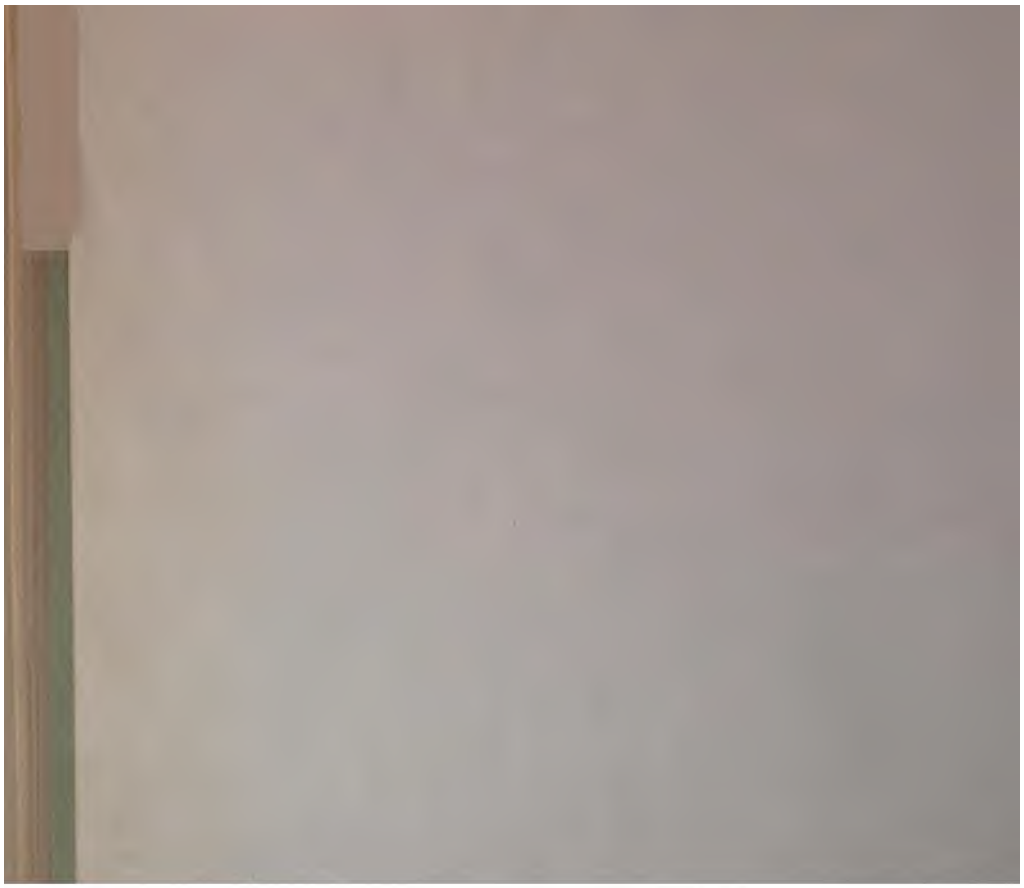
Graf J. H., Prof. Dr. und **Gubler Ed., Dr.** *Einleitung in die Theorie der Bessel'schen Funktionen.* 2 Hefte: Die Bessel'schen Funktionen erster und zweiter Art . . . . . à Fr. 4.—

Huber, G., Prof. Dr. *Sternschnuppen, Feuerkugeln, Meteorite und Meteorschwärme* . . . . Fr. 1.—

— — *Forschungen auf dem Gebiete der Spektralanalyse* —. 80

— — *Die kleinen Planeten des Asteroidenringes* . —. 60

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.



Stanford University Librar
Stanford, California

Return this book on or before date du